



20

Ngoc Linh Tran

**Berechnungsmodell
zur vereinfachten Abschätzung
des Ermüdungsverhaltens von
Federplatten bei Fertigträgerbrücken**

DISSERTATION

Heft 20

Darmstadt 2011

Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von Federplatten bei Fertigträgerbrücken

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

von

M.Sc. Ngoc Linh Tran

aus
Hanam / Vietnam

D 17

Darmstadt 2011

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue
Tag der Einreichung:	11. April 2011
Tag der mündlichen Prüfung:	27. Mai 2011

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Anschrift:

Institut für Massivbau – Fachgebiet Massivbau
Petersenstrasse 12
64287 Darmstadt

<http://www.massivbau.to>

Tran, Ngoc Linh:

Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von
Federplatten bei Fertigträgerbrücken

1. Auflage, Darmstadt, Eigenverlag

Dissertation // Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt; Heft 20

ISBN 978-3-942886-01-7

Gedruckt mit Unterstützung des Deutschen Akademischen Austauschdienstes (DAAD)

Dr.-Ing. Ngoc Linh Tran

Geboren 1978 in Hanam/Vietnam. Von 1996 bis 2001 Studium des Bauingenieurwesens an der Hochschule für Verkehrswesen Hanoi (UTC). Seit 2001 wissenschaftlicher Mitarbeiter und Dozent an der Hochschule für Verkehrswesen. Von 2003 bis 2006 Masterstudiengang in Bauingenieurwesen an der Hochschule für Verkehrswesen Hanoi. Von 2007 bis 2011 DAAD-Stipendiat zur Promotion in Deutschland und wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner am Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt (TUD).

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2007 bis 2011 während meiner Tätigkeit als Stipendiat des Deutschen Akademischen Austauschdienstes (DAAD) und wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner danke ich aufrichtig für seine Unterstützung, das mir entgegengebrachte Vertrauen und die mir eröffneten Möglichkeiten.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue danke ich ganz besonders für seine stete Diskussionsbereitschaft und für die Übernahme des Korreferates.

Bei Herrn Dipl.-Ing. Martin Heimann, Herrn Dipl.-Ing. Achim Knauff und Herrn M.Sc. Björn Freund möchte ich mich für die kritische Durchsicht meiner Arbeit bedanken.

Meinen Kollegen und Kolleginnen danke ich ganz besonders für die in beruflicher und privater Hinsicht ausgesprochen herzliche und angenehme Zeit am Institut, an die ich mich gerne erinnern werde. Meinen Zimmerkollegen Herrn Dipl.-Ing. Andreas Greck und Herrn Dr.-Ing. Tilo Proske danke ich für das stets vorhandene Interesse und die Diskussionsbereitschaft bezüglich meiner Forschungsarbeit.

Von ganzem Herzen danke ich meinen Eltern für ihre fortwährende Unterstützung, die mir insbesondere während meines Studiums eine große Hilfe war.

Der größte Dank gilt jedoch meiner lieben Frau Thu Thuy und meiner Töchter Ngoc An, die durch ihren Rückhalt, ihr Verständnis und die immer willkommene Ablenkung großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hatten. Ihr seid das Wichtigste in meinem Leben.

Darmstadt, Mai 2011

Ngoc Linh Tran

KURZFASSUNG

Federplatten, die oft aus Stahlbeton hergestellt und als Verbindungselemente zwischen Fahrbahnplatten von Fertigträgerbrücken verwendet werden, weisen ein kompliziertes Verhalten auf. Unter wiederholten Belastungen, vor allem durch Verkehr kann Ermüdungsversagen bei Federplatten während der geplanten Nutzungsdauer mit erhöhter Wahrscheinlichkeit auftreten.

In der vorliegenden Arbeit wurde daher eine numerische Ermüdungsuntersuchung an Federplatten durchgeführt. Zur Bestimmung der Steifigkeit und der Spannungen von Federplatten wurde ein neues Berechnungsmodell für Stahlbetonbauteile unter Berücksichtigung von wiederholten Belastungen entwickelt. Das neue Modell wurde in einem eigens dafür entwickelten Berechnungsprogramm BMAP umgesetzt.

Mit Hilfe des neuen Berechnungsmodells konnten umfangreiche numerische Untersuchungen zum Verhalten von Federplatten durchgeführt werden, in denen die Spannungs- und Dehnungszustände der Tragwerkselemente, bei beliebiger Lastwechselzahl und unterschiedlichen Randbedingungen, bestimmt wurden. Die wesentlichen Einflussparameter auf die Querschnittsträgfähigkeit wurden ebenfalls untersucht.

Basierend auf den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit konnte festgestellt werden, dass die Steifigkeit einer Federplatte eine große Auswirkung auf ihr Ermüdungsverhalten unter Verkehrslast hat. Dies wurde an zwei gängigen Federplattentypen untersucht. Ergebnis war, dass für einen Federplattentyp bei Brücken mit einer großen Lücke zwischen zwei benachbarten Trägerenden die Ermüdungsbeanspruchung am höchsten war. Da die Länge der Federplatte in diesem Fall durch die Stützenabmessungen begrenzt ist und der Bewehrungsgrad sehr hoch sein muss, sollte diese Ausführungsvariante in der Praxis vermieden werden.

Vorge stellt wird ein neu entwickelter Federplattentyp mit einer besseren Tragfähigkeit insbesondere gegen Ermüdung. Es wurde festgestellt, dass der neue Federplattentyp mit den optimierten Abmessungen ein erhöhtes Anwendungspotenzial hat, was für die Praxis abschließend als Empfehlung zum Vorzug dieses Typs zu nennen bleibt.

Die Dissertation schließt mit der Vorstellung eines neuen Ermüdungsbemessungskonzeptes für Federplatten ab. Das entwickelte Bemessungskonzept mit seinem vielen Hilfsformeln liefert ein einfaches, gleichzeitig aber auch sehr genaues Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen, zur Führung des Ermüdungsnachweises und zur Formulierung Lebensdauervorhersage von beliebigen Federplatten.

SUMMARY

Link slabs, which are often made of concrete and reinforcement and used as connecting elements between bridge decks in pre-cast beam bridges, show complicated load bearing behaviour. Under repeated loading, especially through traffic, link slabs may fail in fatigue during the service life with high probability.

Therefore, a numerical study of fatigue of link slabs was performed in this thesis,. To determine the stiffness and stress of link slabs a new computational model for reinforced concrete elements under repeated loading was developed. The new model was implemented in a self-developed computational program BMAP.

Using the new calculation model many numerical studies of behaviour of link slabs were conducted, in which the stress and strain states of structural elements were determined in dependence of any number of load cycles and under different boundary conditions. The main influence parameters of cross sectional load bearing were also examined.

Based on these results it could be found that the stiffness of link slabs has a large effect on their fatigue behaviour under traffic load. This was investigated in two major link slab types. The results show that the fatigue load by the link slab in bridges, which has a large gap between two adjacent beam ends, is significant large. Since the length of the link slab in this case is limited by the dimensions of piers and the very high required reinforcement ratio, the use of this link slab type should be avoided in practice.

A newly developed link slab type with regard to a better load capacity especially to fatigue is presented. It could be shown that the new link slab type with the optimized dimensions has an increased potential for applications in practice.

The thesis is rounded off with the development of a new fatigue design concept for link slabs. This design concept provides an easy, but also accurate way of forces calculation, fatigue analysis and lifetime prediction of any link slab.

INHALTSVERZEICHNIS

Formelzeichen und Variablen.....	v
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Motivation.....	1
1.2 Zielsetzung	4
1.3 Vorgehensweise	4
2 Federplatten bei Fertigteilbrücken - Stand der Technik.....	7
2.1 Einführung	7
2.2 Konstruktion von Fertigteilbrücken mit Federplatten.....	7
2.2.1 Bauverfahren der Fertigteilbrücken mit Federplatten	7
2.2.2 Fertigteilträger	8
2.2.3 Fahrbahnplatte	10
2.2.4 Querträger	11
2.2.5 Federplatte	11
2.2.6 Lagerung	15
2.3 Beanspruchungen von Federplatten	15
2.4 Bemessung von Federplatten	16
2.4.1 Einführung.....	16
2.4.2 Schnittgrößenermittlung.....	17
2.4.3 Nachweise	19
2.5 Ermüdungsverhalten und Lebensdauer von Federplatten.....	20
2.5.1 Allgemeines.....	20
2.5.2 Bedeutung von Temperaturbeanspruchung.....	20
2.5.3 Ermüdung der Federplatte unter Verkehrsbelastung.....	20
2.6 Zusammenfassung.....	24
3 Grundlagen des Ermüdungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen	25
3.1 Einführung	25
3.2 Ermüdungsverhalten von Stahlbetonbauteilen	25
3.2.1 Allgemeines.....	25
3.2.2 Betonstahl.....	25
3.2.3 Beton	27

3.2.4	Verbund	31
3.3	Betriebsfestigkeit.....	34
3.3.1	Allgemeines	34
3.3.2	Rainflow-Zählung	34
3.3.3	Lineare Schadensakkumulation.....	35
3.4	Zusammenfassung.....	37
4	Entwicklung eines neuen Modells zur Berechnung des Brückentragverhaltens unter zyklischer Lasteinwirkung.....	39
4.1	Einführung.....	39
4.2	Allgemeines zu dem neu entwickelten Berechnungsverfahren	40
4.3	Berechnungsverfahren auf Querschnittsebene	42
4.3.1	Allgemeines	42
4.3.2	Rechenmodelle für Stahlbeton	43
4.3.3	Spannungsintegration	50
4.3.4	Berechnung am Stahlbetonquerschnitt.....	54
4.3.5	Iteration zur Querschnittsberechnung	55
4.3.6	Ermittlung der Steifigkeitswerte eines Querschnittes	55
4.4	Berechnungsverfahren auf Elementebene.....	59
4.4.1	Einführung in das Übertragungsmatrizenverfahren	59
4.4.2	Übertragungsverfahren für ein dreidimensionales Modell.....	62
4.4.3	Berechnungsmodell für ein allgemeines Stabelement.....	65
4.4.4	Berechnungsmodell für elastische Bettung	68
4.4.5	Möglichkeiten zur Erweiterung des theoretischen Ansatzes.....	70
4.5	Berechnungsverfahren auf Systemebene	71
4.5.1	Die Finite Elemente Methode.....	71
4.5.2	Das Stabelementmodell in Verbindung mit Übertragungsmatrizen.....	73
4.6	Verifikation des Berechnungsmodells	75
4.6.1	Allgemeines	75
4.6.2	Validierung anhand der Versuche von Günther und Mehlhorn (1988).....	75
4.6.3	Validierung anhand des Versuches von Monnier (1970).....	77
4.6.4	Validierung anhand des Versuchs von Schläfli (1999).....	78
4.6.5	Vergleichsrechnung zum Berechnungsansatz von Grasser (1988)	79
4.7	Zusammenfassung.....	80
5	Wirksame Biegesteifigkeit der Federplatte infolge wechselnder Belastung	83
5.1	Einführung.....	83

5.2	Wirksame Biegesteifigkeit der Federplatte.....	83
5.2.1	Einfluss der Lastwechselzahl	85
5.2.2	Einfluss der Lastgrößen.....	87
5.2.3	Einfluss des Bewehrungsgrades.....	92
5.2.4	Einfluss der Abmessungen der Federplatte.....	92
5.2.5	Einfluss der Längskraft	94
5.2.6	Einfluss des Kriechens	96
5.3	Verteilung der Steifigkeit der Federplatte in Brückenlängsrichtung	96
5.4	Zusammenfassung.....	101
6	Ermüdung von Federplatten	103
6.1	Einführung	103
6.2	Ermüdungslastmodell	103
6.3	Berechnungsmodell der Brücken zur Schnittgrößenermittlung.....	105
6.3.1	Allgemeines.....	105
6.3.2	Modellbildung einer zweifeldrigen Fertigträgerbrücke mit Federplatte	109
6.4	Ermüdungsberechnung	119
6.4.1	Allgemeines.....	119
6.4.2	Ablauf der Ermüdungsberechnung	121
6.5	Parameterstudie.....	124
6.5.1	Allgemeines.....	124
6.5.2	Auswertung der Ergebnisse.....	125
6.5.3	Diskussion der Ergebnisse der zwei untersuchten Federplattentypen	137
6.6	Zusammenfassung.....	139
7	Vorschlag eines neuen Federplattentyps.....	141
7.1	Einleitung.....	141
7.2	Beschreibung des Prinzips des neuen Federplattentyps.....	141
7.3	Optimierung der wesentlichen Abmessungen	142
7.3.1	Einfluss des Bewehrungsgrades.....	142
7.3.2	Länge und Bewehrungsgrad.....	143
7.3.3	Länge und Dicke	146
7.3.4	Breite des Auflagerbereichs zwischen Fahrbahnplatte und Querträger am Ende der Federplatte	147
7.4	Vergleich mit bestehenden Federplattentypen.....	148
7.5	Zusammenfassung.....	149

8	Hilfsmittel zur Bemessung der Federplatte gegen Ermüdung	151
8.1	Einleitung	151
8.2	Abschätzung der Querschnittssteifigkeiten unter wechselnder Belastung.....	152
8.2.1	Spannbetonquerschnitt	152
8.2.2	Stahlbetonquerschnitt	154
8.3	Schnittgrößenermittlung.....	156
8.3.1	Schnittgrößenermittlung infolge indirekter Beanspruchung	156
8.3.2	Schnittgrößen infolge lokaler Belastung	163
8.4	Abschätzung des Verhältnisses der Bewehrungsgrade	165
8.5	Bestimmung der Optimallänge der Federplatte	166
8.6	Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche.....	169
8.7	Beispiel.....	172
8.8	Zusammenfassung.....	177
9	Resümee und Ausblick	179
10	Literaturverzeichnis	185
10.1	Fachliteratur	185
10.2	Technische Regelwerke	188
Anhang	189
A.	Konstruktion der Übertragungsmatrix	189
B.	Gauss-Legendre	199
C.	Lösungsansätze der kubischen Gleichung von Cardano.....	200
D.	Bezogene Zwangsverdrehung am Ende der Federplatte	201

FORMELZEICHEN UND VARIABLEN

Die Definition der Formelzeichen, Variablen und Abkürzungen erfolgt in Anlehnung an die neuen DIN-Normen für Betonbau bzw. an die Fachliteratur zur Ermüdungstheorie. Nachfolgend werden nur die wichtigsten Formelzeichen und Variablen aufgeführt. Weniger bedeutende Formelzeichen und Variablen werden im Text erläutert.

Große lateinische Buchstaben

A_c	<i>Betonfläche im Querschnitt</i>
$[C]$	<i>Matrix zur Beschreibung der Übertragungsgleichungen für ein Feld</i>
D	<i>Determinante einer Matrix</i>
D_x	<i>Dehnsteifigkeit eines Querschnittes</i>
$[D]$	<i>Matrix, die die Parameter der Knotensteifigkeiten beinhaltet, ein Bestandteil der Knotenmatrix</i>
$[B]$	<i>Matrix mit bekannten Elementen, ein Bestandteil der Knotenmatrix</i>
B_y	<i>Biegesteifigkeit um die y-Achse eines Querschnittes</i>
B_z	<i>Biegesteifigkeit um die z-Achse eines Querschnittes</i>
E_{c0m}	<i>Tangentenelastizitätsmodul eines Betons</i>
$E_c I_c$	<i>Biegesteifigkeit eines reinen Betonquerschnittes</i>
$EML3$	<i>Ermüdungslastmodell 3</i>
$\{F\}$	<i>Knotenkraftvektor</i>
G_c	<i>Schubmodul des Betons</i>
H	<i>Höhe eines Querschnittes</i>
K_B	<i>Biegesteifigkeit eines Querschnittes</i>
$[K]$	<i>Steifigkeitsmatrix</i>
J_{ij}	<i>Element (i,j) in der Jacobi-Matrix</i>
J_{T0}	<i>Torsionssteifigkeit im Zustand I</i>
L_i	<i>Übertragungsmatrix beim Feld i</i>

L_L	<i>Federplattenlänge</i>
L_T	<i>Gesamtlänge der einzelnen Längsträger</i>
L_0	<i>Abstand zwischen Auflagern bei einem Längsträger</i>
M_0	<i>Biegemoment am Stabanfang</i>
M_x	<i>Rotationsmoment, Moment um die x-Achse</i>
M_y	<i>Biegemoment um die y-Achse</i>
M_z	<i>Biegemoment um die z-Achse</i>
N_i	<i>Übertragungsmatrix beim Knot i</i>
N_x	<i>Normalkraft, Längskraft in die x-Achse</i>
R_T^I	<i>Torsionssteifigkeit eines Querschnittes</i>
SLW	<i>Schwerlastwagen</i>
T_i	<i>Übertragungsmatrix bei Position i</i>
U_s	<i>Gesamter Umfang der Bewehrung im Querschnitt</i>
V_0	<i>Querkraft am Stabanfang</i>
V_y	<i>Querkraft in die x-Achse</i>
V_z	<i>Querkraft, Längskraft in die x-Achse</i>
W	<i>Zustandsvektor</i>
W_a	<i>Zustandsvektor des Anfangpunktes eines Stabs</i>
W_e	<i>Zustandsvektor des Endpunktes eines Stabs</i>
W_i	<i>Zustandsvektor bei Position i</i>
W_{i+1}	<i>Zustandsvektor bei Position $i+1$</i>
W_x	<i>Zustandsvektor mit Bestandteilen in x-Achse</i>
W_y	<i>Zustandsvektor mit Bestandteilen in y-Achse</i>
W_z	<i>Zustandsvektor mit Bestandteilen in z-Achse</i>
$\{W\}$	<i>Knotenverschiebungsvektor</i>

Kleine lateinische Buchstaben

a	<i>Abstand zwischen Bewehrungslage und Querschnittskante</i>
$[b]$	<i>Matrix beschreibt Verteilungslasten auf einem Feld</i>
f_{cm}	<i>Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons</i>
$f_{ct,R}$	<i>Mittelwert der Zugfestigkeit nach Quast</i>
k_n	<i>Kriechenszahl bei Lastwechsel n</i>
k_y	<i>Krümmung um die y-Achse</i>
k_z	<i>Krümmung um die z-Achse</i>
m_x	<i>Moment am laufenden Meter um die y-Achse (kN/m)</i>
m_y	<i>Moment am laufenden Meter um die x-Achse (kN/m)</i>
n	<i>Lastwechselzahl</i>
q_0	<i>Gleichlast am Stabanfang</i>
q'_0	<i>Gradient der Verteilungslast auf Stabelement</i>
s	<i>Schlupf zwischen Beton und Bewehrung</i>
s_0	<i>Schlupf zwischen Beton und Bewehrung unter Erstbelastung</i>
s_n	<i>Schlupf zwischen Beton und Bewehrung bei Lastwechsel n</i>
u_x	<i>Verschiebung in x-Achse</i>
u_y	<i>Verschiebung in y-Achse</i>
u_z	<i>Verschiebung in z-Achse</i>
w_0	<i>Durchbiegung am Stabanfang</i>
w_x	<i>Durchbiegung in der Stelle x im Stabelement (nach x-Achse)</i>

Griechische Buchstaben

α	<i>Bezogene Position der Lastachsen auf dem Brückenfeld, Kapitel 8</i>
β_R	<i>Betondruckfestigkeit</i>
$\beta(n)$	<i>Abminderungsfaktor des Verbundkriechens in Abhängigkeit der Lastwechselzahl</i>
ε	<i>Dehnung</i>
ε_{cl}	<i>Dehnung des Betons bei Erreichen des Höchstwertes der Betondruckspannung</i>

ε_{clu}	<i>Maximale Dehnung des Betons unter Druck</i>
ε_0	<i>Dehnung auf Ursprung der Koordination</i>
$\varepsilon_{ct,R}$	<i>Rissdehnung</i>
ε_u	<i>Grenzdehnung in Zugzone, wobei keine Mitwirkung des Betons auf Zug mehr auftritt</i>
ε_y	<i>Fließdehnung der Bewehrung</i>
μ	<i>Bezogenes Biegemoment</i>
η	<i>Lastverteilungsfaktor (für Längsträger in Brückenquerrichtung)</i>
ρ	<i>Bewehrungsgrad, soweit nicht anders gegeben ist dimensionslos</i>
ρ_1	<i>Bewehrungsgrad für obere Bewehrung in Federplatte ($= A_{s1} / A_c$)</i>
ρ_2	<i>Bewehrungsgrad für untere Bewehrung in Federplatte ($= A_{s2} / A_c$)</i>
σ	<i>Spannung</i>
σ_c	<i>Betonspannung</i>
$\sigma_{c,n}$	<i>Betonspannung bei Lastwechsel n</i>
τ	<i>Verbundspannung</i>
τ_{\max}	<i>Maximale Verbundspannung</i>
τ_0	<i>Verbundspannung unter Erstbelastung</i>
τ_n	<i>Verbundspannung bei Lastwechsel n</i>
ν	<i>Bezogenes Normalkraft</i>
ΔN	<i>Abweichungsteil der Normalkraft</i>
ΔM_y	<i>Abweichungsteil des Biegemoments um die y-Achse</i>
ΔM_z	<i>Abweichungsteil des Biegemoments um die z-Achse</i>
Δx	<i>Verkürzungsanteil eines Segementes infolge Stabbiegung</i>

1 EINLEITUNG

1.1 Problemstellung und Motivation

Eine Federplatte verbindet jeweils zwei Spannbeton-Einfeld-Fertigteilträger derart, dass der Belag von einem Ende der Brücke zum anderen fugenlos durchgehen kann. Sie stellt somit das Verbindungselement zwischen zwei benachbarten Feldern im Ortbetonbereich der Brücke dar. Federplatten bestehen aus Stahlbeton, enthalten also keine Spannglieder und sind als Teil der Ortbetonplatte, die über den Trägern für eine kontinuierliche Fahrbahnplatte sorgt, einfach herzustellen.



Abbildung 1.1: Federplatte in der Van-Lam Brücke (Vietnam)

Ihre Anordnung bringt keine Komplikationen bei der Herstellung, da die notwendige Anschlussbewehrung der Träger zur Ortbetondruckplatte ausnahmslos an der Oberseite der Träger erfolgt. Seitlich und nach unten durch die Schalung zu führende Bewehrung ist nicht erforderlich. Da somit die Schalung wieder verwendet werden kann, ergeben sich äußerst geringe Schalungszeiten und –kosten.

Aufgrund dieser Vorteile bei der Herstellung wurden in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Varianten der Federplatte entwickelt. Eine gängige Variante ist die Federplatte mit einer Trennschicht zwischen der Platte und den Trägern. Eine andere übliche Variante ist die Federplatte mit einem großen Abstand zwischen den benachbarten Trägerenden in Brückenlängsrichtung, die eine fugenlose Herstellung von Fahrbahnplatten nicht nur in

geraden Brücken, sondern auch in Brücken mit gekrümmter Trassierung erlaubt. Gleichzeitig ergibt diese Lösungsvariante eine Verringerung der Stützweite bei gleicher Brückenlänge.

Als Verbindungselement im Brückenbau weist die Federplatte unter Belastung allerdings ein kompliziertes Verhalten auf. Wegen der geringen Steifigkeit im Vergleich zu den meist vorgespannten Fertigteilträgern hängt das Verhalten der Federplatte stark von den Verformungen der benachbarten Träger ab. Infolge der Überfahrt eines Fahrzeuges über die Brücke vollzieht die Federplatte mindestens zwei Schwingspiele, während jeder Träger nur ein Schwingspiel durchfährt. Dies führt mit erhöhter Wahrscheinlichkeit zu Ermüdungsversagen bei Federplatten innerhalb der geplanten Nutzungsdauer.

Da die Federplatte infolge der Last häufig reißt, d.h. in den Zustand II übergeht, hat die Wahl der Steifigkeit der Federplatte einen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse der Berechnung. Aus Versuchsergebnissen hat Grasser [Grasser (1972)] eine Abschätzung für die Biegesteifigkeit von Stahlbetonbauteilen abgeleitet. Damit kann die Biegesteifigkeit der Stahlbetonbauteile aber nur mit groben Werten abgeschätzt werden (siehe Tabelle 1.1).

Betonstahl	Bezogene Längskraft $\nu = \frac{N}{A_c \beta_R}$	Bewehrungsgrad ρ	$\chi = \frac{K_B}{E_b J_b}$
BSt 22/34	alle ν	Alle ρ	1,0
BSt 42/50 BSt 50/55	$\nu < -0,15$	Alle ρ	1,0
	$ \nu \leq 0,15$	$\rho \leq 0,006$	1,0
		$\rho > 0,006$	0,65
	$\nu > +0,15$	alle ρ	$0,2 + 6(\rho_1 + \rho_2)$

Tabelle 1.1: Die wirksame Biegesteifigkeit K_B von Stahlbetonbauteilen in Abhängigkeit von der bezogenen Längskraft ν und dem Bewehrungsgrad ρ [Grasser (1972)]

Bei der Anwendung der obigen Tabelle für die Berechnung der Beanspruchungen einer Federplatte gibt es verschiedenen Optionen. In seiner Dissertation hat Goris [Goris (1985)] die Biegesteifigkeit der Federplatte im Zustand II mit dem Wert von 65 Prozent der Biegesteifigkeit des Zustands I angenommen.

$$K_B = 0,65 \cdot E_c I_c \quad (1.1)$$

Nach Rossner [Rossner (1988)] bzw. EZTV-K Bayern (1990) ist die wirksame Biegesteifigkeit der Federplatte wie folgt anzusetzen:

$$K_B = [0,2 + 6(\rho_1 + \rho_2)] \cdot E_c I_c \quad (1.2)$$

Die nach Grasser vorgeschlagene Formel für die Abschätzung der Biegesteifigkeit von Stahlbetonbauteilen ist in ihrer Anwendung begrenzt, da z.B. die Betondeckung nicht berücksichtigt wird und die Formel 1.2 nur gilt, wenn die Bewehrung annähernd symmetrisch über den Querschnitt verteilt und ungefähr konstant über die Länge des Bauteiles angeordnet ist.

Die Wahl der wirksamen Biegesteifigkeit der Federplatte entscheidet über die Güte der Berechnungsergebnisse der Schnittgrößen und somit über die Abschätzung des Ermüdungsverhaltens der Federplatte. Dabei ist auf der einen Seite eine Unterschätzung der Steifigkeit bezüglich der zu erwartenden Lebensdauer nicht konservativ und auf der anderen Seite eine Überschätzung der Steifigkeit nicht wirtschaftlich für die Bemessung der Federplatte. In Wirklichkeit ist die Steifigkeit der Federplatte nicht konstant und ändert sich über die Zeit (Effekt von Kriechen und Schwinden) und unter wechselnder Belastung von Verkehr und Temperatur, welche eine Ermüdungsschädigung des Verbunds zwischen Beton und Betonstahl verursachen. Zur Bestimmung der veränderlichen Steifigkeit der Federplatte wird daher ein Berechnungsmodell benötigt, mit dem die Effekte aus Kriechen und Schwinden sowie den Effekten aus wechselnden Lasten berücksichtigt werden können. Hierzu wird im Rahmen dieser Arbeit ein Modell entwickelt.

Mit der Entwicklung der Materialtechnologie ging die Möglichkeit einer größeren Spannweite von Einfeld-Fertigteilträgern einher. Die Länge der Spannbetonträger kann z.B. nach Bericht NCHRP-517 [Castroale und White (2004)] bis zu 48,8 m betragen. In Vietnam beträgt die gängige Fertigteilträgerlänge 38 m bis 41 m bei Super-T und 33 m bis 42 m bei I-förmigen Trägern. Dies kann im Allgemeinen zu einem höheren Einfluss auf die Einwirkung von Federplatten führen.

Auf der anderen Seite ist seit langem eine Zunahme des Schwerverkehrs zu beobachten. Diese führt auch zu einer höheren Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Ermüdungsversagens bei Federplatten. Eine adaptive Lösung für die Bemessung von Federplatten unter Berücksichtigung von Ermüdung ist daher notwendig.

Eine wesentliche Motivation dieser Dissertation besteht in der Entwicklung eines neuen Berechnungsmodells für Stahlbetonbauteile infolge wiederholter Belastung, mit dem die Ermüdungsberechnung der Federplatte mit einer zutreffenden Abbildung der Wirklichkeit durchgeführt werden kann. Weiterhin ist die Untersuchung der wesentlichen Einflussgrößen auf das Ermüdungsverhalten der gängigen Federplatten bei Fertigteilbrücken Ziel dieser Arbeit. Abschließend ist die Entwicklung eines neuen Bemessungskonzeptes für Federplatten unter Berücksichtigung von Ermüdung vorgesehen.

1.2 Zielsetzung

Mit dieser Arbeit wird zunächst das Ziel verfolgt, ein neues Berechnungsmodell für Stahlbetonbauteile infolge wechselnder Belastung zu entwickeln, mit dem die Steifigkeit der Federplatte wirklichkeitsnah ermittelt werden kann. Das neue Berechnungsmodell soll daher das nichtlineare Verhalten von Baustoffen infolge monotoner und wiederholter Belastungen berücksichtigen. Um eine hohe Effizienz in der Berechnung zu erreichen, wird die Entwicklung des neuen Berechnungsmodells mit einem Lösungsansatz für Stabelemente durchgeführt. Zur Berechnung der Brücken mit Federplatte wird das neue Berechnungsmodell in einem eigens entwickelten Programm umgesetzt. Da die Zustände des Tragverhaltens der Federplatte infolge globaler und lokaler Belastung bestimmt werden müssen, werden im Programm zusätzlich die Scheiben- und Solid- sowie weitere erforderliche Verbindungselemente implementiert. Mit der Anwendung des entwickelten Programms sind wesentliche Einflussgrößen auf das Ermüdungsverhalten der Federplatte zu identifizieren.

Zur Beschreibung des Verhaltens der Federplatte werden zwei gängige Federplattentypen untersucht. Der Federplattentyp F1 kennzeichnet sich durch einen geringen Auflagerabstand der benachbarten Fertigteilträger in Brückenlängsrichtung, während der Federplattentyp F2 einen großen Auflagerabstand mit großer freier Lücke zwischen den Trägern aufweist. An numerischen Untersuchungsergebnissen werden die Eigenschaften des Verhaltens der untersuchten Federplatten gezeigt. Darüber hinaus wird auf Grundlage der Erkenntnisse aus den Untersuchungen ein neuer Federplattentyp F3 entwickelt, der ebenfalls der vergleichbaren numerischen Untersuchung unterzogen wird.

Die gewonnenen Informationen sollen im weiteren Verlauf zur Entwicklung eines neuen Bemessungskonzeptes führen, welches eine einfache Berechnung der Schnittgrößen mit hoher Genauigkeit und einem Ermüdungsnachweis sowie einer Abschätzung der Lebensdauer der Federplatte infolge der Einwirkung von Schwerverkehr liefert.

1.3 Vorgehensweise

Zunächst erfolgt in *Kapitel 2* eine kurze Darstellung des aktuellen Standes der Technik über Federplatten bei Fertigteilbrücken. Dazu werden die Konstruktion und das Bauverfahren der Brücken dargestellt. Weiterhin werden die allgemeinen Einwirkungen sowie deren Auswirkungen auf Federplatten erläutert.

Kapitel 3 enthält eine Zusammenfassung der relevanten Grundlagen zum Verhalten der Baustoffe infolge monotoner und wiederholter Belastungen sowie zu Ermüdungsnachweisen für Stahlbetonbauteile. Gleichzeitig werden die bestehenden Berechnungs-

modelle für Stahlbetonbauteile dargestellt. Anschließend wird das verwendete Verfahren der Ermüdungsberechnung beschrieben.

Den zentralen Teil dieser Arbeit bildet *Kapitel 4*, in dem ein neues Modell zur Berechnung der Stahlbetonquerschnitte infolge wiederholter Belastung dargestellt wird. In diesem Kapitel wird ein komplett neu entwickeltes Berechnungsverfahren für Stabelemente dargestellt, das eine nichtlineare dreidimensionale Berechnung des stabförmigen Tragwerkes ermöglicht. Das Berechnungsverfahren wird in dem eigens entwickelten Programm BMAP (*Bridge Modelling and Analysis Program*) umgesetzt.

In *Kapitel 5* wird für die späteren Ermüdungsberechnungen der Federplatten ein Konzept zur Bestimmung der wirksamen Biegesteifigkeit infolge wechselnder Belastung erarbeitet. Zur Abschätzung der Steifigkeit der Federplatte und Identifizierung ihrer wesentlichen Einflussparameter wird hierzu das in Kapitel 4 vorgestellte neue Modell zur Berechnung der Stahlbetonquerschnitte infolge wiederholter Belastung verwendet. In diesem Zusammenhang werden Untersuchungen zur Bestimmung der Verteilung der Steifigkeit der Federplatten in Brückenlängsrichtung durchgeführt. Die erhaltenen Erkenntnisse bilden die Grundlage zur Modellierung des Brückentragverhaltens, insbesondere von Federplatten, die in weiteren Untersuchungen durchgeführt wird.

Das entwickelte Programm BMAP wird danach für eine numerische Untersuchung der wesentlichen Einflussgrößen auf das Ermüdungsverhalten der Federplatte in Fertigteilbrücken angewandt. Diese Untersuchung wird in *Kapitel 6* dargestellt.

Basierend auf den erhaltenen Ergebnissen der in Kapitel 6 dargestellten Untersuchungen, werden die Vorteile und Nachteile der bestehenden Federplattentypen analysiert. Dies bildet die Grundlage für die Entwicklung eines neuen Federplattentyps hinsichtlich einer besseren Tragfähigkeit besonderes gegen Ermüdung, welche in *Kapitel 7* ausführlich dargestellt wird.

Die Entwicklung einer Reihe einfacher Näherungsgleichungen der Hilfsformeln zur Bemessung von Federplatten hinsichtlich einer optimalen Ermüdungstragfähigkeit in *Kapitel 8* rundet diese Arbeit ab. Die neuen Ansätze bieten eine Möglichkeit, um Federplatten unter Verkehrsbelastung auf den Ermüdungswiderstand einfach und zuverlässig auszuwerten.

Kapitel 9 schließt mit einem Resümee der vorliegenden Arbeit und gibt einen Ausblick auf sinnvolle zukünftige Forschungsaktivitäten im Bereich der Ermüdung von Federplatten.

2 FEDERPLATTEN BEI FERTIGTEILBRÜCKEN - STAND DER TECHNIK

2.1 Einführung

Die Federplatte, auch Koppel- oder Kontinuitätsplatte genannt, ergibt sich als integraler Bestandteil der fugenlos aufgetragenen Ortbetonplatte, indem im Stützenbereich die Verbindung zwischen Fahrbahnplatte und Träger durch eine nachgiebige Trennschicht unterbunden wird.

Die Federplatte stellt eine alternative Lösung für den Fahrbahnübergang zwischen zwei Brückenfeldern dar. Die Federplatte kann viele Nachteile von Fahrbahnübergängen beheben, wie z.B. Schäden an Lagern und an Übergangskonstruktion im Stützbereich durch Wasserabsorption aus der Fahrbahnplatte, die Verringerung des Fahrkomforts durch den Fahrbahnübergang und die hohen Wartungskosten.

Seit die Federplatte bei Fertigträgerbrücken erstmals in den USA in den 50er Jahren verwendet wurde, hat sie verschiedene Entwicklungsstufen durchgemacht. Bis in die Gegenwart kommt dieser Brückentyp weltweit zur Anwendung. In diesem Kapitel werden das Konstruktionsprinzip und eine kurze Entwicklungsgeschichte der Federplatte bei Fertigteilbrücken vorgestellt.

Neben vielen Vorteilen bei der Anwendung von Federplatten in durchlaufenden Brückenfahrbahnen bestehen noch einige ungelöste Probleme, insbesondere hinsichtlich der Ermüdung der Federplatte durch Verkehrslasten. Diese Problematik wird hier ebenfalls dargestellt.

2.2 Konstruktion von Fertigteilbrücken mit Federplatten

2.2.1 Bauverfahren der Fertigteilbrücken mit Federplatten

Die Regelbauweise für Fertigteilkonstruktionen im Brückenbau ist bisher die Trägerbauart mit Stützweiten zwischen 10 und 35 m. Das Bauprinzip besteht darin, dass die nebeneinander liegenden vorgefertigten Längsträger durch eine im Allgemeinen schlaff bewehrte Ortbetonplatte in Brückenquerrichtung verbunden werden, wodurch eine Querverteilung der Lasten ermöglicht wird. Die Federplatten werden in der Regel erst nach der Fertigung der Fahrbahnplatte betoniert, um die Auswirkungen von Zwängen aus dem Bauzustand auf die Federplatte zu minimieren.

Für die Herstellung der Ortbetonplatte dienen die Längsträger als Rüstträger, die Obergurte der Fertigteile als Schalung. Für die Brücken, die einen großen Abstand (1,0 – 2,5 m) der vorgefertigten Längsträger aufweisen, werden in der Regel Schaltafeln zwischen die einzelnen Obergurte eingehängt. Bei noch größeren Abständen der Längsträger (2,5 – 3,0m) kann eine verlorene Schalung aus ca. 10 cm starken Halbfertigplatten verwendet werden. Der Bauablauf für die Brücke wird daher wie folgt ausgeführt (siehe Abbildung 2.1):

1. Herstellung der Pfeiler und Widerlager
2. Verlegen der Fertigteilträger und ergänzen der Querträger
3. Bewehren und betonieren der Fahrbahnplatte
4. Bewehren und betonieren der Federplatte
5. Weiterer Brückenausbau (Abdichtung, Kappe mit Gesims, Belag, Geländer)

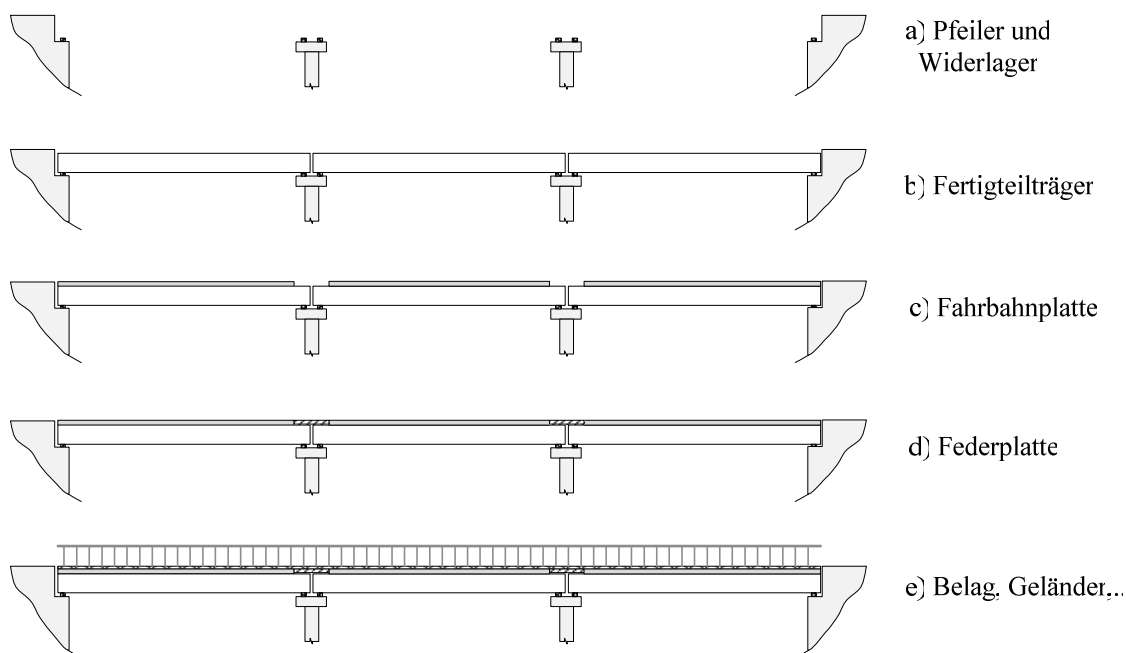


Abbildung 2.1: Bauphasen der Fertigteilträgerbrücken mit Federplatten

2.2.2 Fertigteilträger

a) *Betonfertigteilträger*

Die Fertigteilträger in Brücken mit Federplatten stellen eine Mischbauweise dar, die grundsätzlich aus einer Verbindung von Fertigteilträgern und Ortbeton besteht. Für die Herstellung der Fahrbahnplatten werden oft Stahlbetonplatten als verlorene Schalung

zwischen den einzelnen Längsträgern verwendet (siehe Abbildung 2.2). Mit großen Vorteilen für die Gestaltung kann der Trägerquerschnitt in vielen Formen hergestellt werden. In Abhängigkeit von Querschnittsformen können sowohl Vorspannung mit nachträglichem Verbund als auch Vorspannung mit sofortigem Verbund Anwendung finden. In Tabelle 2.1 sind die typischen Querschnittsformen von Fertigteilträgern und ihre Anwendungsgebiete in den verschiedenen Ländern dargestellt. Abbildung 2.2 zeigt unterschiedliche Brückenquerschnitte.

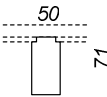
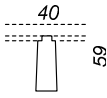
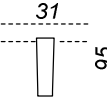
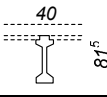
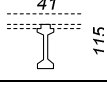
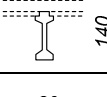
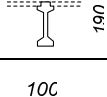



System	Land	Fertigteil- abmessungen (cm)	Stützweite (m)	Schlank- heit	Träger- gewicht (kN/m)	Betonbedarf Nettofläche (m ³ /m ²)
Rechteck- Balken	Deutschland		27	1/30	9,2	0,43
Trapez- Balken	Frankreich		20	1/27	5,0	0,38
Trapez- Balken	Deutschland		30	1/27	7,1	0,43
I-Balken	Frankreich		25	1/25	5,2	0,44
I-Balken	Vietnam		24,5	1/22	9,1	0,43
I-Balken	Vietnam		33	1/24	11,0	0,43
I-Balken	Vietnam		42	1/22	17,8	0,50
U-Balken	Finnland		28	1/35	9,0	0,39
Super-T Balken	Vietnam		38	1/22	11,8	0,48
Hohlkästen	Deutschland		28	1/28	24,0	0,48

Tabelle 2.1: Fertigteilträger mit Ortbetonplatte

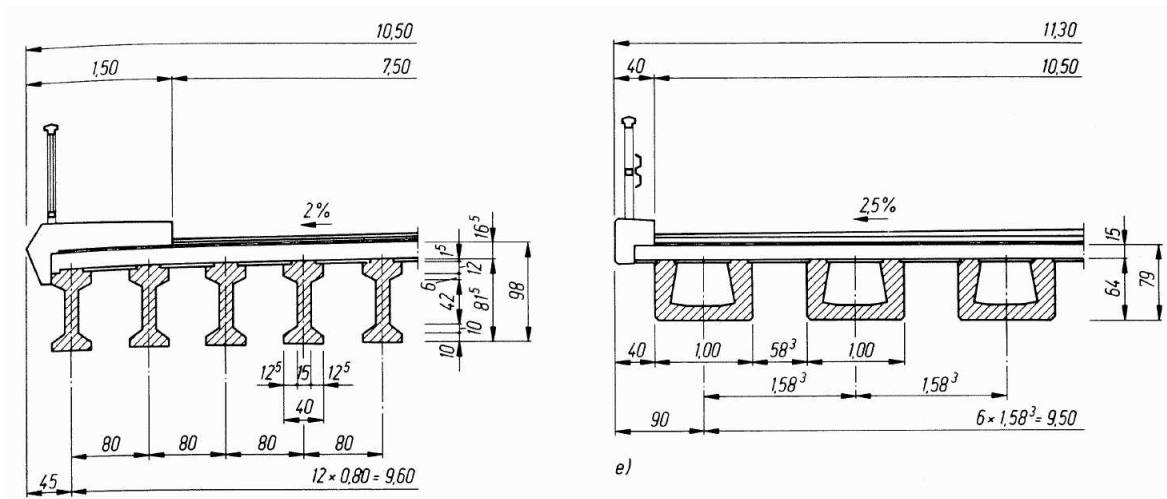


Abbildung 2.2: Brückenquerschnitt mit I- (links) und U-Trägern (rechts) [Rossner (1998)]

b) Verbundträger

Die Fertigteilträger müssen nicht grundsätzlich aus Beton sein, sondern können auch aus Stahl bestehen. Der Fertigteilträger mit Ortbetonfahrbahnplatte wird in diesem Fall Verbundträger genannt. Die erste mehrfeldrige Stahlverbundbrücke mit Federplatte in Deutschland ist die Hangbrücke am Würgauer Berg zwischen Bamberg und Bayreuth. Sie erstreckt sich über 11 Felder mit einer Gesamtlänge von 412 m [Kupfer (1995)]. Die größte Länge der 2,0 m hohen I-förmigen Stahlträger beträgt 39 m. Der Brückenquerschnitt wird in Abbildung 2.3 dargestellt.

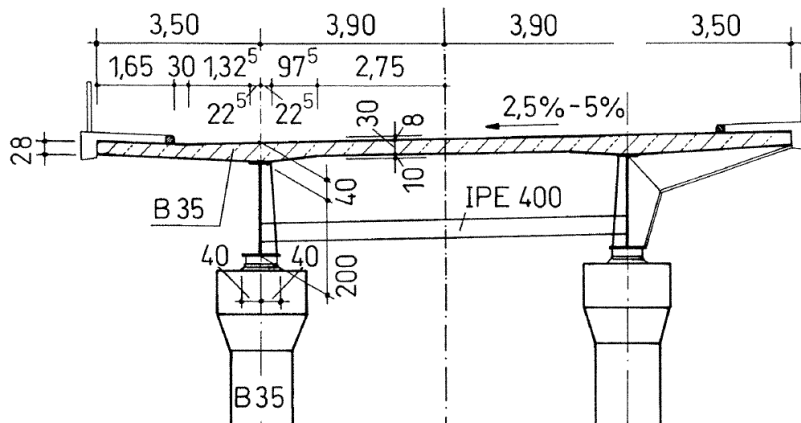


Abbildung 2.3: Trägerquerschnitt bei Hangbrücke Würgauer Berg [Kupfer (1995)]

2.2.3 Fahrbahnplatte

Die Fahrbahnplatte wird nachträglich als Ortbetondruckplatte des Längsträgers hergestellt und übernimmt im schubfesten Verbund mit den Trägerflanschen die Lastabtragung in Querrichtung. Die Mindestdicke der Platte sollte in Abhängigkeit der Brückenklasse 22 cm

bis 27 cm betragen [Rossner (1988)]. Der Betoniervorgang muss in einem Zuge ohne Arbeitsfuge erfolgen.

2.2.4 Querträger

Zusammen mit den Ortbetonfahrbahnplatten bieten Querträger eine bessere Querverteilung der Lasten auf die Längsträger. Die Querträger werden oftmals aus Ortbeton hergestellt und können im Feld oder am Ende der Träger ausgebildet werden. Die Verwendung von Ortbetonquerträgern kann auch die Stabilität der Längsträger in Bauphasen verbessern, besonders bei schlanken Längsträgern mit I- oder T-förmigen Querschnitten.

Nach Zilch und Weiher (2006) kann diverse Verschleißteilen bei Fertigteilbrücken - insbesondere die Lager - problematisch sein. Durch die Verwendung von Ortbetonquerträgern kann die Anzahl der Lager, die oft nur 1/3 der Lageranzahl bei Brücken ohne Querträger am Ende der Längsträger beträgt, vermindert werden.

Darüber hinaus führt die Anwendung von Querträgern im Verbindungsbereich zwischen den Längsträgern und der Federplatte zu einer besseren Querverteilung der Einwirkungen auf die Federplatte, wodurch die Bewehrung verringert werden kann. Dies wird durch die Forschungsergebnisse von Kumar (1993) bestätigt.

2.2.5 Federplatte

Die Federplatte reagiert auf Lasten sehr sensibel. Dies wurde auch im Bridge Design Manual (2001) festgestellt, daher wurde von einer normativ geregelten Bemessung von Federplatten abgesehen. Bisherige Ausführungen von Brücken mit Federplatten werden vom Bridge Design Manual (2001) daher in diesem Zusammenhang der Methode „Trial and Error“ zugeordnet. Darüber hinaus gibt es im Bridge Design Manual (2001) keine Festlegung zu einem normativ geregelten Bemessungskonzept für Federplatten. Die dementsprechend im Bridge Design Manual (2001) vorgeschlagene Federplattenlösung mit kontrollierter Sollbruchstelle in Federplattenmitte ist aber wenig hilfreich, da die Dauerhaftigkeit der Federplatte mit aktiver Rissbildung in diesem Fall nicht erfüllt ist (siehe Abbildung 2.4). An Felduntersuchungen im Jahr 2005 von Li und Lepech (2005) hat sich gezeigt, dass bei dieser Lösung eine Rissbreite von 1,6 mm an der Sollbruchstelle in der Federplatte auftritt und darüber hinaus keine weitere Rissbildung stattfindet. Dieser Rissbreitenwert ist viel größer als der Grenzwert von 0,33 mm nach AASHTO.

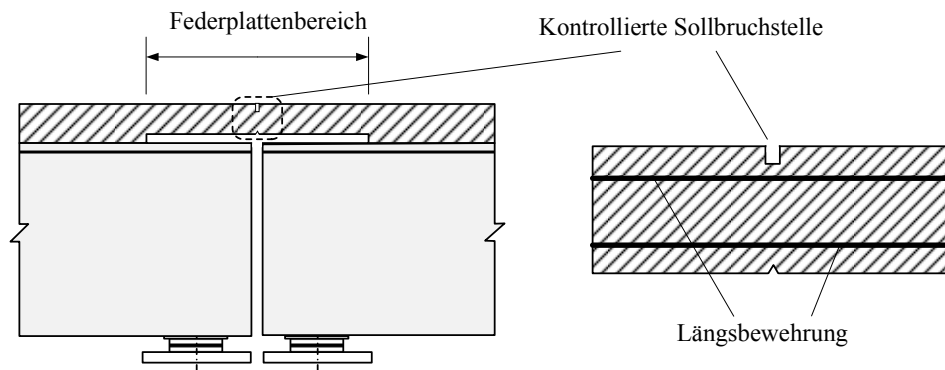


Abbildung 2.4: Federplatte mit kontrollierter Sollbruchstelle in den USA

Im Jahr 1968 hat Speck (1969) einen Großversuch an Talviadukten mit ca. 0,20 m starken und ca. 0,60 m frei gespannten Federplatten durchgeführt. Dieser Federplattentyp wurde danach im Bünztal-Viadukt zusammen mit einer Reihe von 31,3 m gespannten einfachen Balken angewendet (siehe Abbildung 2.5).

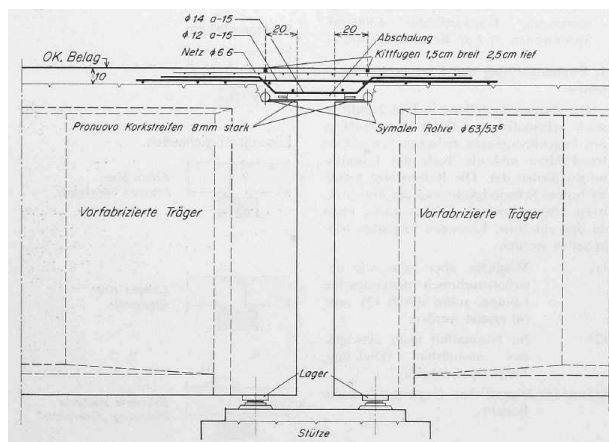


Abbildung 2.5: Schnitt durch den Übergang des Bünztal-Viadukts [Speck (1969)]

Die erste Federplatte in Bayern wurde 1964 bei einer schiefwinkligen (45°) Brücke über die Autobahn Nürnberg-München bei Ingolstadt eingesetzt [Wagner & Büchting (1981)]. Bei einer Länge der Fertigteilträger von 39,5 m wies die Federplatte eine Dicke von 20 cm, bei einer freien Länge von 2 m auf. Vor dem Betonieren dieser Federplatte brachte man hier in den Feldern eine verhältnismäßig große Ballastierung auf, um die Federplatte unter der später wirkenden ständigen Last, wie z.B. dem Eigengewicht des Belages, nicht stark zu beanspruchen. Diese Ballastierung wurde bei den folgenden Bauwerken nicht mehr benötigt.

In den 1970er und 1980er Jahren wurden in Deutschland viele Brücken unter Verwendung von Fertigteilträgern mit Federplatten gebaut [Zilch und Weiher (2006)]. Am häufigsten

wird diese Bauweise bei kürzeren Bauwerken mit 30 m bis ca. 40 m Einzelstützweite angewendet. Häufigste Einsatzbereich sind Talbrücken aber auch Autobahnüberführungen:

- Die Köferinger Talbrücke ist die höchste Brücke mit 30 m über Gelände, errichtet im Zuge der Autobahn Nürnberg-Amberg mit Stützweiten von 7 x 31 m.
- Die längste Talbrücke mit Federplatten ist die Hangbrücke Kinding mit ca. 630 m Länge der Autobahn Nürnberg-München in einer Wendeklothoide mit der BAB750/550 mit Radien von 2400 m und 1000 m. Die Brücke hat eine Stützweite von 31,5 m, einen Regelquerschnitt von 37,5 m, eine maximale Längsneigung von 4% und eine maximale Querneigung von 6%.
- Die Brücke über den Bahnhof Feucht bei Nürnberg im Zuge der Autobahn Nürnberg-München ist die am weitesten gespannte Brücke mit Stützweiten von 45m. Jede Richtungsfahrbahn hat 3 Fahrstreifen und eine Standspur. Die Gesamtbreite beider Überbauten beträgt 37,50m.

Insgesamt sind in Bayern an mindestens 380 mehrfeldrigen Spannbetonfertigteilbrücken 790 Federplatten gebaut worden. Der Muster-Entwurf einer Federplatte ist in der EZTV-K Bayern (1990) dargestellt (siehe Abbildung 2.6). Nach dem Muster-Entwurf soll die Länge der Federplatte nicht kleiner als 1,5 m sein und die Trennschicht zwischen Federplatte und Fertigteilträgern eine Mindestdicke von 2,5 cm haben.

In Jahr 2006 haben Zilch und Weiher (2006) über das Ergebnis von Zustandsuntersuchungen an deutschen Spannbetonbrücken berichtet. Zehn der 18 untersuchten Brücken wurden mit Federplatten gebaut. Acht der 18 Brücken wiesen keinerlei Schädigungen an den Federplatten auf. Dies zeigt die hohe Zuverlässigkeit von in der Vergangenheit in Deutschland errichteten Federplatten. Bei zwei Bauwerken konnte keine Information über den Zustand eingeholt werden.

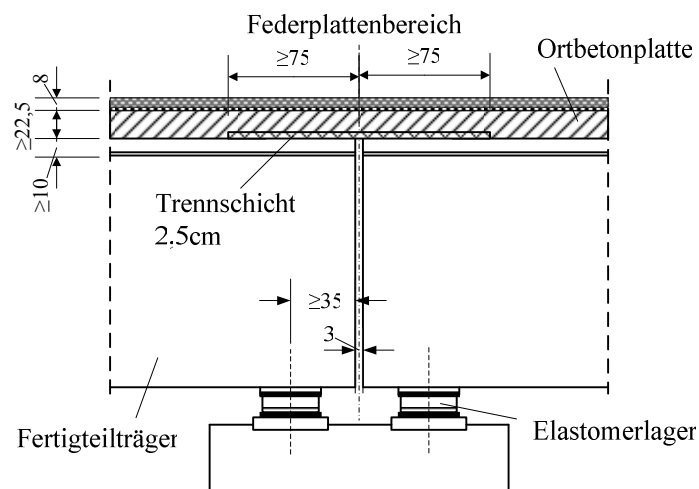


Abbildung 2.6: Federplatte nach EZTV-K Bayern (1990)

Die im Jahr 1983 entstandene Thang-Long Brücke war die erste Brücke Vietnams aus Fertigteilen mit integriertem System einer Federplatte und hat eine Gesamtlänge von 523,2m. Die einzelnen Federplatten haben eine ähnliche Konstruktion wie die in Deutschland vorgeschlagene Federplattenkonstruktion und sind 0,15 m dick, 2,72 m lang und mit einer 2 cm dicken Trennschicht zu den Trägern versehen. Nach 20-jährigem Einsatz wurden Schädigungen an der Oberfläche der Fahrbahnplatten und auch an den Federplatten, wie z.B. Abplatzungen infolge Feuchtigkeitseintritts, entdeckt, obwohl keine große Rissbildung auftrat.

In den letzten Jahren wurde bei zahlreichen Brücken eine Variante der Federplatte entsprechend Abbildung 2.7 angewandt, besonders bei Zufahrtsbrücken zu großen Brücken. Hier ist eine Trennschicht zwischen Federplatte und Fertigteilträgern nicht nötig. Ein Vorteil dieser Bauweise liegt in der einfachen Herstellung der Fahrbahnplatte in gekrümmten Brücken. Gleichzeitig ergibt diese Lösungsvariante eine Verringerung der Stützweiten der Einzelträger bei gleicher Brückenlänge. Nachteile dieser Variante sind hohe Zwangbeanspruchungen aus Feldern und Grenzung der maximalen Länge der Federplatte, die hier von Pfeilerabmessungen abhängt und daher ca. 2,2m beträgt.

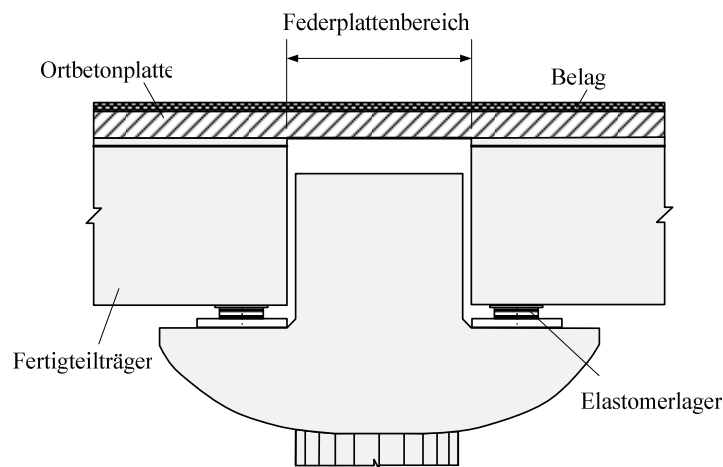


Abbildung 2.7: Typ der in Vietnam angewandten Federplatten

Zur Beschränkung der Rissbreite in Federplatten haben Li u. a. (2003) in der letzten Zeit versucht Faserbeton bei Federplatten einzusetzen. Sie haben ein neues Material entwickelt, nämlich den ECC (Engineered Cementitious Composite), dessen Zugdehnung ca. 350 Mal größer ist als die von Normalbeton. Nach den Versuchsergebnissen tritt in den Bauteilen unter den Lastbeanspruchungen nur eine sehr geringe Rissbreite auf, die im Bruchzustand unter 0,10 mm liegt. Die Baukosten für Federplatten aus Faserbeton sind noch sehr hoch, ca. zehnmal höher als bei Normalbeton.

2.2.6 Lagerung

Bei Fertigteilträgerbrücken mit Federplatten kommt häufig Elastomerlager zum Einsatz, da zur Reduzierung der Zwangskraft in Brückenlängsrichtung auf die Federplatte die Einfeldträger beweglich gelagert sein sollen. Bei langen Brücken sollte ein festes Lager in Brückenmitte angeordnet werden und von hier ausgehend in beiden Richtungen verschiebbliche Lager angeordnet werden.

2.3 Beanspruchungen von Federplatten

Die Beanspruchungen von Federplatten lassen sich in folgende Belastungsarten unterteilen:

Direkte Einwirkung aus Vertikallasten:

- Eigengewicht der Federplatte,
- Verkehrslasten,
- Schnee und
- Temperatur.

Indirekte Einwirkung aus Auflagerverdehnung bzw. –verschiebung der Träger:

- Verformungen aus sonstigen Eigenlasten,
- Gleichlast durch Mehreinbau und Belag für die Ausgleichsgradienten,
- Gleichlast für eventuellen späteren Belag,
- Verkehrslasten,
- Temperaturunterschiede,
- Abfließen der Hydratationswärme,
- Setzungsdifferenzen der Pfeiler,
- unterschiedliches Zusammendrücken der Lager,
- Pfeilerschiefstellungen bzw. –verdrehungen,
- zeitabhängige Verformungen aus Konstruktionseigenlast der Fertigteilträger und Ortbetonplatte, aus Vorspannung der Fertigteilträger und aus Schwinddifferenz.

Unter Lastbeanspruchungen weist die Federplatte ein Haupttragverhalten in Brückenlängsrichtung auf, welches unter den beschriebenen Einwirkungen die Federplatte in den in Abbildung 2.8 dargestellten Beanspruchungen zeigt.

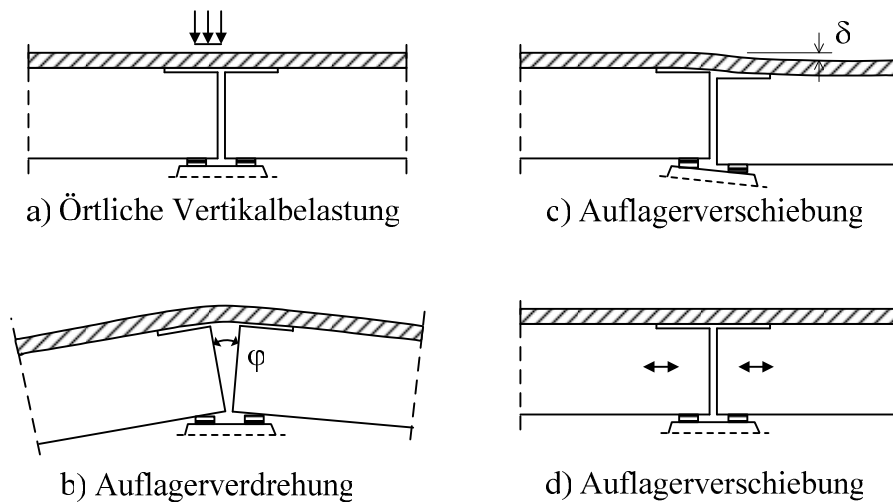


Abbildung 2.8: Beanspruchungen und Verformungen im Fugenbereich [Goris (1989)]

Dabei spielt die Verdrehung der Trägerenden eine entscheidende Rolle für das Verhalten der Federplatte. Wird nur die Verdrehung der Trägerenden betrachtet, lässt sich die Verdrehungsgröße nach der Beanspruchungsart klassifizieren (siehe Abbildung 2.9) [Speck (1969)].

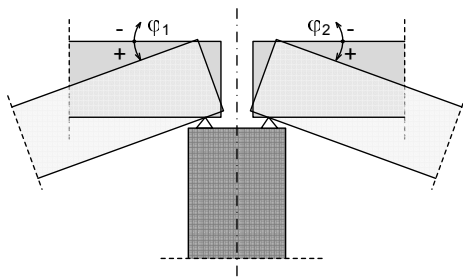


Abbildung 2.9: Verdrehung der Träger

Bezeichnung	φ	Vorzeichen φ
Ständige Belastung	$\varphi_1 \approx \varphi_2$	+
Temperatur	$\varphi_1 \approx \varphi_2$	\pm
Verkehrslast	$\varphi_1 \neq \varphi_2$	\pm
Schwinden des Belages	$\varphi_1 \approx \varphi_2$	+
Setzungen	$\varphi_1 \neq \varphi_2$	\pm
Stützenkopfverdrehung	$\varphi_1 = -\varphi_2$	

2.4 Bemessung von Federplatten

2.4.1 Einführung

Die Länge der Federplatte darf nicht zu kurz aber auch nicht zu lang sein. Sie muss im Gleichgewicht zwischen der indirekten Beanspruchung aus den Trägern und der direkten Beanspruchung auf der Federplatte gewählt werden. Bei Federplatten aus Stahlbeton wird Rissbildung als wesentliches Konstruktionsprinzip vorausgesetzt.

Die Bemessung von Federplatten erfolgt nach folgenden Kriterien [Rossner (1988)]:

- Tragfähigkeit im rechnerischen Bruchzustand
- Gebrauchstauglichkeit durch Rissbreitenbeschränkung
- Gebrauchstauglichkeit unter Wechselbeanspruchung
- Mindestbewehrung

2.4.2 Schnittgrößenermittlung

In bisherigen Untersuchungen des Federplattenverhaltens wurde in der Regel die linear-elastische Theorie angewandt. Das hierauf basierende Berechnungsverfahren bietet eine Vereinfachung der Schnittgrößenermittlung. Hierbei spielt die Abschätzung der Steifigkeit der Brückentragelemente eine entscheidende Rolle für die Berechnungsergebnisse. Die Steifigkeit der vorgespannten Träger kann noch im Zustand I ohne Rissbildung angenommen werden. Die Schwierigkeit liegt in der Bestimmung der Steifigkeit der Federplatte, da die Federplatte im Allgemeinen in Zustand II übergeht und daher einen gerissenen Querschnitt aufweist. Das Tragverhalten von Federplatten hängt nicht nur von der Lasthöhe und der Lastgeschichte, sondern auch von Zeiteffekten (Kriechen und Schwinden) und Randbedingungen wie z.B. die Steifigkeiten von Lagern und Pfeilern ab.

Federplatten werden im Wesentlichen auf Biegung beansprucht. In Deutschland wird die wirksame Biegesteifigkeit der Federplatte sehr oft nach der allgemeinen Formel für Stahlbetonbauteile vom Grasser (1972) abgeschätzt (siehe Tabelle 1.1). Die Verwendungen der Beziehungen nach Goris (1985) und Rossner (1988) zur Abschätzung der wirksamen Biegesteifigkeiten der Federplatte führen im Vergleich miteinander zu einer großen Abweichung der berechneten Auswirkungen auf die Federplatte.

In den USA wird die wirksame Biegesteifigkeit der Federplatte deutlich anders eingeschätzt. Gastal (1986), Okeil und ElSafty (2005) setzen die Biegesteifigkeit der Federplatte auf Null und berücksichtigen nur die Zug/Druckfestigkeit der Federplatte. Caner (1997) berücksichtigt das nichtlineare Verhalten der Federplatte. Nach seinem Berechnungskonzept wird die Federplatte in drei Regionen unterteilt, die gerissene Region in der Mitte und die ungerissene Regionen an beiden Enden der Federplatte. Für die gerissene Region verwendet er die Biegesteifigkeit des gerissenen Querschnittes. Für die anderen Regionen wird ein Mittelwert der Biegesteifigkeiten von ungerissenen und gerissenen Querschnitten angesetzt. In einer Untersuchung der Federplatte unter Erdbebenlasten von Sevgili (2007) wurde für die Federplatte 35 Prozent der Biegesteifigkeit des ungerissenen Querschnittes eingesetzt. Die unterschiedlichen Abschätzungen der Biegesteifigkeit der Federplatte sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst.

Autor	Biegesteifigkeit der Federplatte
Goris (1985)	$K_B = 0,65 \cdot E_c I_c$
Gastal (1986) Okeil und ElSafty (2005)	$K_B = 0$
Rossner (1988) EZTV-K Bayern (1990)	$K_B = [0,2 + 6(\rho_1 + \rho_2)] \cdot E_c I_c$
Caner (1997)	$K_B = E_c I_{c,crack}$ für die mittlere Region $K_B = E_c \frac{(I_{c,crack} + I_c)}{2}$ für andere Regionen
Sevgili (2007)	$K_B = 0,35 \cdot E_c I_c$
Lepech & Li (2009)	$K_B = E_c I_c$ für Federplatte aus Faserbeton (ECC)

Tabelle 2.2: Abschätzung der Biegesteifigkeit der Federplatte

Zur Modellierung der Federplatte wurden in vorherigen Untersuchungen verschiedene Finite Elemente verwendet. Zu der Stabelementgruppe habe es die Autoren Gastal (1986), El-Safty (1994), Caner (1997), Lepech und Li (2009) gezählt; zu der Scheibenelementgruppe die Autoren Goris (1985), Rossner (1988); zu der Volumenelementgruppe die Autoren Sevgili (2007).

Für jede Federplatte sollen die Querschnitte in der Mitte und am Ende der Federplatte betrachtet werden, weil an diesen Querschnitten extreme Schnittgrößen auftreten. In vielen Untersuchungen an Federplatten in den USA wurde nur der Mittelquerschnitt der Federplatten berücksichtigt [El-Safty 1994, Caner 1997, Lepech und Li 2009]. Zur Berechnung der maximalen Beanspruchung der Federplatte wird häufig die maximale Verdrehung des Trägerendes φ_{\max} unter den Verkehrslasten und unter Verwendung eines Einfeldträgermodells bestimmt. Caner und Zia (1998) sowie Li und Kim (2003) setzen diesen maximalen Wert φ_{\max} als Zwangsverdrehung an beiden Endpunkten der Federplatte zur Schnittgrößenermittlung an (siehe Abbildung 2.10 und Abbildung 2.11).

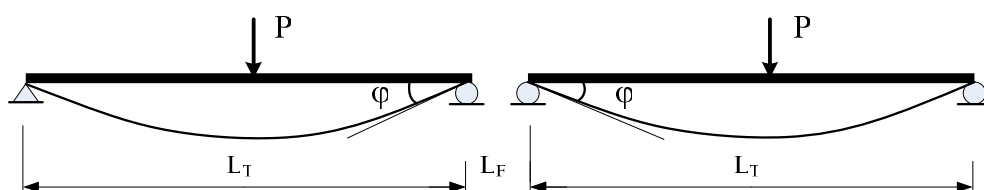


Abbildung 2.10: Berechnungsmodell nach Li und Kim (2003), Caner und Zia (1998)

Das negative Moment der Federplatte wird dann wie folgt ermittelt und zur Bemessung der Federplatte verwendet.

$$M_{\max} = \frac{2 \cdot E_F I_F}{L_F} \varphi_{\max} \quad (2.1)$$

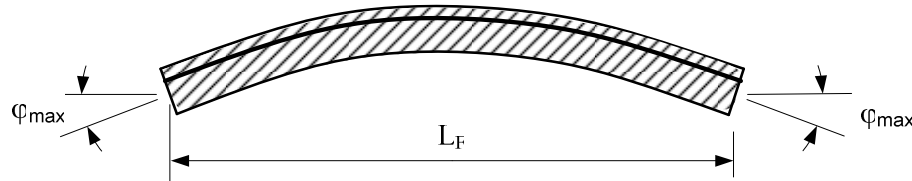


Abbildung 2.11: Berechnungsmodell für Federplatte [Caner und Zia (1998)]

Die obigen Berechnungen von Caner und Zia (1998) sowie von Li und Kim (2003) stellen nicht den ungünstigsten Fall der Beanspruchung der Federplatte dar. Mit den Zwangsverdrehungen φ_{\max} an beiden Endpunkten der Federplatte kann zwar die größte Beanspruchung in der Federplattenmitte das Moment im Mittelpunkt der Federplatte maximal modelliert werden, aber das negative Moment am Endpunkt der Federplatte kann größer sein, wenn die Verkehrslast nur auf einem Feld oder direkt auf der Federplatte steht. Deshalb führt das obige Berechnungsmodell zu einer unzuverlässigen Bemessung der Federplatte.

In seiner Dissertation hat Goris (1985) die Federplatte durch Scheibenelemente im linear-elastischen Finiten Elementen Programm FLASH modelliert. Er betrachtet beides, globales und lokales Tragverhalten der Federplatte in Abhängigkeit von der Position der Verkehrslasten. Seine Berechnungen liegen auf sicherer Seite, da er einen relativ großen Wert der Biegesteifigkeit der Federplatte (65% $E_c I_c$) verwendet.

2.4.3 Nachweise

Hergestellt aus Stahlbeton wird die Federplatte wie ein typisches Stahlbetonelement bemessen. Die Nachweise für die Federplatte sind nach DIN-1045-1 (2009), DIN-FB 102 (2009) zu führen. Ergänzend ist ein zusätzlicher Nachweis der Schwingbreitengrenzung bzw. gegen Ermüdung erforderlich.

2.5 Ermüdungsverhalten und Lebensdauer von Federplatten

2.5.1 Allgemeines

Als Verbindungselement weist die Federplatte unter Belastung ein kompliziertes Tragverhalten auf. Wegen der geringen Steifigkeit im Vergleich mit den vorgespannten Fertigteilträgern hängt das Verhalten signifikant von den Verformungen der benachbarten Träger ab. Auf der Seite des Material- und des Tragwerksverhaltens ist die Steifigkeit der Federplatte nicht konstant und ändert sich über die Lebensdauer in Abhängigkeit der auftretenden Wechsellasten. Hierbei wird das Ermüdungsverhalten der Federplatte meist durch Lastwechselbeanspruchungen aus Verkehr entscheidend beeinflusst. Unter wiederholter Belastung tritt die Schädigung des Materials allmählich auf, insbesondere was den Verbund zwischen Beton und Betonstahl betrifft. Diese Ermüdungsschädigung ruft eine Abnahme der Steifigkeit der Federplatte hervor. Eine einfache Abschätzung der Steifigkeit der Federplatte, z.B. nach Grasser (1972), ist für die Ermüdungsberechnung der Federplatte aus diesem Grund nur bedingt genau. Ein neues wirklichkeitsnahes Berechnungsmodell für die Federplatte durch wiederholte Belastung ist daher zu entwickeln.

2.5.2 Bedeutung von Temperaturbeanspruchung

Temperaturänderungen können Zug- und Druck- sowie Biegebeanspruchungen der Federplatte verursachen. Ein Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterseite des Trägerquerschnittes führt zu einer Trägerverkrümmung, die eine Biegebeanspruchung aus Zwang für die benachbarte Federplatte hervorruft. Abhängig vom Vorzeichen des Temperaturunterschieds kann die Krümmung der Federplatte eine positive oder eine negative Momentbeanspruchung hervorrufen. Konstante Temperaturänderungen führen zu Zug- und Druckbeanspruchung der Federplatte, welche von Lagersteifigkeit in Brückenlängsrichtung und der Länge der Brücke abhängen. Insofern ist die Berücksichtigung von Temperatureinwirkungen für die Bestimmung des Bewehrungsgehaltes von Bedeutung.

Obwohl die Temperaturbeanspruchung eine große Auswirkung auf die Federplatte verursachen kann, ist ihre Änderungsfrequenz relativ gering. Temperaturbeanspruchungen spielen daher für das Ermüdungsverhalten nur eine untergeordnete Rolle. Für die detaillierten Ermüdungsnachweise wird daher auf eine Berücksichtigung der Temperatureinwirkung verzichtet.

2.5.3 Ermüdung der Federplatte unter Verkehrsbelastung

In Folge der erheblich höheren Auftretensfrequenz der Verkehrsbelastung im Vergleich zu Temperaturwechsel spielt die Beanspruchung durch Verkehr eine entscheidende Rolle bei der Ermüdung von Federplatten. Wenn ein Schwerfahrzeug die Brücke überfährt, biegt sich die Federplatte entsprechend der Laststellung auf der Brücke nach oben oder unten.

Jeder SLW hat oft mehr als zwei Lastachsen. Bei sehr schweren Lastwagen kann es bis zu acht Lastachsen geben (siehe Abbildung 2.12). Bei relativ kurzen Längen der Federplatten, die meist zwischen 1,5 m bis 4,0 m liegen, und Trägerstützweiten von mehr als 20 m wird deutlich, dass die Lastwechselzahl der Federplatte vielfach größer ist als die der Träger. Die Lastwechselzahl bei der Federplatte hängt von den Abständen der Fahrzeuglastachsen und der Federplattenlänge ab. Unter der vom SLW erzeugten Beanspruchung ist die Lastwechselzahl bei der Federplatte üblicherweise größer als 2. Dies führt zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens von Federplatten unter Verkehrsbelastungen in der geplanten Nutzungsdauer. Der Ermüdungsnachweis von Federplatten, basierend auf der Schwingbreitenbeschränkung ohne Berücksichtigung der Lastwechselzahl (wie z.B. in [Rossner (1988)]), kann zu einer Unterschätzung der Ermüdung von Federplatten führen.

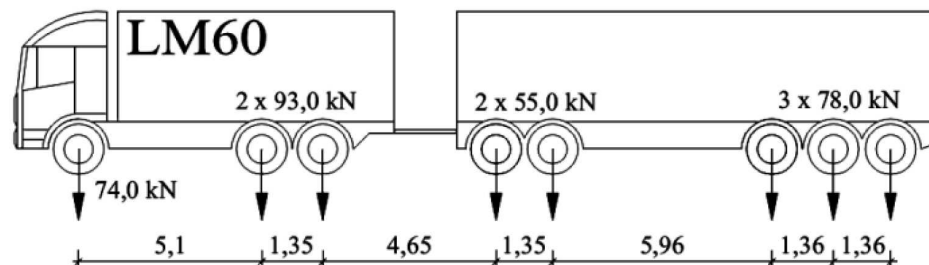


Abbildung 2.12: Schwerverkehrsfahrzeug [Grünberg (2007)]

Außerdem führt die erwartete Zunahme des Schwerverkehrsaufkommens zu größeren Ermüdungsbeanspruchungen an Brückentragwerken und dementsprechend an den Federplatten. Die Zunahme des Schwerverkehrs tritt nicht nur in Form des Lastgewichts, sondern auch über die Anzahl der Überfahrten auf. Eine verbesserte Abschätzung der Lebensdauer der Federplatte in bestehenden Brücken sowie in neuen Brücken ist daher dringend erforderlich.

Neben der Geometrie der Anordnung der Lastachsen hat die Fahrzeugstellung innerhalb der Fahrsteifen in Brückenquerrichtung einen signifikanten Einfluss auf die Größe der lokalen Zustandsgrößen. Um dies zu illustrieren, wurde eine Studie zur Abschätzung der räumlichen Lage der größten lokalen Auswirkung für die Federplatte des Typs F1 infolge des SLW durchgeführt. Zu diesem Zweck wurde an sechs ausgewählten Positionen an der Federplatte jeweils die Einflusslinie für die Einwirkung einer Bemessungslastachse nach DIN-FB 101 (2009) berechnet. Die Anordnung der Lastachse und die ausgewählte Position kann der Abbildung 2.13 entnommen werden. Als maßgebende Zustandsgrößen zur Abschätzung der Auswirkung der Anordnung der Lastachse in Brückenquerrichtung

wurden die Biegemomente m_x und m_y gemäß Abbildung 2.13 definiert. Die Einflusslinien für Biegung in Brückenlängs- und Brückenquerrichtung für die betrachteten Positionen sind in Abbildung 2.14 und Abbildung 2.15 dargestellt.

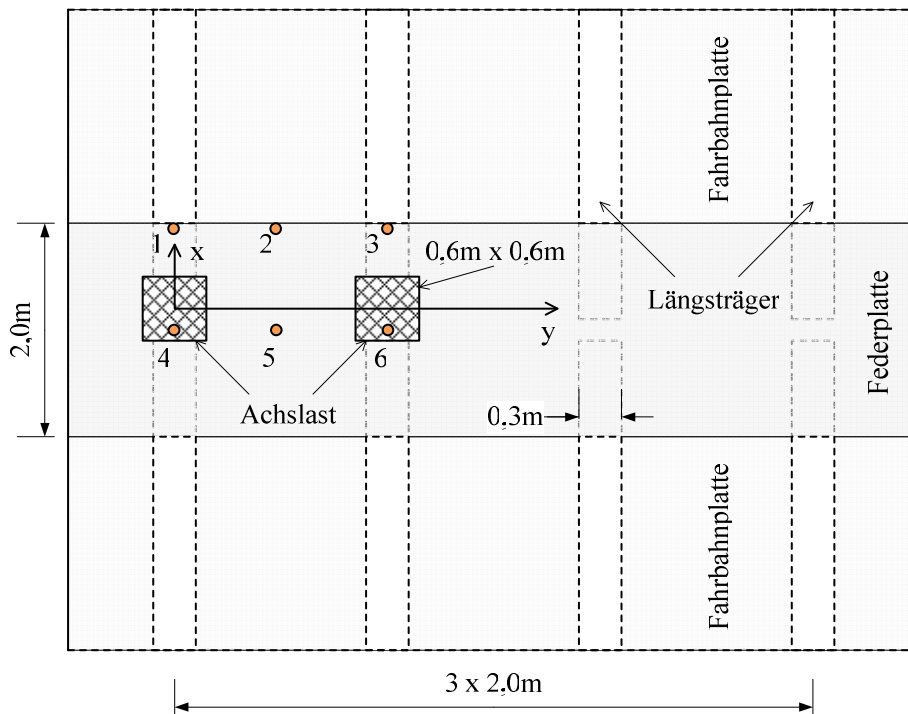


Abbildung 2.13: Anordnung der Lastachse und ausgewählte Positionen zur Auswertung

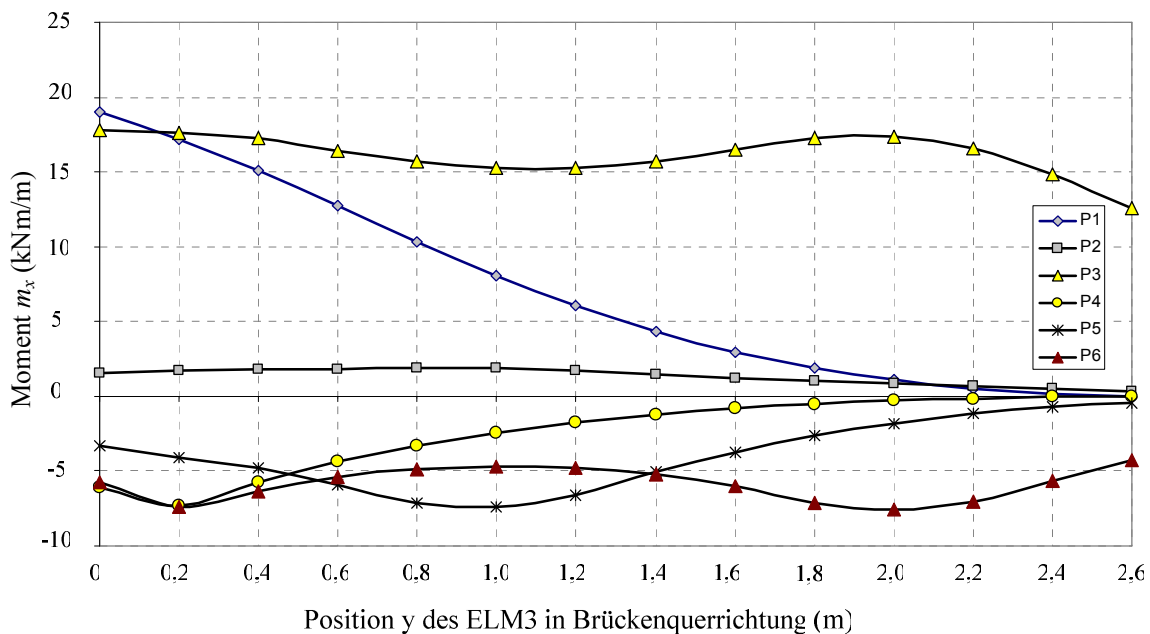


Abbildung 2.14: Biegemomente m_x der Federplatte bei betrachteten Punkten in Abhängigkeit von der Position der Verkehrslasten in Brückenquerrichtung (kNm/m)

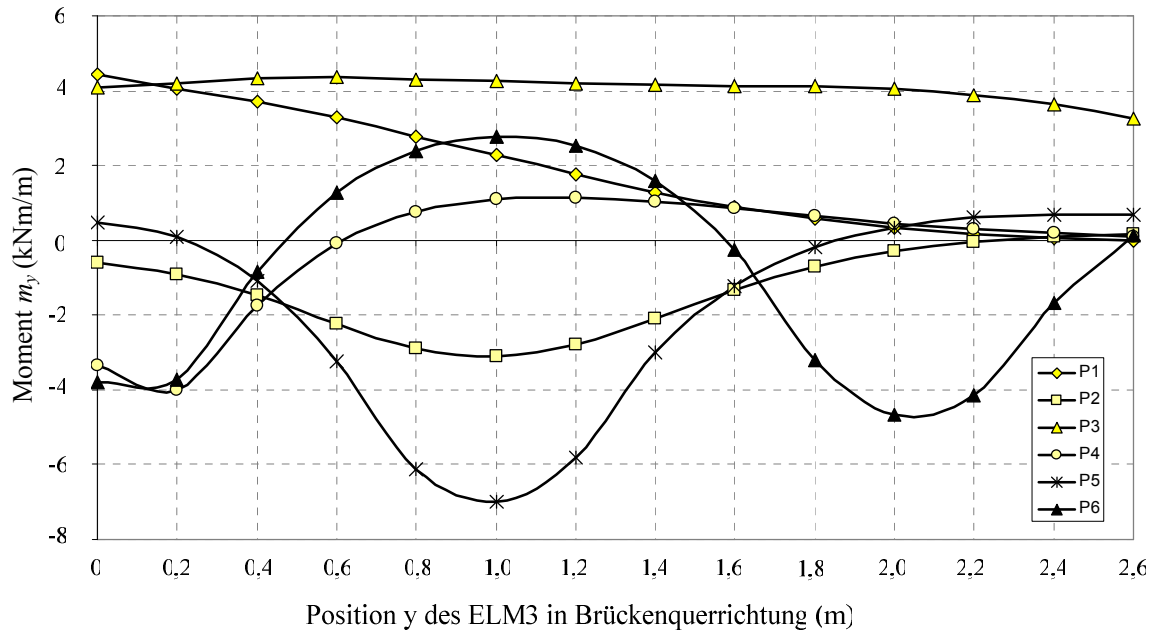


Abbildung 2.15: Biegemomente m_y der Federplatte bei betrachteten Punkten in Abhängigkeit von der Position der Verkehrslasten in Brückenquerrichtung (kNm/m)

Es zeigt sich, dass die Positionen im Verbindungsbereich zwischen Federplatte und Fertigteilträgern eine maßgebende Auswirkung m_x aufweisen (siehe P1 und P3 in Abbildung 2.14), während die Positionen zwischen den Längsträgern einen maximalen Wert der Zustandsgröße m_y aufzeigen (siehe P2 und P5 in Abbildung 2.15).

Anhand dieser Ergebnisse ist zu erkennen, dass sich ein Höchstmaß der Auswirkungen der Lastachse auf die Zustandsgrößen auf den Lastabtragsbereich des Randträgers einstellt. Aufgrund dieses Sachverhaltes wird bei den folgenden Untersuchungen an Federplatten des Typs F1 der Fokus auf den Randträger gerichtet. Sämtliche Betrachtungen zur Bewehrung in Brückenlängsrichtung im Zusammenhang mit dem Ermüdungsnachweis bei dem Federplattentyp F1 im Rahmen dieser Arbeit gelten hierbei nur für den mitwirkenden Bereich um die betrachtete Position. Eine Staffelung der Bewehrung neben dem untersuchten Bereich ist daher immer so vorzunehmen, dass die Ausnutzung der Bewehrung an der betrachteten Position weiterhin maßgebend ist. Bei einer Staffelung der Bewehrung im Stützbereich ist in diesem Zusammenhang jedoch zu beachten, dass sich hierdurch eine Veränderung der im Rahmen dieser Arbeit hergeleiteten Biegesteifigkeit der Federplatte ergeben kann. Eine mögliche Abweichung der berechneten Schnittgrößen kann sich dabei ungünstig für den Ermüdungsnachweis auswirken.

2.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Stand der Technik von Federplatten bei Fertigteilbrücken zusammenfassend dargestellt. Die Bauweise nimmt die Vorteile allgemeiner Fertigteilkonstruktionen bzw. von Fertigteilträgern auf und verhindert die Nachteile von Fahrbahnübergängen. Dank der bemerkenswerten wirtschaftlichen und technischen Effizienz wird der Einsatz von Fertigteilträgern meistens in Kombination mit Federplatten gewählt.

Zur Differenzierung der Einwirkungen wurden zunächst Betrachtungen zur Bedeutung von Temperaturbeanspruchungen vorgenommen. Aufgrund der geringen Änderungsfrequenz der Temperaturschwankungen gegenüber der Verkehrsbelastung wurden für die Ermüdungsberechnung die Auswirkungen aus Temperatur für unwesentlich befunden.

Für die Bemessung liegt die Schwierigkeit in der Bestimmung der Steifigkeit der Federplatte. Verschiedene Ansätze zur Bestimmung der Biegesteifigkeit der Federplatte werden vorgestellt. Die Abweichung der für den Vergleich ausgewählten Ansätze von 0 bis zum 100 Prozent der Biegesteifigkeit eines ungerissenen Querschnittes verdeutlicht die Problematik für die Berechnung und Bemessung von Federplatten.

Anschließend wurde das Ermüdungsverhalten der Federplatte dargestellt. Insbesondere unter Verkehrslasten weist die Federplatte ein kompliziertes Tragverhalten auf. Daraus lässt sich schließen, dass eine vertiefte Untersuchung des Ermüdungsverhaltens erforderlich ist. Zum Abschluss des Kapitels wurde der Einfluss der Anordnung der Lastachse in Brückenquerrichtung anhand einer Studie für den Federplattentyp F1 aufgezeigt. Der Randträger konnte dabei als maßgebend beanspruchtes Tragglied identifiziert werden. In den folgenden Kapiteln wird ein neues Berechnungsverfahren zur Modellierung des Ermüdungsverhaltens von Federplatten vorgestellt.

3 GRUNDLAGEN DES ERMÜDUNGSVERHALTENS VON STAHLBETONBAUTEILEN

3.1 Einführung

Die wechselnde und wiederholte Beanspruchung von Bauteilen verursacht Schädigungen in den Materialstrukturen und eine Abnahme der Leistungsfähigkeit des Materials. Dieses Phänomen wird als Ermüdung bezeichnet. In diesem Kapitel werden zunächst die allgemeinen Grundlagen des Ermüdungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen dargestellt. Anschließend wird die Betriebfestigkeit der Werkstoffe behandelt.

3.2 Ermüdungsverhalten von Stahlbetonbauteilen

3.2.1 Allgemeines

Das Ermüdungsverhalten eines Bauteils aus Stahlbeton stellt eine Kombination des Ermüdungsverhaltens aller Materialbestandteile dar. Nach Müller u. a. (1983) kann das Ermüdungsversagen analog zum Versagen unter ruhender Belastung durch die Ermüdung der Bewehrung oder des Betons ausgelöst werden. Bei biegebeanspruchten Bauteilen ist in der Regel das Ermüdungsverhalten der Bewehrung maßgebend. Zunächst wird das Ermüdungsverhalten von Beton, Betonstahl und Verbund erläutert.

3.2.2 Betonstahl

Die erste wissenschaftliche Erforschung des Ermüdungsverhaltens ist aus von Wöhler durchgeführten Versuchen für metallische Werkstoffe des Maschinenbaus in der Mitte des 19. Jahrhunderts bekannt [Wöhler (1863, 1866, 1870)]. Seitdem wurden viele Fortschritte auf dem Gebiet der Forschung über die Ermüdung von Werkstoffen erzielt. Die sogenannte Wöhlerlinie, die die Abhängigkeit der ertragenen Lastspielzahl von dem einwirkenden Belastungsverlauf zeigt, ist bis heute eine grundlegende Größe zur phänomenologischen Beschreibung des Ermüdungsverhaltens eines Werkstoffes.

Der Ermüdungsvorgang metallischer Werkstoffe ist umfangreich erforscht und kann in drei Phasen unterteilt werden: Verfestigung/Entfestigung, Mikrorissbildung und Rissausbreitung (siehe Abbildung 3.1a). Die erste Ermüdungsphase ist je nach Spannungsniveau und ursprünglichem Werkstoffzustand mit Verfestigungs- oder Entfestigungsvorgängen durch plastische Veränderung des Werkstoffgefüges verbunden. In der nächsten Ermüdungsphase werden die plastischen Verformungen an die Oberfläche umgelagert und führen zu

einer Mikrorissbildung. In der letzten Phase des Ermüdungsvorgangs breiten sich die Mikrorisse zu Makrorissen aus.

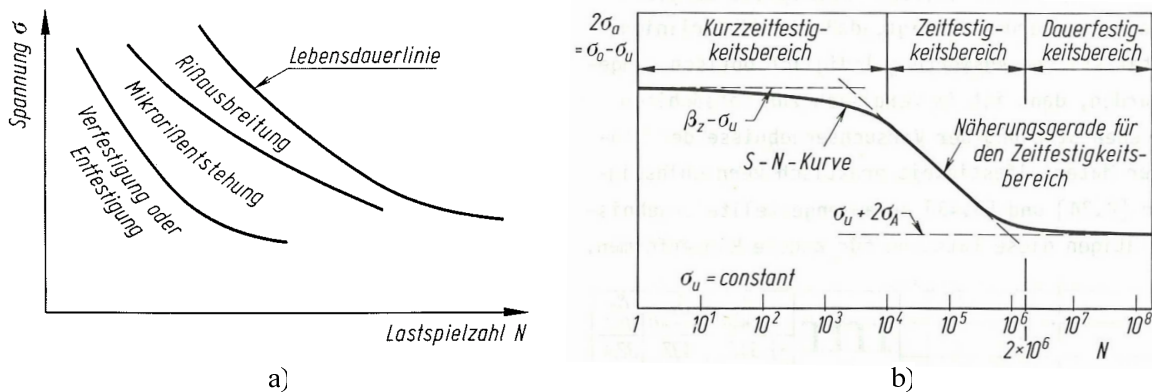


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Ermüdungsvorgangs a) und der Wöhlerkurve für Betonstahl (b) aus Müller u. a. (1983)

Abbildung 3.1b zeigt den Verlauf der Wöhlerlinie für Betonstähle. In Abhängigkeit der Schwingbreite weist die Wöhlerlinie drei Festigkeitsbereiche (Kurzzeitfestigkeit, Zeitfestigkeit und Dauerfestigkeit) auf. Viele durchgeführte Versuche bestätigen, dass bei Betonstählen ein Dauerfestigkeitsbereich mit der Lastspielzahl ab 10^7 angenommen werden kann [Müller und Keintzel, 1983].

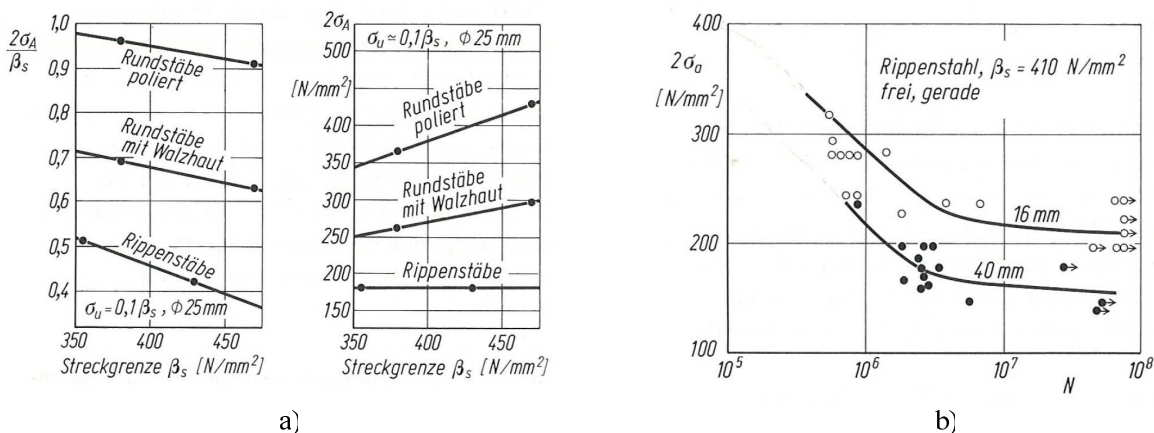


Abbildung 3.2: a) Einfluss der Materialfestigkeit und Oberflächengestaltung auf die Dauerfestigkeit und b) Einfluss der Stabdurchmessers auf die Ermüdungsfestigkeit [Müller u. a. (1983)]

Die Ermüdungsfestigkeit von Betonstählen wird von vielen Faktoren in unterschiedlichem Maße beeinflusst. Die wesentlichen Einflussfaktoren sind Güte, Durchmesser, Rippung und Krümmung der Stähle sowie Schweißbeignung und Korrosionsbedingungen. In Abbildung 3.2 werden die Einflüsse der Materialfestigkeit, der Oberflächengestaltung und des Durchmessers auf die Ermüdungsfestigkeit dargestellt. Für die Anwendung wird die idealisierte Wöhlerlinie für Betonstahl verwendet. Für Brückenbau ist die idealisierte

Wöhlerlinie für Betonstahl in Abbildung 3.3 dargestellt [DIN-FB 102 (2009)]. Man erkennt, dass ein Dauerfestigkeitsbereich nicht berücksichtigt wird, sondern die ertragbare Schwingbreite auch bei sehr hoher Lastspielzahl noch abnimmt.

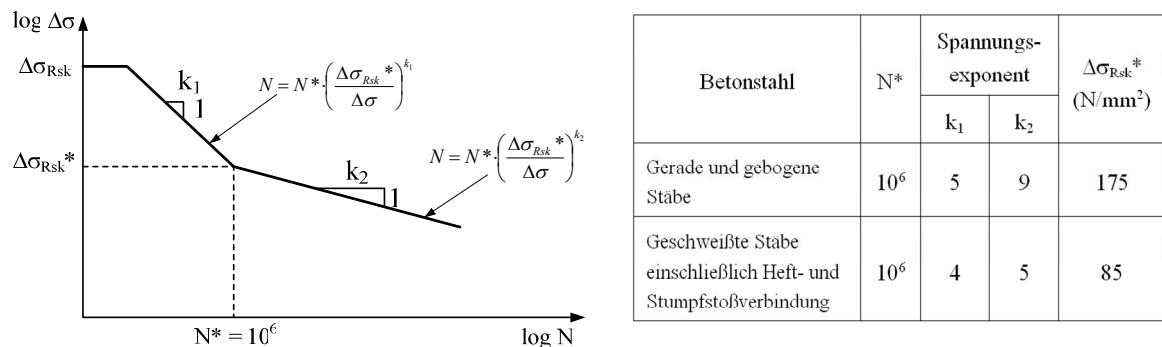


Abbildung 3.3: Form und Parameter der Wöhlerlinie für Betonstahl und Spannstahl [DIN-FB 102 (2009)]

3.2.3 Beton

Beton unter Ermüdungsbeanspruchung weist ein ähnliches Verhalten wie Stahl auf, das in drei Phasen eingeteilt werden kann. In der ersten Phase der Ermüdungsbelastung bis ca. 10% der ertragbaren Lastspielzahlen, wachsen die irreversiblen Verformungen stark an. In der zweiten Phase, bis zu ca. 80% der ertragbaren Lastspielzahlen, ist ein stetiger Zuwachs an irreversiblen Verformungen zu beobachten. Am Ende dieser Phase folgt eine dritte Phase mit instabilem Anwachsen der Verformungen und anschließendem Bruch (siehe Abbildung 3.4).

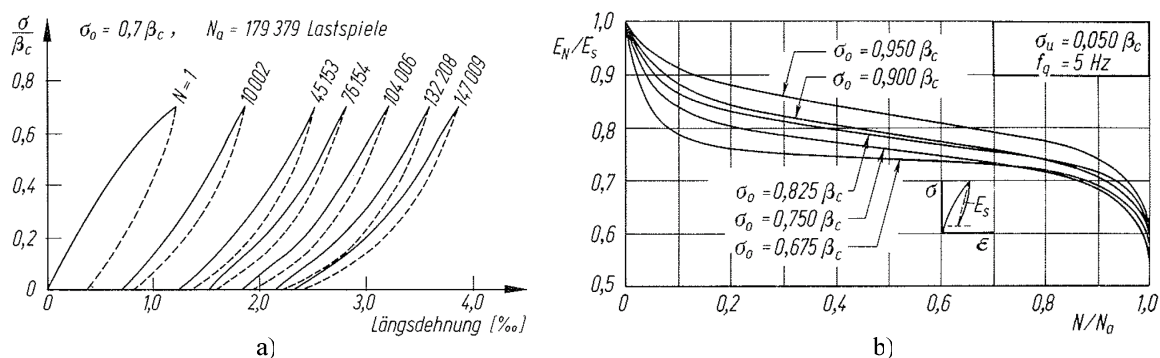


Abbildung 3.4: a) Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Abhängigkeit von Lastspielzahl und b) Verlauf des Sekantemoduls für verschiedene Spannungsverhältnisse [Holmen (1979), Müller und Keintzel (1983)]

Die Ermüdungsfestigkeit des Betons hängt besonders von der Belastungsfrequenz ab. Bei größeren Belastungsfrequenzen kann eine Zunahme der ertragbaren Lastwechselzahl

beobachtet werden (siehe Abbildung 3.5). Die Versuchsergebnisse von Klausen und Weigler (1979) für Beton unter Druckbeanspruchung bei unterschiedlichen Belastungsfrequenzen 0,1; 1; 10 und 200 Hz zeigen die Dauerfestigkeit für Normalbeton und Leichtbeton wie in Abbildung 3.5b dargestellt. Danach wurde für Normalbeton eine Quasi-Dauerfestigkeit von etwa $\Delta\sigma = 0,4f_c$ im Bereich zwischen 10^{10} und 10^{11} Lastspielen gefunden. Dies zeigt, dass Ermüdungsversagen des Betons im Brückenbau im Gebrauchszustand im Allgemeinen nicht auftreten kann.

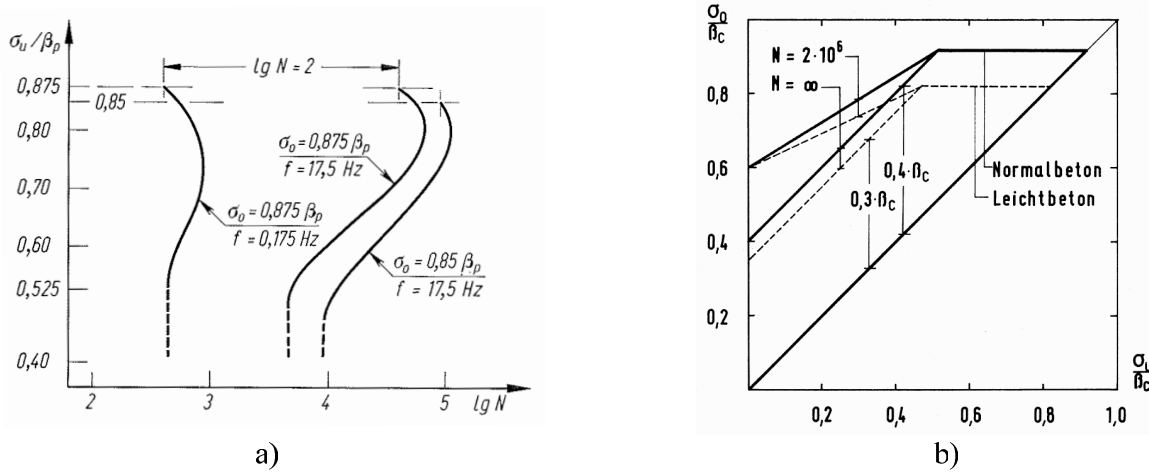


Abbildung 3.5: a) Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit und der Oberspannung auf die Bruchlastspielzahl [Reinhardt (1978)] und b) Goodman-Diagramm für Normalbeton und Leichtbeton [Klausen und Weigler (1979)]

Wöhlerlinien von druckbeanspruchtem Beton

Aktuell ist in der DIN 1045-1 (2008) eine normative Vorgabe für eine Wöhlerlinie für Beton zur Ermüdungsberechnung noch nicht gegeben. Allerdings konnte eine Formulierung der Wöhlerlinien von druckbeanspruchtem Beton in Danielewicz (1994) gefunden werden (siehe Gleichung 3.1).

$$\log N = 14 \cdot \frac{1 - E_{cd,max}}{\sqrt{1 - R}} \quad (3.1)$$

Hierbei ist

$$E_{cd,max} = \frac{\max|\sigma_{cd}|}{f_{cd,fat}}, \quad E_{cd,min} = \frac{\min|\sigma_{cd}|}{f_{cd,fat}}, \quad R = \frac{E_{cd,min}}{E_{cd,max}},$$

$$f_{cd,fat} = \beta_{cc}(t_0) \cdot f_{cd} \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \quad \beta_{cc}(t_0) = e^{0,2(1 - \sqrt{28/t_0})}.$$

Daraus ergibt sich die Wöhlerlinien für Beton unter Druckbeanspruchung wie in Abbildung 3.6 dargestellt. Mit diesem Ansatz kann eine Betriebsfestigkeitsberechnung für Beton unter Druckbeanspruchung durchgeführt werden.

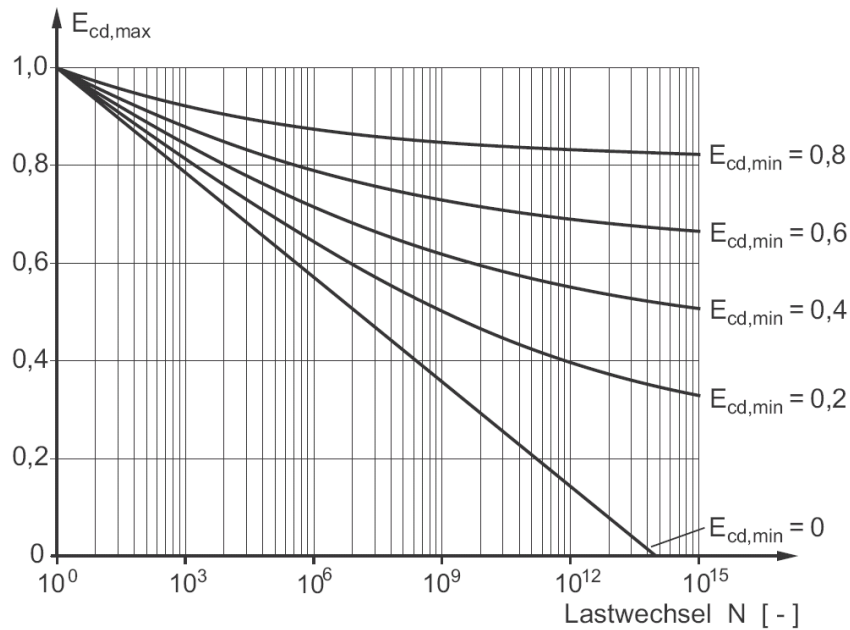


Abbildung 3.6: Wöhlerlinien von druckbeanspruchtem Beton [Zilch & Zehetmaier (2010)]

Betonverhalten unter wiederholter Beanspruchung

Für die Berechnung liegen zahlreiche Vorschläge zur Modellierung von Beton unter zyklischer Beanspruchung im nichtlinearen Bereich vor. In Müller und Keintzel (1983) werden verschiedenen Möglichkeiten der Idealisierung des Hysterese-Verhaltens unter wiederholter Belastung für einen beliebigen Punkt A auf dem abfallenden Ast der Einhüllenden angegeben, die in Abbildung 3.7 dargestellt sind.

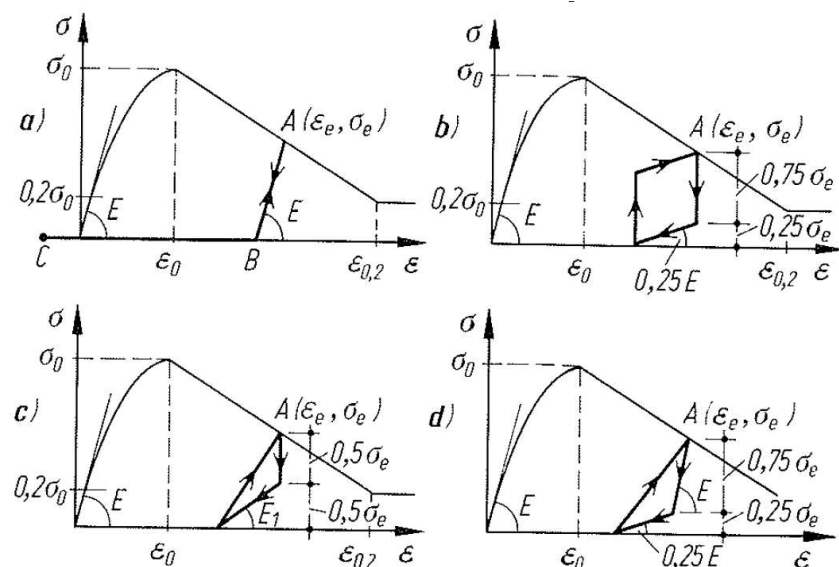


Abbildung 3.7: Verschiedene rechnerische Idealisierungen der Hystereseschleife [Müller und Keintzel (1983)]

Abbildung 3.8 stellt ergänzend die Ansätze für die rechnerische Beschreibung des Verhaltens von Beton unter wiederholter Belastung auf dem ansteigenden Ast der Betonkurve dar. Es ist zu erkennen, dass bei der Entlastung ein Elastizitätsmodul E_{c0m} des Betons verwendet wird.

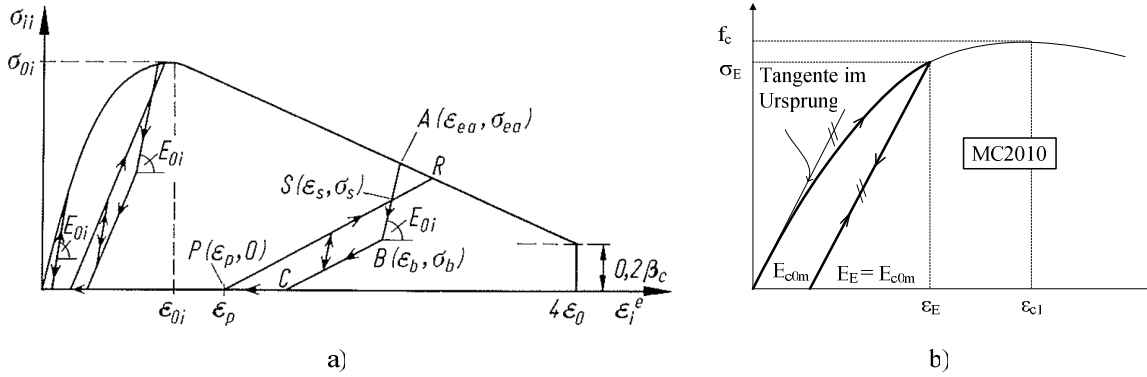


Abbildung 3.8: Hystereseschleife für die einachsige Beanspruchung a) aus Müller und Keintzel (1983) und b) nach MC2010 (2010)

Abschätzung der Ermüdungsdehnung

Unter zeitlich andauernder Belastung von Beton resultiert eine irreversible Verformung, welche als Kriechen bezeichnet wird. Dies tritt auch bei wiederholter Belastung auf. In MC2010 (2010) wird eine Abschätzung der Kriechdehnung des Betons angegeben. Dabei wird unterstellt, dass das Kriechen infolge wiederholter Belastung gleich zum Kriechen unter konstanter Mittelspannung $(\sigma_{c,max} + \sigma_{c,min})/2$ in einem Zeitraum $(t-t_0) = n/f$ verläuft. Hier sind n die zu einem Zeitpunkt gehörende Schwingspielzahl und f die Lastfrequenz. Dadurch kann die Dehnung bei maximaler Spannung infolge wiederholter Belastung für den Fall einer einwirkenden Betondruckspannung $|\sigma_{c,max}| < 0,6f_{ck}$ und $(|\sigma_{c,max}| + |\sigma_{c,min}|)/2 < 0,5f_{ck}$ wie folgt abgeschätzt werden:

$$\epsilon_{cf}(n) = \frac{\sigma_{c,max}}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_{c,max} + \sigma_{c,min}}{2E_c} \varphi(t, t_0) \quad (3.2)$$

Hierbei sind:

ϵ_{cf} – Dehnung bei der maximalen Spannung infolge wiederholter Belastung,

$\sigma_{c,max}$ – die maximale Spannung,

$\sigma_{c,min}$ – die minimale Spannung,

E_c – Elastizitätsmodul des Betons bei einem Alter von 28 Tagen,

$E_c(t_0)$ – Elastizitätsmodul des Betons bei Alter t_0 ,

$\varphi(t, t_0)$ – Kriechzahl, ermittelt wie bei Dauerbelastung,

t_0 – Alter des Betons bei Erstbelastung (Tage),

t – Alter des Betons zum Betrachtungszeitpunkt (Tage),

$(t - t_0) = 1/1440 (n/f)$ – Dauer der wiederholten Belastung (Tage),

n – Anzahl der Lastwechsel bei Frequenz f und

f – Frequenz der wiederholter Belastung (min^{-1}).

3.2.4 Verbund

Bei Stahlbetonbauteilen spielt der Verbund zwischen Beton und Betonstahl eine entscheidende Rolle. Um die Verbundwirkung zu aktivieren und den einbetonierten Bewehrungsstahl wirksam werden zu lassen, ist die Bildung von Rissen im Beton nötig. Im Allgemeinen weisen Stahlbetonbauteile Risse auf. Dabei hat die Verbundwirkung eine entscheidende Bedeutung für die Verteilung der Risse, die auftretende Rissbreite sowie die Steifigkeit und das Verformungsverhalten des Bauteils.

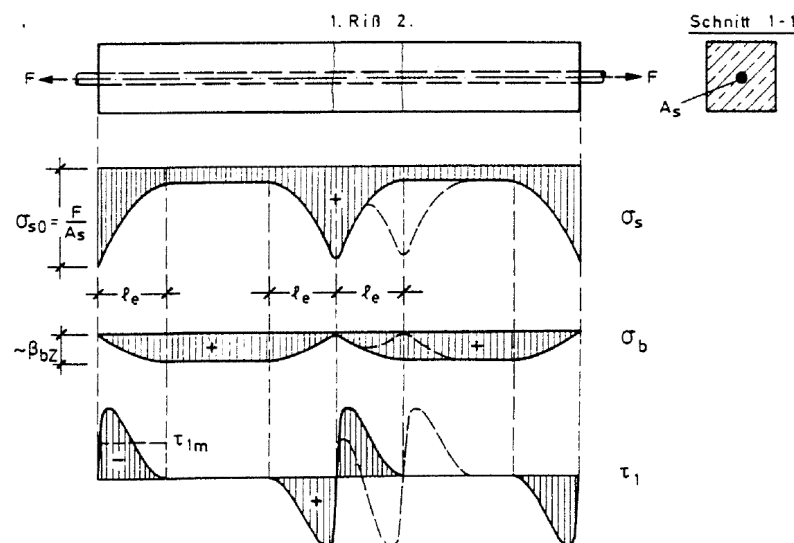


Abbildung 3.9: Verlauf der Stahl- und Betonspannung sowie der Verbundspannungen im gerissenen Stahlbetonkörper unter zentrischem Zug [Leonhardt (1973)]

Nach Leonhardt (1973) wird die Verbundspannung bei einem Schlupf zwischen Beton und Betonstahl von $s = 0,1 \text{ mm}$ als Rechenwert der Verbundfestigkeit für die Berechnung angenommen. Dieser Wert ist viel kleiner als die Verbundfestigkeit insbesondere bei Scherverbund, wobei ein Schlupf bis $s = 1 \text{ mm}$ erreicht werden kann. Nach MC90 (1990)

bzw. MC2010 (2010) kann die auftretende Verbundspannung in Abhängigkeit des Schlupfes bei ansteigendem Ast wie folgt beschrieben werden (siehe Abbildung 3.10a):

$$\tau(s) = \tau_{\max} \cdot \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad (3.3)$$

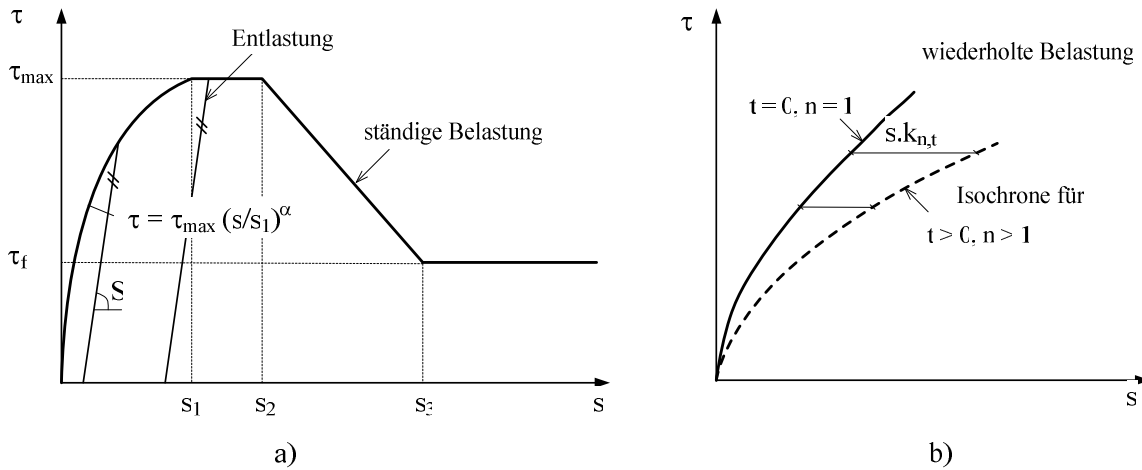


Abbildung 3.10: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach MC90 (1991)

Bei einer Entlastung ergibt sich eine lineare Beziehung zwischen Verbundspannung und Schlupf (siehe Abbildung 3.10a). Die Neigung S ist unabhängig vom Schlupf s und hat den Mittelwert $S = 200 \text{ N/mm}^3$. Unter wiederholter Belastung wird der Verbund zwischen Beton und Betonstahl schnell weich. Hierbei weist der Verbund ein ähnliches Verhalten wie unter Dauerlast auf. Damit kann die Abnahme der Verbundsteifigkeit durch eine Kriechzahl beschrieben werden, wobei im Gebrauchslastbereich lineares Kriechen angenommen werden kann. Aus vielen Versuchen haben Rehm und Eligehausen (1977) eine vereinfachte Formel für die Abschätzung der Verbundkriechzahl vorgeschlagen (siehe auch die Abbildung 3.11). Danach ergibt sich die Verbundkriechzahl k_n als eine Funktion der Lastwechselzahl n wie folgt:

$$k_n = (1 + n)^{0,107} - 1 \quad (3.4)$$

Die Beziehung zwischen Verbundspannung und Schlupf durch wiederholte Belastung ist in Abbildung 3.10b illustriert.

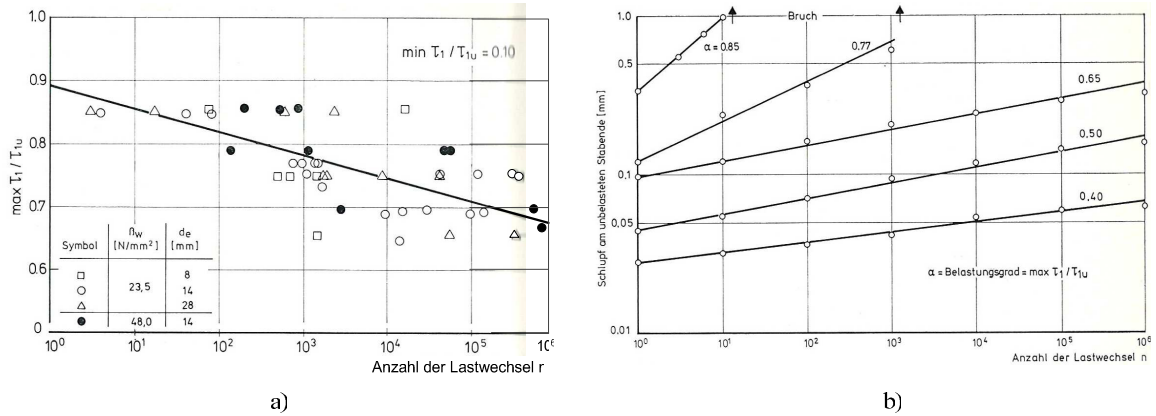


Abbildung 3.11: a) Wöhlerlinie der Verbundspannung und b) Zusammenhang zwischen Schlupf und Lastwechselzahl [Rehm und Eligehausen (1977)]

Querschnittssteifigkeit infolge Abnahme der Verbundsteifigkeit

Aufgrund der Abnahme der Verbundsteifigkeit unter wiederholter Belastung nimmt die Steifigkeit des Stahlbetonquerschnittes ab. Nach Leonhardt (1976) kann die Abnahme der Steifigkeit zu 1/3 bis 1/2 des Abstands $\Delta \epsilon_{ei}$ von der Linie des nackten Zustands II abgeschätzt werden (siehe Abbildung 3.12). Bei niedrigem Bewehrungsgrad und am Anfang der Rissbildung kann der Steifigkeitsabfall durch Lastwiederholung bis zu ca. 40% betragen.

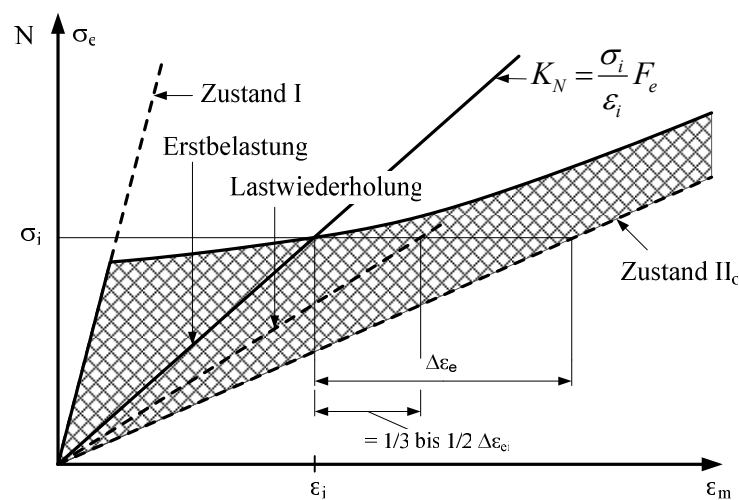


Abbildung 3.12: Annahmen für die Abnahme der Steifigkeit K_N durch Lastwiederholungen bis zur Spannungsstufe σ_i . [Leonhardt (1978)]

3.3 Betriebsfestigkeit

3.3.1 Allgemeines

Bei der Berechnung der Betriebsfestigkeit wird die Lebensdauer des betrachteten Bauteils rechnerisch ermittelt. Hierzu werden die auftretenden Belastungen den ertragbaren Beanspruchbarkeiten gegenübergestellt. Dabei werden zuerst die Beanspruchungskollektive definiert. Anschließend wird die Schädigung des Bauteils mit einer geeigneten Schadensakkumulationshypothese abgeschätzt. Im Folgenden werden die wesentlichen Grundlagen des für die Ermüdungsuntersuchung im Rahmen dieser Arbeit ausgewählten Verfahrens der Beanspruchungskollektive und der Schadensakkumulationshypothese dargestellt.

3.3.2 Rainflow-Zählung

Die Ermittlung der Beanspruchungskollektive kann mithilfe von Zählverfahren erfolgen. Die ersten Zählverfahren wurden für die Untersuchung der Ermüdungsschädigung in Flugzeugtragwerken entwickelt. Die wichtigen Zählverfahren sind die Spitzenzählung (*engl: peak counting*), die Zählung von Spitzen zwischen Grundbeanspruchungsdurchgängen (*mean crossing pick counting*), die Zählung von Bereichspaaren (*range-pair counting*), die Zählung der Überschreitungen von Klassengrenzen (*level crossing counting*), die Zählung von Bereichen und Mittelwerten (*range-mean counting*) und die Zählung von Bereichspaaren und Mittelwerten/Rainflow-Zählung (*range-paar range or rainflow cycle counting*) [Buxbaum (1992)]. Dabei weist die Rainflow-Zählung einen großen Vorteil auf, da neben Größe und Häufigkeit auch Informationen über die Reihenfolge der einzelnen Beanspruchungsschwankungen gesammelt werden können. Aufgrund dieses Vorteils wird die Rainflow-Zählung breit angewendet.

Die Rainflow-Zählung wurde von Matsuiski und Endo und unabhängig von de Jonge entwickelt [Radaj und Vormwald, 2007]. Damit werden zunächst die Werte zwischen einem lokalen Maximum und Minimum der Zeitreihen herausgefiltert und anschließend die Beanspruchungen in Klassen unterteilt, wobei die Unterteilung so erfolgt, dass ausreichend viele Lastsequenzen vorhanden sind. Die Vorgehensweise der Rainflow-Zählung ist in Abbildung 3.13 dargestellt.

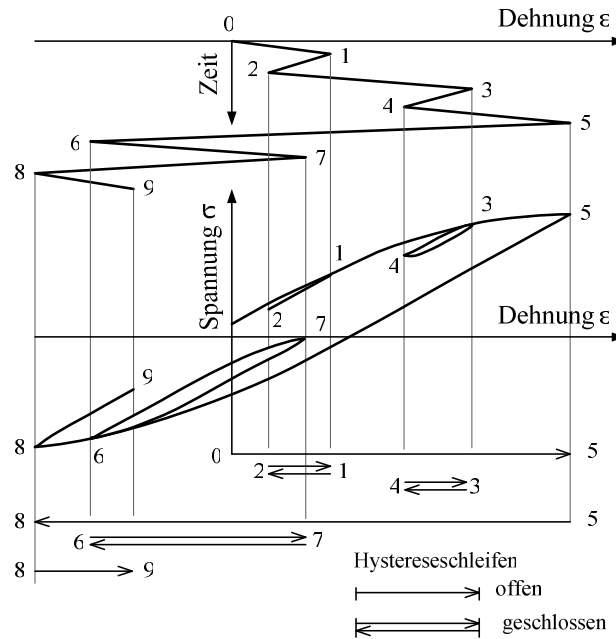


Abbildung 3.13: Rainflow-Zählung, Beziehung zwischen Dehnung-Zeit-Funktion, zyklischem Werkstoffverhalten und gezählten Hystereseschleifen [Radaj und Vormwald (2007)]

3.3.3 Lineare Schadensakkumulation

In der Regel sind tatsächliche wechselnde Lastbeanspruchungen ein Zufallsprozess in einem bestimmten Spannungsbereich. Die Schwingbreite und der Mittelwert bleiben dabei nicht konstant. Dagegen wird die Ermüdungsfestigkeit des Materials meist aus Wöhlerversuchen bestimmt, indem die Belastung sinusförmig zwischen zwei gleich bleibenden Lastgrenzen, meistens bei konstanter Frequenz, schwankt. Daher kann diese Werkstoffkenngröße nicht direkt in der Ermüdungsberechnung verwendet werden. Aus diesem Grund ist eine geeignete Theorie zur Ermittlung der Schadensakkumulation im Material erforderlich.

Eine einfache und häufig verwendete Theorie der Schadensakkumulation ist die Theorie von Palmgren und Miner mit der Hypothese einer linearen Akkumulation. Grundlage dieser Theorie ist der Ansatz, dass die Schädigung im Material einer linearen Regel folgt und nicht von einzelnen Spitzenwerten und der Zyklenanzahl beeinflusst wird. Der Schaden des Materials nimmt stetig mit der Zyklenanzahl der Lasten zu. Jede Stufenamplitude verursacht eine Teilschädigung. Diese Teilschädigungen können linear akkumuliert werden.

Zur Berechnung der Lebensdauer wird ein gegebenes Beanspruchungskollektiv durch einen Treppenzug mit den Stufenamplituden S_i und den Stufenhäufigkeiten n_i angenähert. Anschließend wird für jedes Teilkollektiv eine Teilschädigung berechnet, indem die

Stufenhäufigkeit n_i durch die maximal ertragbare Schwingenspielzahl N_i der Wöhlerlinie bei S_i geteilt wird.

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (3.5)$$

Die Teilschädigungen werden aufsummiert und ergeben die Gesamtschädigung:

$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad (3.6)$$

Ist der Wert $D = 1$ erreicht, so ist mit einem Versagen des Bauteils zu rechnen. Der Ablauf der Schädigungsakkumulation ist in Abbildung 3.14 graphisch zusammengefasst.

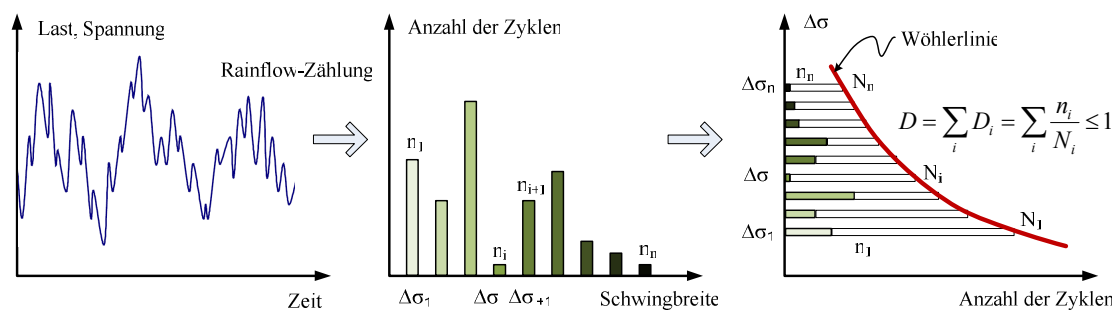


Abbildung 3.14: Ablauf der Schädigungsakkumulation

Zwischen berechneter und tatsächlicher Lebensdauer können sich, insbesondere beeinflusst durch den Typ der Beanspruchungs-Zeit-Funktion, beträchtliche Abweichungen ergeben. Die Tendenzen der Lebensdauerschätzwerte unter Verwendung der Palmgren-Miner-Regel ist in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

<i>Auf der sicheren Seite</i>	<i>Auf der unsicheren Seite</i>
Beanspruchungs-Zeit-Funktionen mit positiver Mittelspannung	Beanspruchungs-Zeit-Funktion mit großen Mittelspannungsschwankungen
Bauteile mit Zugeigenspannungen unter Verwendung der entsprechenden Wöhlerlinie	Biegebeanspruchung bei Verwendung von Biege-Wöhlerlinien
Bei Bauteilen mit Druckeigenspannungen, wenn die Wöhlerlinie aus Versuchen mit Prüfkörpern ohne Druckeigenspannungen stammt	Bauteile mit Druckeigenspannungen, wenn die im Wöherversuch verwendeten Prüfkörper diese überschreiten können.
	Beanspruchungs-Zeit-Funktionen mit vielen Amplituden unterhalb der Dauerfestigkeit
	Erhöhte Temperaturen

Tabelle 3.1: Tendenzen zu Sicherheit der Palmgren-Miner-Regel [Buxbaum (1992)]

3.4 Zusammenfassung

Dieses Kapitel enthält eine Zusammenfassung der Grundlagen des Verhaltens der Stahlbetonbauteile unter wiederholter Belastung. Dabei wurde das Verhalten von Beton, Betonstahl und von Verbund zwischen Beton und Betonstahl kurz dargestellt. Es wurde gezeigt, dass für Normalbeton im Brückenbau mit einer Beschränkung der Betonspannung unter $0,4f_c$ keine Ermüdung innerhalb der Nutzungsdauer zu erwarten ist. Da der Beton unter wiederholter Belastung ein annähernd lineares Last-Verformungs-Verhalten aufweist, wurden bisher viele Ansätze für die numerische Beschreibung des Betonverhaltens entwickelt, die auf einer Annahme linearen Betonverhaltens bei Entlastung und Wiederbelastung beruhen. Es ist zu erkennen, dass der Elastizitätsmodul von Beton unter wiederholter Belastung durch den Tangentenmodul des Betons im Ursprung abgeschätzt werden kann. Weiterhin wurde das Verhalten des Verbundes zwischen Beton und Betonstahl analysiert. Dabei ergibt sich für die Verbundspannung eine Beziehung in Abhängigkeit der Lastwechselzahl unter Berücksichtigung der Kriechverformung. Anschließend wird die Grundlage der Betriebsfestigkeit von Werkstoffen anhand der linearen Schädigungsakkumulationshypothese von Palmgren-Miner und der Rainflow-Zählung dargestellt. Diese Erkenntnisse bilden die Grundlage für die Entwicklung des neuen Berechnungsmodells zur wirklichkeitsnahen Abschätzung des Verhaltens der Federplatte infolge wechselnder Beanspruchung, das im nächsten Kapitel vorgestellt wird.

4 ENTWICKLUNG EINES NEUEN MODELLS ZUR BERECHNUNG DES BRÜCKENTRAGVERHALTENS UNTER ZYKLISCHER LASTEINWIRKUNG

4.1 Einführung

Brücken weisen im Allgemeinen in ihrer Aufgabe als Tragwerk für eine Verkehrsführung ein kompliziertes Verhalten unter wiederholten und wechselnden Belastungen auf. Diese wechselnden Beanspruchungen der Brücken resultieren dabei nicht nur aus dem Verkehr, sondern auch aus Temperatureinwirkungen. Unter zeitlich veränderlicher, häufig wiederholter Beanspruchung können Schädigungen oder Versagen von Werkstoffen an einzelnen Bauteilelementen auftreten. Dies führt in der Regel zu einer Änderung der Tragwerkseigenschaften und im Allgemeinen zu einer Reduzierung der Tragfähigkeit der Brücke. Bei Fertigteilträgerbrücken mit Federplatten zeigen sich in diesem Zusammenhang verstärkt Komplikationen bei dem Tragverhalten unter Verkehrslasten, da im Fall der Federplatte viele Tragwerkselemente mit unterschiedlichen Querschnittseigenschaften zusammen wirken. Insbesondere bei der Federplatte ist dabei mit einer Rissbildung während der Nutzungsdauer zu rechnen. Hier stellt das Zusammenspiel von Beton und Bewehrung unter wiederholter Belastung den Kern des Problems dar.

Bei der Analyse des Verhaltens eines Brückentragwerks spielen Modellierungsmethode und Berechnungsverfahren eine große Rolle. In den letzten Jahren wurden zahlreiche Modelle und Methoden zur Tragwerksberechnung entwickelt. Die Finite Elemente Methode (FEM) ist eine dieser Methoden. Sie ist sehr leistungsfähig und vielseitig für die Analyse komplexer Strukturen. Obwohl in vielen Programmen bereits umfangreiche Theorien zur Berechnung von Tragwerken mit geometrisch und stofflich nichtlinearem Systemverhalten implementiert wurden, bereitet die wirklichkeitsnahe Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen unter wiederholter Belastung oft noch Schwierigkeiten.

Bei einer komplizierten Berechnung ist die Rechenzeit neben der Bestätigung der erforderlichen Genauigkeit auch ein wichtiger Punkt und sollte möglichst gering gehalten werden, um einen angemessenen Komfort für den Anwender sicherzustellen. In diesem Fall spielt die Wahl des Berechnungsmodells und des Berechnungsalgorithmus eine entscheidende Rolle. Die Berechnungen von Quast (1980,1990), Pfeiffer (2004), Bentz, Vecchio und Collins (2006), Wallmichrath (2007), Starossek u. a. (2009) und Löhning (2010) zeigen eine hohe Effizienz durch die Verwendung von Stabelementen zur Modellierung von Stabtragwerken sowie der Systeme mit teilweise streifenartigen Tragwerkselementen, wie beispielsweise ein langes Brückendeck. Dies kann auch durch

Erfahrungen aus eigenen Nachrechnungen eines Versuchsträgers bestätigt werden. Bei Ergebnissen vergleichbarer Genauigkeit (ca. 1%) betrug dabei die Rechenzeit bei der Anwendung des Programms Stab2D-NL mit Stabelementen nur weniger als 1 Sekunde, während im Vergleich hierzu das Programm ATENA-3D mit Solidelementen eine Rechenzeit von über 2 Stunden benötigte.

Es ist daher wirtschaftlich, die Modellierung von Fertigteilbrücken mit Federplatten unter Verwendung von Stabelementen für die Hauptträger und auch für die Federplatte durchzuführen. Beide Tragelemente zeichnen sich dadurch aus, dass sie hauptsächlich ein Biegeverhalten unter den Lasten in Brückenlängsrichtung aufweisen.

In diesem Kapitel wird ein neues Modell für die nichtlineare Berechnung stabförmiger Tragwerke vorgestellt. In diesem Modell werden beide permanente und wiederholte Belastungen berücksichtigt. Bei der Berechnung des Tragwerkes infolge permanenter Belastung wird das Modell von Quast (1990) für die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Tension Stiffening) verwendet. Basierend auf den von Quast (1990) für Beton unter permanenter Belastung und von Keysberg (1997) für Beton bei Entlastung aufgestellten Modellen wird ein neues Modell für die Berechnung des Querschnittes infolge wiederholter Belastung entwickelt, in dem das Ermüdungskriechen des Verbundes zwischen Beton und Bewehrung berücksichtigt wird. Das entwickelte Berechnungsmodell wird in dem eigenen Programm BMAP umgesetzt. Neben der Vorstellung des Berechnungsmodells werden zugehörige Algorithmen detailliert dargestellt. Das Programm wird danach für die Untersuchung des Federplattenverhaltens verwendet. Dies erfolgt im Anschluss in den Kapiteln 5 und 6.

4.2 Allgemeines zu dem neu entwickelten Berechnungsverfahren

Das neu entwickelte Berechnungsverfahren basiert auf einer Kombination aus der Finite-Elemente-Methode, dem Übertragungsmatrizenverfahren, dem Weggrößenverfahren und einem Algorithmus der Querschnittsberechnung. Die Beziehung zwischen ausgewählten Methoden wird in Abbildung 4.1 dargestellt, wobei jede Methode für eine entsprechende Berechnungsebene verwendet wird.

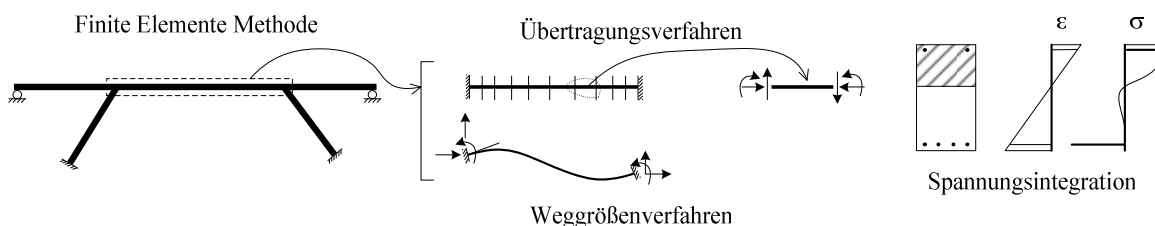


Abbildung 4.1: Berechnungsverfahren

Bei dem entwickelten Verfahren wird das Tragwerk in mehrere Stabelemente gegliedert. Die Steifigkeit der einzelnen Stabelemente ist im Allgemeinen über ihre Länge veränderlich, da die Steifigkeit in jedem Querschnitt von der Einwirkung an dieser Stelle abhängt. Um die genaue Beziehung zwischen der Einwirkung und der Verformung zu bestimmen, werden die Stabelemente in kleine Segmente aufgeteilt und mit Hilfe einer Übertragungsmatrix gekoppelt. Innerhalb eines Segments bleibt die Steifigkeit konstant und wird aus der Spannung mit einem Algorithmus zur Querschnittsberechnung aufintegriert. Die Steifigkeitsmatrix und der Lastvektor des einzelnen Stabelementes lassen sich mit dem Weggrößenverfahren und dem Übertragungsmatrizenverfahren ermitteln. Die Berechnung des gesamten Systems erfolgt mit dem Newton-Raphson-Verfahren unter Verwendung von Tangentensteifigkeiten.

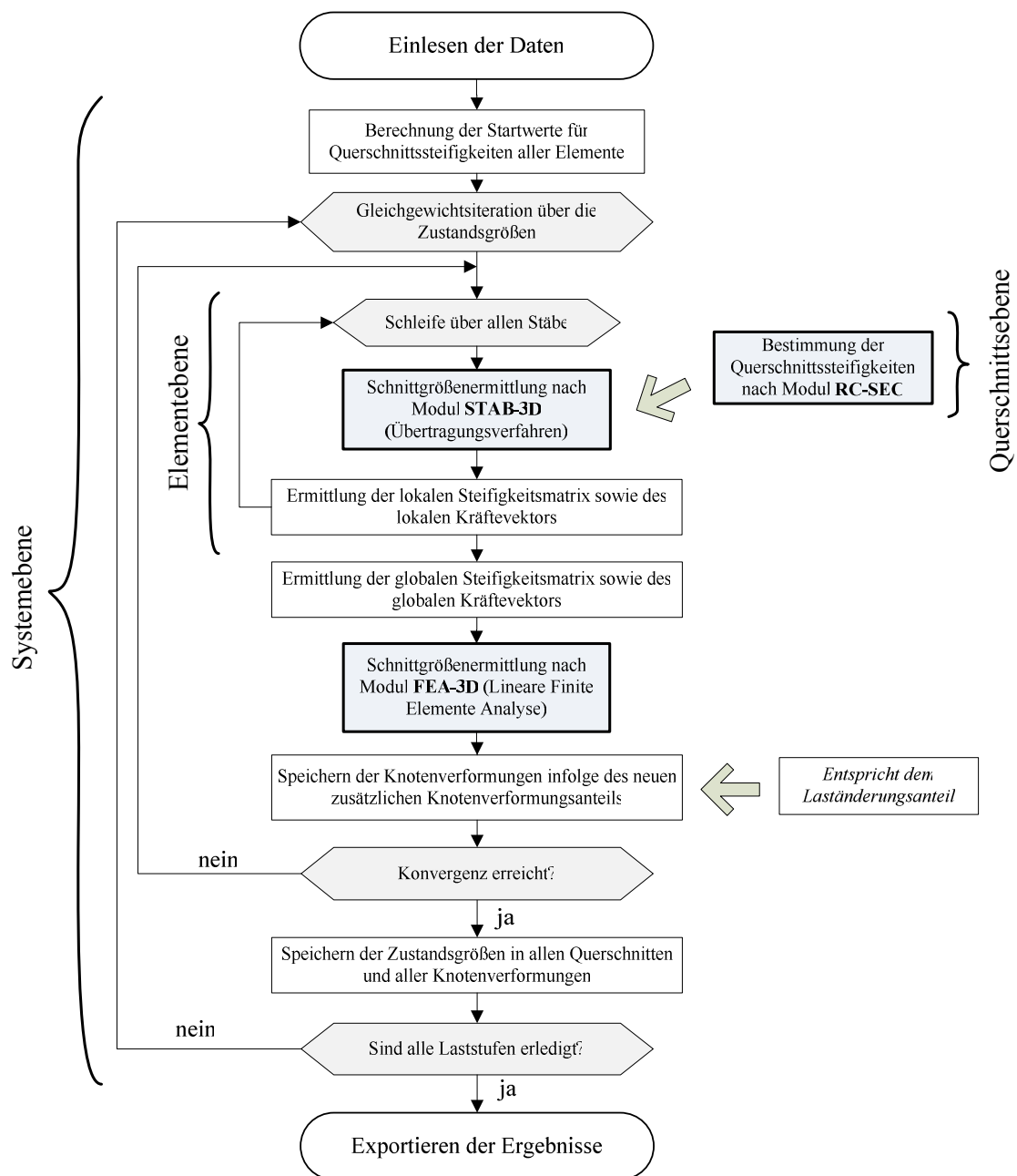


Abbildung 4.2: Berechnungsablauf des Programms BMAP mit Stabelementen

Die Berechnung wird mit dieser Vorgehensweise in drei Ebenen aufgeteilt, die Querschnittsebene, die Elementebene und die Systemebene. Die Beziehung zwischen diesen Ebenen und auch der Berechnungsablauf werden in Abbildung 4.2 dargestellt. Zunächst werden die Berechnungen in jeder Ebene aufgezeigt.

4.3 Berechnungsverfahren auf Querschnittsebene

4.3.1 Allgemeines

In der Praxis hängt der Spannungszustand des Querschnittes von kombinierten Beanspruchungen ab. Aufgrund der Nichtlinearität von Baustoffen werden die Tragfähigkeiten des Querschnittes durch den Beanspruchungszustand festgelegt. Ein Stahlbetonquerschnitt, zusammengesetzt aus einer Werkstoffkombination, weist ein kompliziertes Verhalten auf. Insbesondere bei auftretender Rissbildung wird dies deutlich. Abbildung 4.3 zeigt die Versuchsergebnisse von Lampert und Thürlimann (1969) für den Fall eines Querschnittes unter Beanspruchung durch Torsion mit Biegung. Die aufnehmbaren (Bruch-)Schnittgrößen hängen von der Anordnung der Längsbewehrung ab.

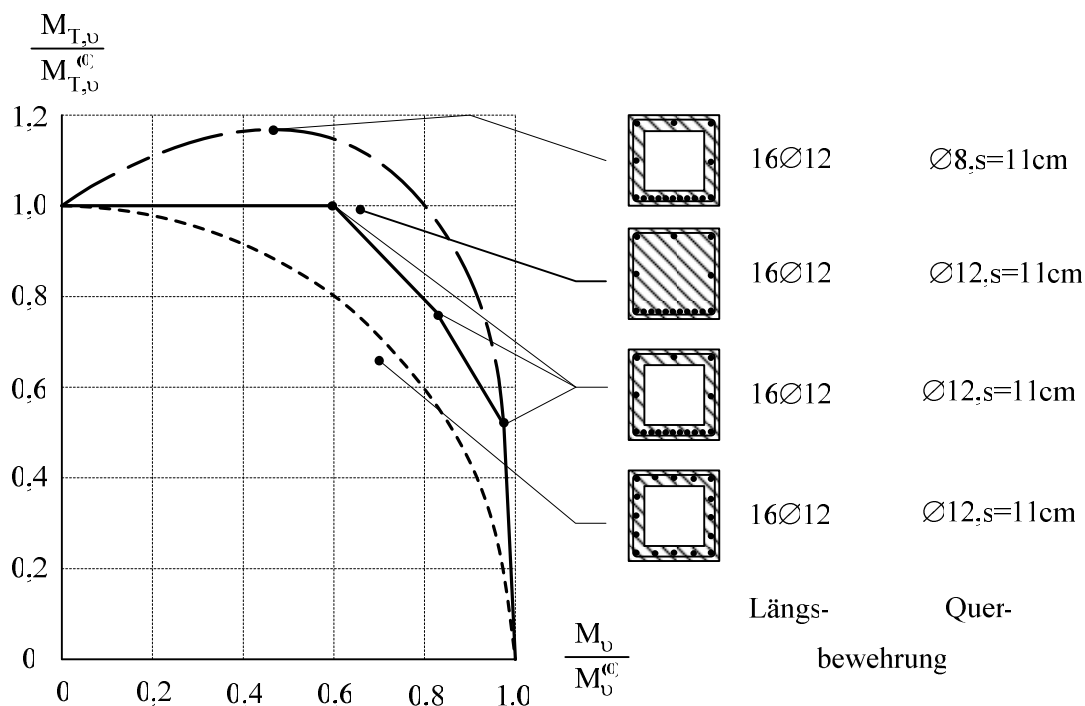


Abbildung 4.3: Zusammenhang Torsionsmoment – Biegemoment im Bruchzustand bei unterschiedlicher Bewehrungsanordnung [Lampert (1969)]

Zur Berechnung des Querschnittes wurden bereits zahlreiche Modelle entwickelt. Die wesentlichen Modelle, die die Interaktion zwischen Schnittgrößen berücksichtigen, sind

integrale Modelle [Graubner (1988), Keysberg (1997)], einachsige Modelle [Quast (1990), Pfeiffer (2004), Wallmichrath (2007)], Scheibenmodelle [Vecchio (2006), Löhning (2009)] und Modelle basierend auf Finite Elemente Analysen.

Aufgrund seiner einfachen Eigenschaften, den wenigen Parametern und einer hohen Effizienz der Berechnung, wird im Rahmen dieser Dissertation ein einachsiges Modell zur Querschnittsberechnung verwendet. Dieses Modell beruht auf dem Ansatz der Bernoulli-Hypothese des Ebenbleiben der Querschnitte. Die Bestimmung des Dehnungszustands am Querschnitt erfolgt durch eine iterative Berechnung. Hierzu erfolgt eine sukzessive Anpassung der Dehnungsebene, bis das Gleichgewicht zwischen den vorgegebenen einwirkenden Schnittgrößen und den mit einem Spannungsintegral über den Querschnitt berechneten Schnittgrößen erreicht ist. Es werden dabei nur zwei Biegemomente und die Normalkraft in einer Interaktionsbeziehung berücksichtigt, da diese Schnittgrößen die Kraftgrößen der zugehörigen Spannungen in Richtung der Stabachse verursachen. Eine geeignete Kopplung von Torsionsmoment und Querkräften kann nach einer Annahme auf Grundlage von Versuchen, wie in Abbildung 4.3 dargestellt, durchgeführt werden. Im Allgemeinen werden diese Beanspruchungen getrennt betrachtet. Für Biegetragwerke erscheint dies bei der Modellbildung zur Berechnung zweckdienlich, zumal dieses Modell eine gute Beschreibung des Tragverhaltens ermöglicht.

Im Folgenden wird zunächst das Berechnungsverfahren am Querschnitt vorgestellt. Im Weiteren wird dann die Methode zur Bestimmung der Querschnittssteifigkeiten beschrieben.

4.3.2 Rechenmodelle für Stahlbeton

a) *Rechenmodell auf Querschnittsebene zur Berücksichtigung ständiger Einwirkungen*

Die in dieser Arbeit verwendeten Spannungs-Dehnungs-Linien für den Beton unter Druckbeanspruchung beruhen auf der Funktion zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens aus DIN-1045-1 (2008) Gleichung 62 bzw. MC 2010 (2010) Gleichung 5.1-26.

Eine Mitwirkung des Betons in der gerissenen Betonzugzone in Stahlbetonquerschnitten kann durch eine Modifizierung der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons oder des Betonstahls berücksichtigt werden. In dieser Arbeit wird das modifizierte Beton-Spannungs-Dehnungs-Linie-Modell nach Quast (1990) und Pfeiffer (2004) verwendet. In diesem Modell wird die Spannungs-Dehnungs-Linie für Beton in der Zugzone durch ein Parabel-Rechteckdiagramm realisiert (siehe Abbildung 4.5a). Dabei wird auch der Effekt des Tension-Stiffening berücksichtigt. Die näherungsweise Berechnung des Mittelwerts der Zugfestigkeit $f_{ct,R}$ und der Rissdehnung $\varepsilon_{cr,R}$ erfolgt entsprechend Gleichung 4.1 und Gleichung 4.2 (siehe auch Abbildung 4.4).

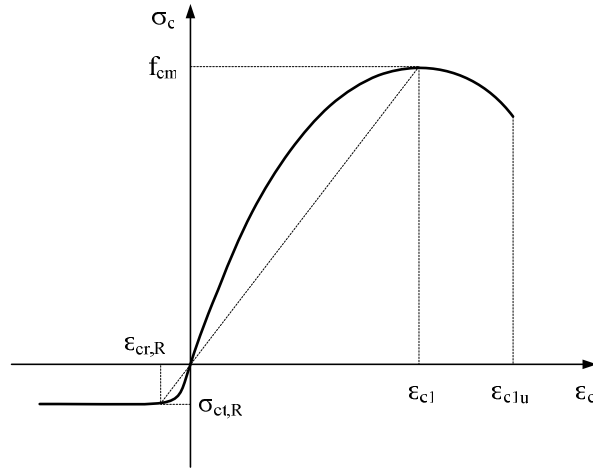


Abbildung 4.4: Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons

$$f_{ct,R} = \left| \frac{1}{20} \cdot f_{cm} \right| \quad (4.1)$$

und

$$\epsilon_{cr,R} = \left| \frac{1}{20} \cdot \epsilon_{c1} \right| \quad (4.2)$$

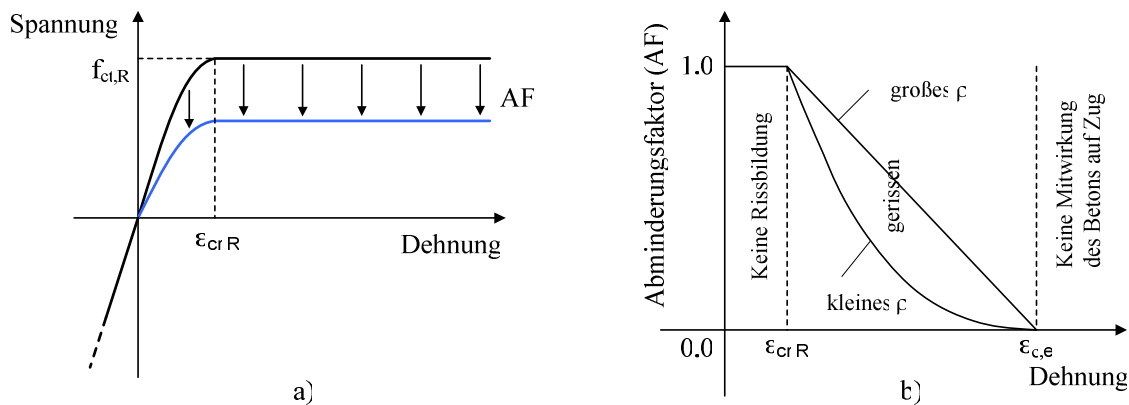


Abbildung 4.5: a) Spannungs-Dehnungs-Linie für Beton im Zugbereich und (b) zugehöriger Abminderungsfaktor AF [Pfeiffer (2004)]

Zur Berücksichtigung der Abnahme der Betonzugspannung infolge zunehmender Dehnung in der gerissenen Betonzugzone führt Quast (1990) einen Abminderungsfaktor (AF) ein. Solange keine Rissbildung auftritt, beträgt der Wert des Abminderungsfaktors 1,0. Ist die Dehnung größer als die Rissdehnung ϵ_{cr} , reduziert sich der Abminderungsfaktor entsprechend der vorhandenen Betondehnung in Höhe der am stärksten gezogenen Stahlfaser (siehe Abbildung 4.6). In Abhängigkeit von vielen Parametern, besonders vom Bewehrungsgrad, variiert der Verlauf des Abminderungsfaktors. Nach Pfeiffer (2004) kann der Verlauf des Abminderungsfaktors im Zustand II durch eine Parabel mit einem Wert

des Exponenten zwischen $n = 1,0$ (linear) bis $n = 2,0$ (Parabel) beschrieben werden (siehe Abbildung 4.5b). Die weiteren Erfahrungswerte sind: $\varepsilon_{cr,R} = 0,10$ bis $0,15 \text{ mm/m}$ und $\varepsilon_{c,e} = 2,0$ bis $3,0 \text{ mm/m} \approx \varepsilon_y$ [Pfeiffer (2004)].

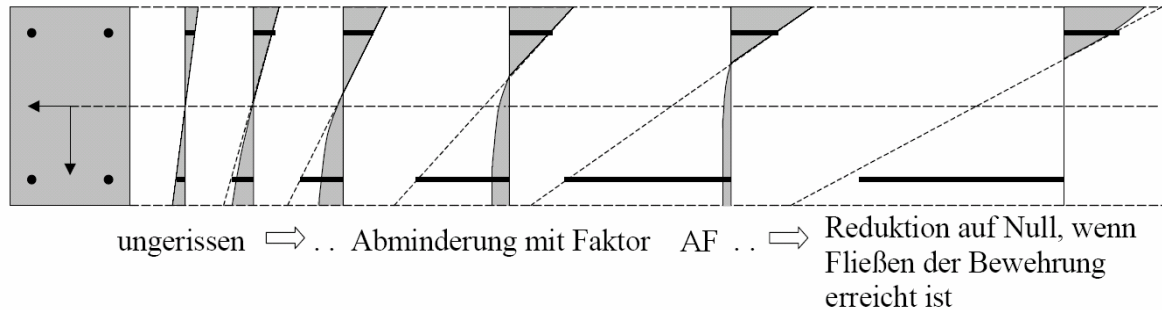


Abbildung 4.6: Spannungszustände für steigender Beanspruchung [Pfeiffer (2004)]

Das Modell von Quast (1990) für ständige Einwirkungen zeigt eine ausreichend gute Übereinstimmung für baupraktische Belange. Eine detaillierte Beschreibung des Modells und Betrachtungen zur Validierung des Modells von Quast für Beton im Zugbereich finden sich in [Quast (1990), Pfeiffer (2004)].

b) Neues Rechenmodell auf Querschnittsebene zur Berücksichtigung zyklischer Belastungen

Das im Rahmen dieser Arbeit neu konzipierte Rechenmodell zur Wahl einer geeigneten Werkstofflinie ist eine Kombination aus dem Modell des MC2010 (2010) für Beton im Druckbereich, dem Modell von Keysberg (1997) und Quast (1990) für Beton im Zugbereich und dem Modell des MC90 (1990) für Verbund zwischen Beton und Betonstahl. Diese Modelle wurden schon in Kapitel 3 eingehend beschrieben. Es wird daher auf eine Darstellung der Modelle im Detail verzichtet und nur die Kopplung der Modelle vorgestellt.

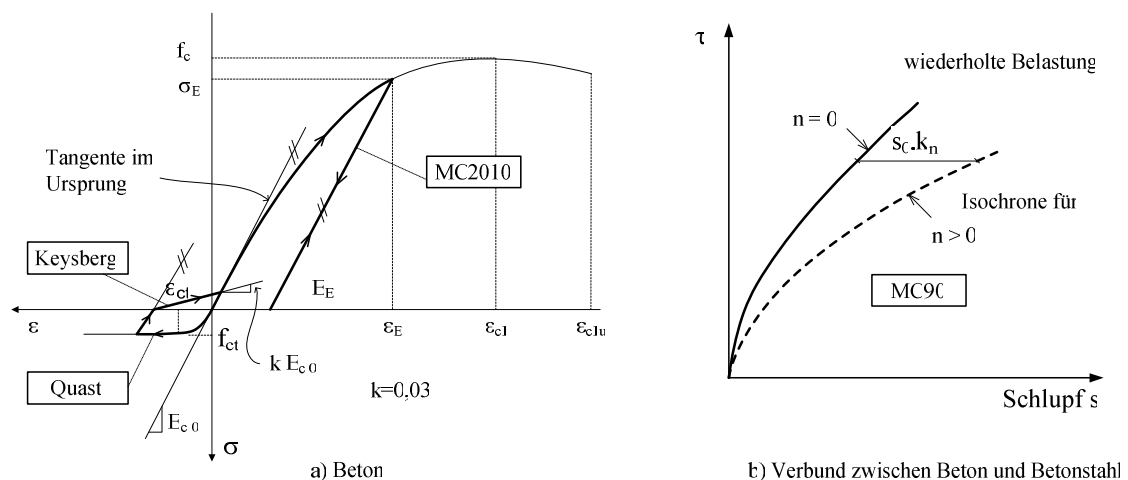


Abbildung 4.7: (a) Materialgesetz für Beton und b) Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung

Die Verbundspannung hängt von dem Schlupf zwischen Beton und Bewehrung ab (siehe Abbildung 4.7b). Für den ansteigenden Ast kann die Beziehung zwischen Schlupf und Verbundspannung durch Verwendung einer Potenzfunktion wie folgt beschrieben werden.

$$\tau_s(x) = \tau_{s,\max} \cdot s^\alpha(x) \quad (4.3)$$

Hierin bedeuten:

$\tau_s(x)$ die Verbundspannung an der Stelle x ,

$\tau_{s,\max}$ die maximal erreichbare Verbundspannung,

$s(x)$ der Schlupf an der Stelle x ,

α ein von der Betonfestigkeit und den Umschnürungsbedingungen abhängiger Faktor.

Nach MC90 (1990) bzw. MC2010 (2010) beträgt der Faktor $\alpha = 0,4$ für Rippenstahl. Unter wiederholten Belastungen nimmt die Verbundspannung ab. Wiederum kann nach MC90 (1990) der Schlupf s_n bei der Lastwechselzahl n durch den Schlupf s_0 bei der ersten Belastung und eine Kriechzahl k_n infolge wiederholter Belastung wie nachfolgend dargestellt modelliert werden:

$$s_n = s_0(1 + k_n) \quad (4.4)$$

mit
$$k_n = (1 + n)^{0,107} - 1 \quad (4.5)$$

Hierin ist s_0 der Grundwert des Schlupfes bei Erstbelastung. Bei Erstbelastung gilt entsprechend:

$$\tau_{s,0}(x) = \tau_{s,\max} \cdot s_0^\alpha(x) \quad (4.6)$$

Durch eine geeignete Umformung der Gleichungen kann die Verbundspannung τ_n nach der Lastwechselzahl n durch die Verbundspannung beim erstem Lastwechsel τ_0 mit gleichen Schlupf s und einem Abminderungsfaktor $\beta(n)$ beschrieben werden.

$$\tau_{s,n}(x) = \tau_{s,\max} \cdot s^\alpha(x) \cdot \beta(n) \quad (4.7)$$

mit
$$\beta(n) = \frac{1}{(1 + k_n)^\alpha} = \frac{1}{(1 + n)^{0,428}} \quad (\text{für } \alpha = 0,4) \quad (4.8)$$

In Abbildung 4.6 wird der Verlauf des Abminderungsfaktors $\beta(n)$ dargestellt, wobei die horizontale Achse die Lastwechselzahl in logarithmischer Skalierung beschreibt. Es zeigt sich, dass der Faktor $\beta(n)$ mit zunehmender Lastspielzahl deutlich sinkt.

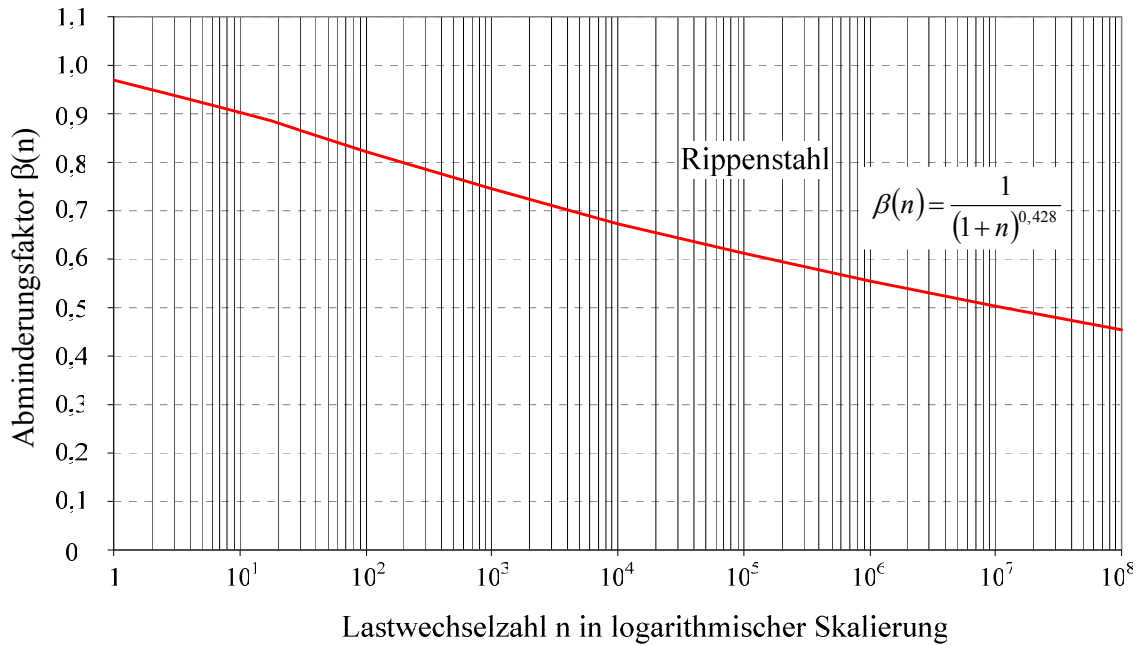


Abbildung 4.8: Abminderungsfaktor $\beta(n)$

Die Gleichung 4.7 kann wie folgt beschrieben werden.

$$\tau_{s,n}(x) = \tau_{s,0}(x) \cdot \beta(n) \quad (4.9)$$

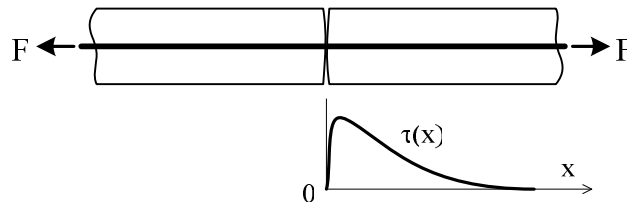


Abbildung 4.9: Idealisierte Verbundspannungsverteilung

Bei nur einem Lastwechsel kann die mittlere Zugspannung und Dehnung von Beton in der Zugzone folgendermaßen ermittelt werden: x ist die laufende Koordinate des Querschnittes in Längsachse des Stabes, gültig von der Stelle der Rissbildung bis zur Position der minimalen Verbundspannung.

$$\sigma_{ct,0}(x) = \frac{\int \tau_{s,0}(x) \cdot U_s \cdot dx}{A_{ct}} \quad (4.10)$$

Bei einer Lastwechselanzahl n gilt:

$$\sigma_{ct,n}(x) = \frac{\int \tau_{s,n}(x) \cdot U_s \cdot dx}{A_{ct}} \quad (4.11)$$

Aus Gleichungen 4.9, 4.10 und 4.11 gilt weiter:

$$\sigma_{ct,n}(x) = \sigma_{ct,0} \cdot \beta(n) \quad (4.12)$$

Bei einem Querschnitt im Zustand II setzt sich das Maß der Stahldehnung aus dem Schlupf zwischen Bewehrung und Beton und des im Bereich des Stahls wirkenden Dehnungsanteils des Betons in der Zugzone zusammen. Der Effekt des Verbundkriechens führt zu einer deutlichen Abnahme der Verbundspannungen bei gleicher Einwirkungsgröße. Diese Abnahme der Verbundspannungen geht mit einer geringen Zunahme des Schlupfes einher. Aufgrund der Abminderung der Mitwirkung des Betons auf Zug ergibt sich eine Erhöhung der Stahldehnung, was als eine Umlagerung betrachtet werden kann. Da jedoch das Maß der Zunahme von dem Verhältnis von Betonzugdehnung und Stahldehnung abhängt und dieses im Zustand II unter den für die Ermüdungsnachweise relevanten Lastgrößen sehr klein ist, wird auf die Berücksichtigung der Zunahme des Schlupfes vereinfachend verzichtet. Somit wird das Verbundkriechen nur durch die Abnahme der Verbundspannungen berücksichtigt. Als Ansatz zur Beschreibung des Verbundkriechens wird im Berechnungsmodell der Abminderungsfaktor $\beta(n)$ auf die Zugspannung des Betons, welche durch den Verbund aktiviert wird, angewendet. Das heißt, im Vergleich mit der mittleren Betonzugspannung unter Erstbelastung wird die Betonspannung in der Zugzone unter wiederholter Einwirkung mit dem Faktor $\beta(n)$ zur Berücksichtigung des Verbundkriechens reduziert. Dies wird in Abbildung 4.10 dargestellt.

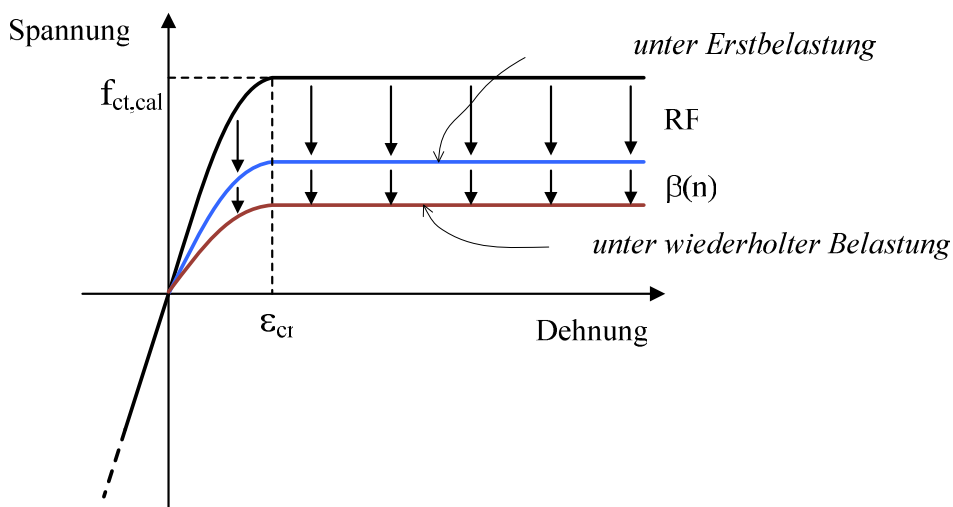


Abbildung 4.10: Modell für Beton in Zugzone infolge zyklischer Lastbeanspruchung

Die wesentlichen Parameter des neuen Modells sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Nr.	Parameter	Beschreibung
1	f_{cm}	<i>Mittelwert der Betondruckfestigkeit; aus f_{cm} können andere Werte berechnet werden, z.B. $f_{ct,R}$, E_{c0m}.</i>
2	ε_{cl}	<i>Dehnung bei Erreichen maximaler Betondruckfestigkeit; aus ε_{cl} kann $\varepsilon_{cr,R}$ berechnet werden.</i>
3	ε_{clu}	<i>Maximale Betondehnung bei Druck (negatives Vorzeichen)</i>
4	AF	<i>Abminderungsfaktor in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad und der Dehnung der Bewehrungsstähle</i>
5	$\beta(n)$	<i>Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung von Verbundkriechen; abhängig von der Lastwechselzahl n und dem Faktor α zur Berücksichtigung der Betonfestigkeit und der Umschnürungsbedingung nach MC2010 (2010)</i>

Tabelle 4.1: Parameter des Berechnungsmodells

Die obigen Gleichungen sind nur bei Querschnitten gültig, die im Zugbereich einen Schlupf zwischen Beton und Bewehrung aufweisen. Dies hat für den betrachteten Stab zur Bedingung, dass eine Rissbildung im Beton am Stab auftritt. Diese Rissbildung im Beton am Stab kann dabei sowohl aus der Beanspruchung durch wiederholte Belastung als auch aus einer einmalig aufgetretenen Belastung resultieren. Das entwickelte Modell für Beton im Zugbereich unter wiederholter Belastung liefert, für den Fall der abgeschlossenen Rissbildung und im Übergang von Zustand I in Zustand II, wirklichkeitsnahe Ergebnisse.

Unter wiederholter Belastung nimmt die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen ab. Sofern diese Belastung nicht größer ist als eine bereits aufgetretene ständige Lastwirkung, erfolgt keine neue Rissbildung in der Betonzugzone.

Wie schon in Kapitel 2 dargestellt, weist die Federplatte im Regelfall den Zustand II auf. Die Anwendung des neuen Modells zur Berechnung der Federplatte ist daher plausibel.

Für den Querschnitt ohne Rissbildung und Schlupf zwischen Beton und Bewehrung, wie bei den vorgespannten Trägern im Feld, verursacht die wiederholte Belastung keine Schädigung des Verbundes zwischen Beton und Bewehrung. In diesem Fall beträgt der Abminderungsfaktor $\beta(n)=1,0$ wodurch eine Änderung des Algorithmus nicht erforderlich ist.

4.3.3 Spannungintegration

Eine wichtige Aufgabe in der Querschnittsberechnung ist die Bestimmung der Unbekannten Größen in den Gleichungen zur Beschreibung der Dehnungsebene. Auf Grundlage der Gleichgewichtsbedingungen kann die Beziehung zwischen Schnittgrößen und Dehnungen im Allgemeinen wie folgt beschrieben werden.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ M_y \\ -M_z \end{Bmatrix} = \iint_A \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ y \end{Bmatrix} \cdot \sigma(y, z) \cdot dA = \iint_A \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ y \end{Bmatrix} \cdot \sigma[\varepsilon(y, z)] \cdot dA \quad (4.13)$$

Hier stellt $\varepsilon(y, z)$ eine Dehnungsebene dar. Unter Annahme der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben des Querschnittes kann die Dehnungsebene durch Dehnung und Krümmung im Bezug zum Koordinatenursprung folgendermaßen dargestellt werden:

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon_0 + k_y \cdot z + k_z \cdot y \quad (4.14)$$

Ist die Dehnungsebene durch ihre zugehörigen Parameter ε_0 , k_y und k_z vorgegeben, können die Kräfte N_x , M_y , und M_z direkt nach Gleichung 4.13 ermittelt werden. Dazu kann die Spannung an jedem Punkt des Querschnittes durch die Dehnung und eine vorgegebene Spannungs-Dehnungs-Linie des Werkstoffes bestimmt werden. Problematisch ist die Integralberechnung bei Querschnitten mit beliebiger Geometrie und unterschiedlichen Baustoffen. Hierzu wird nachfolgend eine Darstellung der möglichen Verfahren zur Integralberechnung der Spannung im Querschnitt gegeben.

a) *Integration unter Verwendung der finiten Elemente*

Eine sehr einfache Methode ist die Unterteilung des Querschnittes in kleinere Rechtecke oder Lamellen und die Betrachtung jedes kleinen Teils unter der Annahme einer konstanten Spannung. Die Integralberechnung wird durch eine Summation der Spannungen in kleinen Flächen diskretisiert durchgeführt. Da die Dehnungsnulllinie in Abhängigkeit des Lastzustands veränderlich ist, muss die Unterteilung des Querschnittes sehr fein sein, um eine ausreichend hohe Genauigkeit zu erreichen. Die Notwendigkeit einer feinen Einteilung tritt auch bei Querschnitten mit nichtorthogonalen Umrisskanten, oder bei Kreisflächen auf. Bei Unterteilung in Lamellen gibt es zudem das Problem, dass die Teilung ständig neu durchgeführt werden muss, um die richtige Anordnung der Elementlinien parallel zur Dehnungslinie sicherzustellen. Durch diese Gegebenheiten ist der Rechen- und Zeitaufwand relativ hoch, während die erzielte Genauigkeit in Relation dazu gering ist.

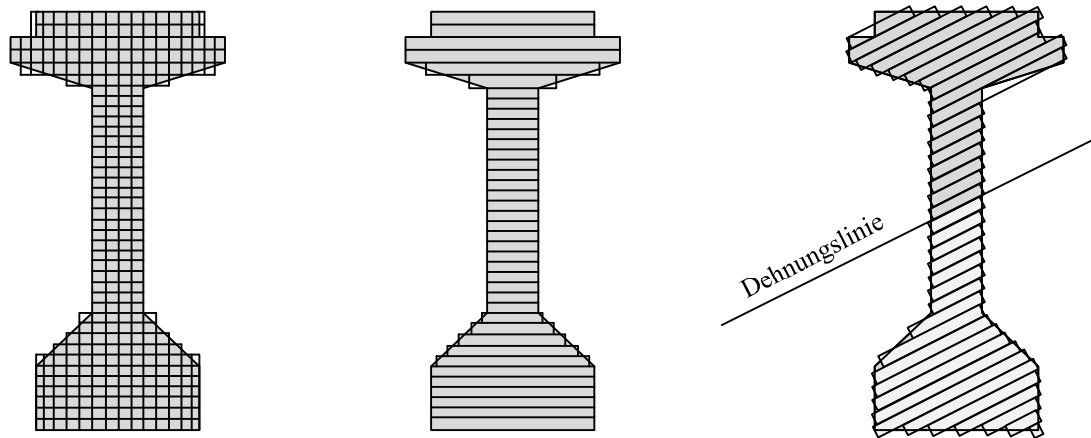


Abbildung 4.11: Mögliche Unterteilungen eines I-förmigen Querschnittes in Elemente

Dieses Rechenverfahren ist jedoch dann sinnvoll, wenn bestimmte Informationen eines jeden Punktes im Querschnitt zur Spannungsermittlung erforderlich sind. Diese Fälle liegen beispielsweise bei der Nichtlinearverteilung von Einwirkungen auf den Querschnitt oder bei nichtlinearem Materialverhalten vor. Beispiele sind hierzu Berechnungen unter Berücksichtigung der nichtlinearen Verteilung der Temperatur über den Querschnitt und das Kriechen des Betons in Zeitschritten.

b) Integration unter Verwendung der Randelemente

Eine effektivere Methode der Querschnittsberechnung ist die Integration unter Verwendung von Randelementen, wobei im Gegensatz zur Finite Elemente Methode nur der Rand des Querschnittes diskretisiert betrachtet wird. Zuerst wird eine Vereinfachung des Doppelintegrals aus Gleichung 4.13 durch die Verwendung des Green'schem Theorems durchgeführt. Damit wird das in der Gleichung 4.13 beschriebene Spannungsintegral in ein geschlossenes Linienintegral umgewandelt. Das erhaltene Linienintegral wird dann numerisch durch die Gauss-Legendre-Integration berechnet. Arbeiten in diesem Bereich gibt es von Quast (1990), Karls (2004) sowie Wallmichrath (2007). Hier werden die wichtigen Punkte dieses Verfahrens dargestellt.

Umwandlung des Integrals nach dem Green'schen Theorem

Zur Verwendung des Green'schen Theorems wird ein ebenes Koordinatensystem YOZ, welches von Verformungszustand abhängt, am Querschnitt eingeführt. O stellt dabei den Koordinatenursprung dar. Die Achse OY ist parallel zu der Dehnungsnulllinie (siehe Abbildung 4.12). Damit kann die Spannung an einem beliebigen Punkt des Querschnittes nur in Abhängigkeit einer Koordinate Z beschrieben werden (siehe Gleichung 4.15).

$$\sigma(y, z) = \sigma(Z(y, z)) \quad (4.15)$$

Gleichungen 4.16 beschreiben die Umrechnung der Kraftgrößen zum Ausgangskoordinatensystem:

$$\begin{cases} N_x = N_c + N_s \\ M_y = (M_{yc} + M_{ys}) \cdot \cos \varphi + (M_{zc} + M_{zs}) \cdot \sin \varphi \\ M_z = -(M_{yc} + M_{ys}) \cdot \sin \varphi + (M_{zc} + M_{zs}) \cdot \cos \varphi \end{cases} \quad (4.16)$$

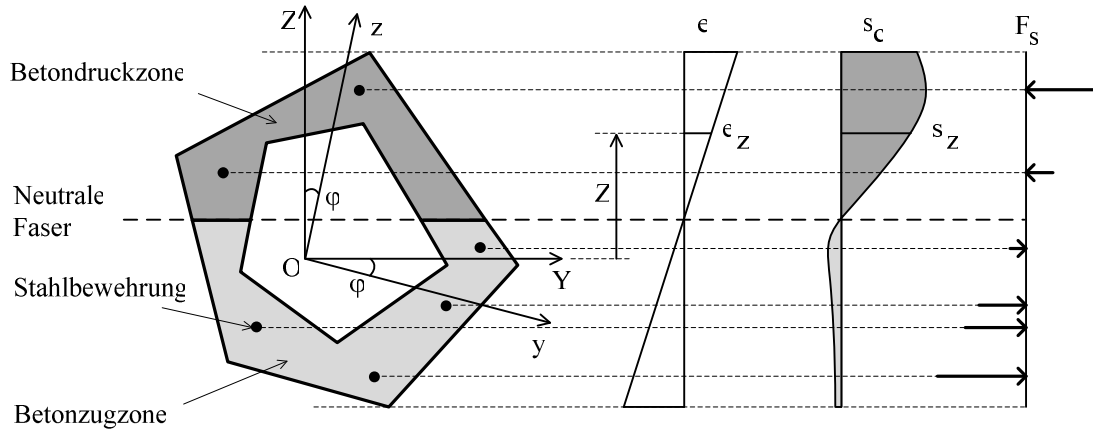


Abbildung 4.12: Spannungs- und Dehnungsverteilung in einem Querschnitt

Der Integralbestandteil der Gleichung 4.13 kann durch eine allgemeine Formel wie folgt beschrieben werden:

$$\iint_{Y,Z} (Y^r \cdot Z^s \cdot \sigma(Z)) dY dZ \quad (4.17)$$

Mit geeigneter Wahl der Exponenten r und s ergeben sich:

- $r = 0$ und $s = 0$ die Normalkraft N_x ,
- $r = 0$ und $s = 1$ das Biegemoment M_y ,
- $r = 1$ und $s = 0$ das Biegemoment $-M_z$.

Nach dem Green'schen Theorem kann ein Doppelintegral über eine Fläche A in ein Linienintegral entlang einer geschlossenen Kurve L wie folgt umgewandelt werden:

$$\iint_A \left(\frac{\partial Q}{\partial Y} - \frac{\partial P}{\partial Z} \right) dY dZ = \oint_L P dY + \oint_L Q dZ \quad (4.18)$$

Mit einem Ansatz für die Funktionen P und Q folgt:

$$P = 0 \quad \text{und} \quad Q = \frac{1}{r+1} \cdot Y^{r+1} \cdot Z^r \cdot \sigma(Z) \quad (4.19)$$

Es gilt dann die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \iint_A Y^r \cdot Z^s \cdot \sigma(Z) dY dZ &= \frac{1}{r+1} \cdot \oint_L (Y^{r+1} \cdot Z^s \cdot \sigma(Z)) dZ \\ &= \frac{1}{r+1} \sum_i \oint_{l_i} (Y^{r+1} \cdot Z^s \cdot \sigma(Z)) dZ \end{aligned} \quad (4.20)$$

Jeder Linienabschnitt l_i kann durch die Verwendung von Polygonzügen, Splines bzw. allgemein abschnittsweise definierten Funktionen exakt beschrieben werden. Werden Polygonzüge zur Geometriebeschreibung verwendet, kann die Koordinate Y der Seite l_i durch eine Geradengleichung wie folgt beschrieben werden:

$$Y = a_i + b_i \cdot Z \quad (4.21)$$

Das Einsetzen der Gleichung 4.21 in die rechte Seite von Gleichung 4.20 führt zu der folgenden Integralgleichung:

$$\frac{1}{R+1} \sum_i \left[\oint_{l_i} (Y^{R+1} \cdot Z^s \cdot g(Z)) dZ \right] = \frac{1}{R+1} \sum_i \left[\int_{Z_i}^{Z_{i+1}} ((a_i + b_i \cdot Z)^{R+1} \cdot Z^s \cdot g(Z)) dZ \right] \quad (4.22)$$

Wird die zu integrierende Funktion als $F(Z)$ gesetzt, gilt die Gleichung:

$$\iint_A Y^R \cdot Z^s \cdot g(Z) dY dZ = \frac{1}{R+1} \sum_i \left[\int_{Z_i}^{Z_{i+1}} F(Z) dZ \right] \quad (4.23)$$

Numerisches Integral

Eine Integration der Spannung kann näherungsweise auch durch die Integration über N -Stützpunkte nach Gauss-Legendre durchgeführt werden [Mathews und Kurtis (2004), Dalquist und Björck (2008)].

$$\int_a^b f(t) dt = \frac{b-a}{2} \sum_{k=1}^N w_{N,k} f\left(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} x_{N,k}\right) \quad (4.24)$$

Hier sind $x_{N,k}$ die Stützpunkte und $w_{N,k}$ die Wichtungsfaktoren. Die Werte der Stützpunkte und die entsprechenden Gewichte für jeden Fall der N -Stützpunkte nach Gauss-Legendre können dem Anhang B entnommen werden.

Die Genauigkeit der Integrationsberechnung hängt von der Anzahl der benutzten Stützpunkte und von der Dichteverteilung der Auswertungspunkte des Querschnittes ab. Werden mehr Stützpunkte benutzt, nimmt die Genauigkeit der Integrationsberechnung zu. Jedoch kann die Verwendung vieler Stützpunkte sowie Auswertungspunkte des Querschnittes zu einer signifikanten Zunahme der Rechenzeit führen. Im Abgleich

zwischen der Genauigkeit und dem Rechenzeitaufwand für allgemeine Querschnitte ist eine Integration mit 4-Stützpunkten empfehlenswert.

Der große Vorteil der Verwendung der numerischen Integration liegt in der großen Erhöhung der Rechengeschwindigkeit und -genauigkeit, da im Allgemeinen keine diskrete Unterteilung und somit umständliche Partialzerlegung des Querschnittes zur Berechnung benötigt werden. In besonderen Fällen, beispielsweise wenn eine starke Änderung der Spannung entlang einer Kante des Querschnittes auftritt (z.B. bei einer Kante eines Brückenquerschnittes in Vertikalrichtung), ist es empfehlenswert zusätzliche Punkte für diese Querschnittkante für eine höhere Auswertungsdichte einzufügen, da der stetige Verlauf des Näherungspolynoms nach Gauss nichtmonotone Verläufe und Knicke in der zu integrierenden Spannungsfunktion weniger genau approximiert. In anderen Fällen, z.B. bei konstanter Spannung, kann dagegen die Anzahl der Stützpunkte reduziert werden, um die Rechengeschwindigkeit zu erhöhen.

4.3.4 Berechnung am Stahlbetonquerschnitt

Wie in Abbildung 4.12 dargestellt, besteht der Querschnitt aus zwei verschiedenen Werkstoffen. Die Spannungen der Betonnettofläche werden in dem Programm BMAP durch die zuvor eingehend beschriebene Spannungsintegration berechnet. Da die Bewehrungsstäbe diskrete Punkte innerhalb des Querschnittes darstellen und im Verhältnis der Stahlquerschnitt eines Bewehrungsstabes zum Betonquerschnitt sehr klein ist, kann auf eine Berücksichtigung der Spannungsverteilung am Stahlstabquerschnitt verzichtet werden. Für den Stahlquerschnitt wird zur Berechnung der Stabkraft nur ein Dehnungswert verwendet. Durch die Vorgabe einer externen Dehnung können Vorspannzustände mitberechnet werden.

Allgemein ist bei der Ermittlung der Stahlspannungen, neben den Gleichgewichtskräften am Querschnitt durch das Fachwerkmodell für Stahlbeton, ein Kraftanteil aus dem Versatz des Fachwerkes zu berücksichtigen. Im Stahlbetonbau wird diesem Effekt mit der Abdeckung der Zugkraftdeckungsline bei der Bewehrungsanordnung Rechnung getragen. Da prinzipiell die Nachweise gegen Ermüdung grundsätzlich eine möglichst genaue Bestimmung der Spannungen von Bedeutung ist, wird durch folgende Betrachtungen der Verzicht der Berücksichtigung des Effektes aus dem Versatz begründet. Ein wesentliches Merkmal des Versatzmaßes ist der innere Hebelarm z . Aufgrund der relativ geringen Spannungen auf Gebrauchslastniveau ist ein deutlich geringerer tatsächlicher Hebelarm zu erwarten. Dies führt auch bei Platten mit für gewöhnlich weniger steile Druckstrebenwinkel zu einem relativ kleinen Versatzmaß. Darüber hinaus ist, bei den für die Ermüdungsnachweise maßgebenden Stellen in der Federplatte (z.B. Feldmitte), der Effekt des Versatzmaßes unwesentlich. Aus diesen Gründen wird auf die Berücksichtigung eines Spannungsanteils im Bewehrungsstahl verzichtet.

4.3.5 Iteration zur Querschnittsberechnung

Zur Bestimmung des Dehnungszustandes des Querschnittes wird die Newton-Raphson-Iteration angewandt, so dass sich folgende Gleichung zur Bestimmung der Inkremente zur Annäherung des Dehnungszustands ergibt.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial N}{\partial k_y} & \frac{\partial N}{\partial k_z} \\ \frac{\partial M_y}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_y}{\partial k_y} & \frac{\partial M_y}{\partial k_z} \\ \frac{\partial M_z}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_z}{\partial k_y} & \frac{\partial M_z}{\partial k_z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d\varepsilon_0 \\ dk_y \\ dk_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta N \\ \Delta M_y \\ \Delta M_z \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Die Startwerte für ε_0 , k_y und k_z sind dabei entscheidend für das Konvergenzverhalten und somit auch für die Rechenzeit. Um die Konvergenz zu erhöhen, können die Startwerte eines leicht zentrisch gedrückten Querschnittes gewählt werden. Für Normalbeton haben sich hier die Startwert $\varepsilon_0 = -1,0 \text{ mm/m}$, $k_y = 0$ und $k_z = 0$ als günstig erwiesen. Der Hintergrund hierzu ist, dass die Betonfestigkeit sicher im Querschnitt aktiviert werden kann und stark nichtlineares Werkstoffverhalten, z.B. bei Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit, nicht vorliegt. Wird ein Querschnitt bei vergleichbarem Lastniveau mehrfach berechnet oder es tritt nur eine geringfügige Änderung weniger Parameter des Querschnittes auf (z.B. entlang eines Stabquerschnittes), können die Startwerte aus den Ergebnissen einer vorangegangenen Berechnung verwendet werden. Das Konvergenzverhalten kann hierdurch deutlich beschleunigt werden.

4.3.6 Ermittlung der Steifigkeitswerte eines Querschnittes

Vor der Berechnung eines Stabelementes (bzw. eines ganzen Stabtragwerks), sind die Steifigkeiten in den Querschnitten zu ermitteln. Da diese Steifigkeitswerte zur Lastgröße im Allgemeinen nichtlinear proportional sind, wird die Ermittlung der Querschnittssteifigkeiten nach Laststufen durchgeführt. In dieser Arbeit werden dabei die Tangentensteifigkeiten verwendet (siehe Abbildung 4.13). Dazu wird in einem ersten Schritt der Dehnungszustand zur aktuellen Belastung bestimmt, danach werden die Tangentensteifigkeiten durch eine sehr kleine Änderung der Belastungen berechnet.

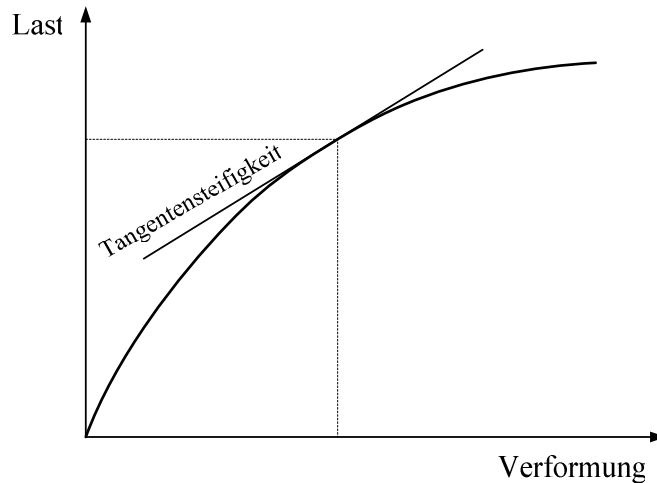


Abbildung 4.13: Tangentensteifigkeit

a) Dehnsteifigkeit und Biegesteifigkeiten

Die Dehnsteifigkeit und die Biegesteifigkeiten eines Querschnittes stehen in Bezug zur Dehnung der Faser in Längsrichtung. Zur Ermittlung der Dehnsteifigkeit und der Biegesteifigkeiten wird die Jacobi-Matrix verwendet, die dem aktuellen Dehnungszustand einer jeweilig betrachteten Last entspricht (siehe Gleichung 4.25). Die auf der Diagonale der Jacobi-Matrix liegenden Elemente sind die Hauptelemente der Steifigkeiten des Querschnittes:

$$D_x = J_{11} = \frac{\partial N}{\partial \varepsilon_0}; \quad B_y = J_{22} = \frac{\partial M_y}{\partial k_y}; \quad B_z = J_{33} = \frac{\partial M_z}{\partial k_z} \quad (4.26)$$

Bei Stahlbetonquerschnitten, besonders im Zustand II und III, gibt es eine wesentliche Änderung aller Schnittgrößen, wenn eine Änderung der Dehnung oder Krümmung auftritt. Alle Elemente in der Jacobi-Matrix, außer den Elementen auf den Hauptdiagonalen, sind die Nebenteile der Steifigkeiten, die die Abhängigkeit der Zustandsgrößen nach ihrer Wirkungsdefinition gegenüber den jeweiligen Querschnittszuständen beschreiben. Alle Werte in der Jacobi-Matrix werden in die in Abschnitt 4.4 dargestellte Übertragungsmatrix implementiert.

Ein zweites Verfahren zur Bestimmung der Querschnittssteifigkeiten besteht darin, durch eine geeignete Änderung der Dehnung und der Krümmungen die Jacobi-Matrix so zu bestimmen, dass sie einer Einheitsmatrix mit beliebigen Größen auf der Hauptdiagonalen entsprechend den Hauptanteilen der Steifigkeiten des Querschnittes entspricht. Die Übertragungsgleichungen in der Querachse sind dann unabhängig voneinander.

Die Ergebnisse beider Verfahren zur Bestimmung der Querschnittssteifigkeit sind gleich, da der Unterschied nur im Weg zur Ermittlung der Steifigkeit liegt und das Gleichgewicht des Tragwerks unter Lasten durch eine iterative Berechnung in beiden Fällen erreicht werden kann. Zunächst wird die Ermittlung der Dehnsteifigkeit und der Biegesteifigkeit für das zweite Verfahren detailliert dargestellt.

Zur Bestimmung der Dehnsteifigkeit werden nur die Elemente der Dehnung und der Normalkraft im Gleichungssystem 4.25 berücksichtigt. Mit dem Einsetzen der Normalkraft mit dem Wert von 1 ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta N = 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

Aus der Lösung des Gleichungssystems für die erste Unbekannte,

$$\Delta \varepsilon_0 = \frac{D_{\Delta \varepsilon_0}}{D} = \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & J_{23} \\ 0 & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} / \det \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

folgt die Dehnsteifigkeit:

$$D_x = \frac{\Delta N}{\Delta \varepsilon_0} = \frac{1}{\Delta \varepsilon_0} = \frac{D}{D_{\Delta \varepsilon_0}} = \det \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} / \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & J_{23} \\ 0 & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

In ähnlicher Weise werden die Biegesteifigkeiten um die y- und z-Achsen wie folgt bestimmt:

$$B_y = \frac{\Delta M_y}{\Delta k_y} = \frac{1}{\Delta k_y} = \frac{D}{D_{\Delta k_y}} = \det \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} / \det \begin{pmatrix} J_{11} & 0 & J_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ J_{31} & 0 & J_{33} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

und

$$B_z = \frac{\Delta M_z}{\Delta k_z} = \frac{1}{\Delta k_z} = \frac{D}{D_{\Delta k_z}} = \det \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} / \det \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & 0 \\ J_{21} & J_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

b) Torsionssteifigkeit

Im Vergleich zur Biegesteifigkeit nimmt die Torsionssteifigkeit bei Rissbildung sehr stark ab. Bei Vollquerschnitten fällt die Torsionssteifigkeit schon im Zustand I, bevor Risse an

der Oberfläche feststellbar sind, erheblich ab. Der Betonkern versucht dabei, sich der Beanspruchung zu entziehen. Die Spannungen verlagern sich daher in der Folge nach außen. Zum Teil ist auch eine Mikrorissbildung an der Steifigkeitsabnahme beteiligt. Nach Leonhardt und Schelling (1974) beträgt die Abnahme der Torsionssteifigkeit bis zum Rissmoment etwa 30% bis 35%. Für Vollquerschnitte kann die Torsionssteifigkeit daher wie folgt ermittelt werden:

$$R_T^I = 0,8 \cdot G_c J_{T0} \quad (4.32)$$

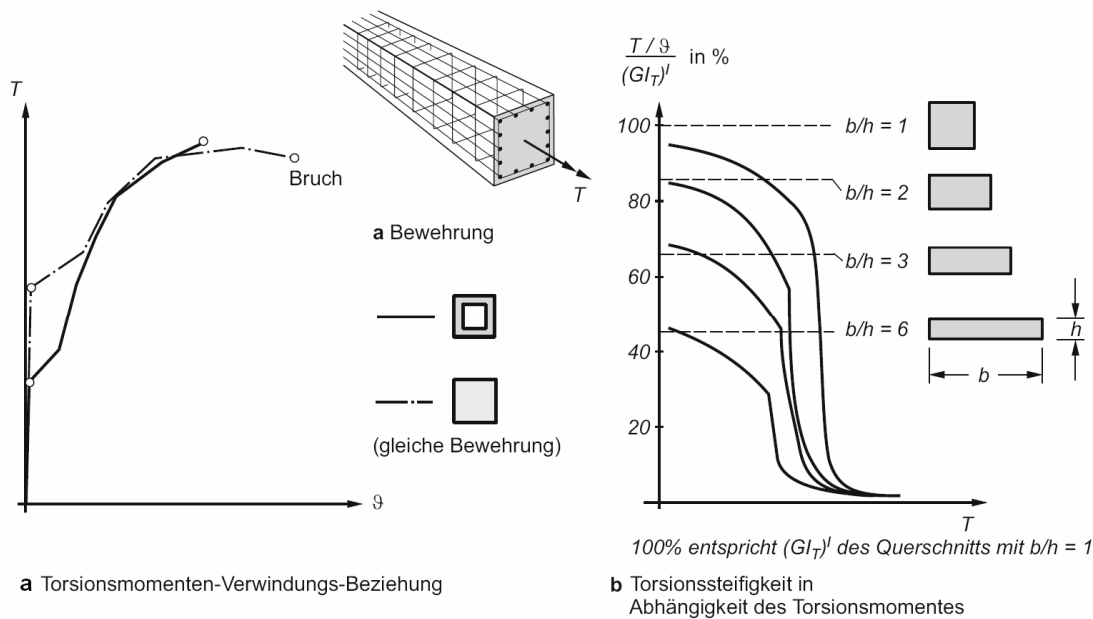


Abbildung 4.14: T - φ -Linien und Entwicklung der effektiven Torsionssteifigkeit aus Versuchen [Leonhardt und Schelling (1974)]

Nach Leonhardt (1978) bleiben die Torsionsmomente bei Einhaltung der üblichen Grenzen des zulässigen Torsionsmomentes M_T meist unter dem Rissmoment, so dass die Torsionssteifigkeit im Zustand I für Gebrauchslastverformungen eingesetzt werden kann. Nach Graubner (2009) beträgt die Torsionssteifigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit nur etwa 10% der Steifigkeit des ungerissenen Querschnittes. Für den allgemeinen Querschnitt wird die Torsionssteifigkeit in dieser Arbeit nach der Gleichung 4.33 eingesetzt. Eine mögliche gegenseitige Beeinflussung von Torsionssteifigkeit und Biegesteifigkeit wird nicht berücksichtigt.

$$R_T^I = 0,9 \cdot G_c J_{T0} \quad (4.33)$$

4.4 Berechnungsverfahren auf Elementebene

4.4.1 Einführung in das Übertragungsmatrizenverfahren

Das Übertragungsmatrizenverfahren (ÜM-Verfahren) ist ein Berechnungsverfahren, das sich insbesondere für strangförmige Strukturen eignet. Der Gesamtstab wird dabei in mechanisch, möglichst einfach beschreibbare Segmente zerlegt. Für jedes dieser Segmente werden dann Übertragungsmatrizen formuliert, die alle Systeminformationen hinsichtlich Geometrie und Materialeigenschaften enthalten.

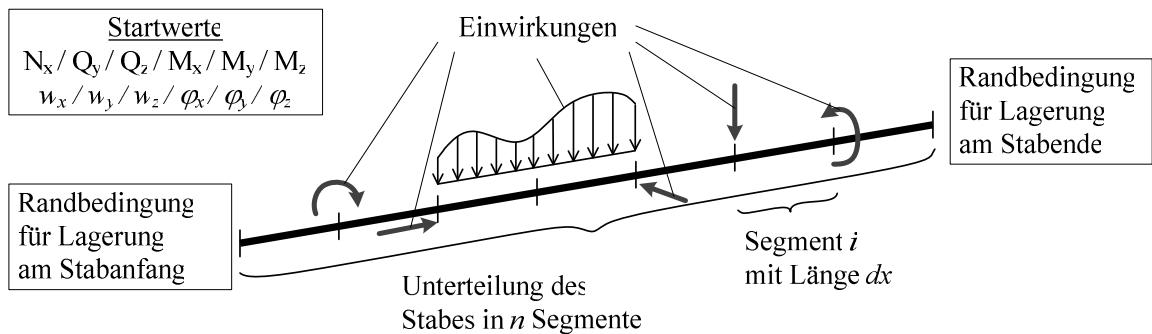


Abbildung 4.15: Stabmodell für die Rechnung mit dem Übertragungsmatrizenverfahren

Der große Vorteil vom ÜM-Verfahren ist die Flexibilität in der Anordnung der Lasten und der Randbedingungen für Stabelemente. Außerdem sind die Übertragungsgleichungen einfach zu formulieren und aufzustellen. Im Fall der nichtlinearen Verteilung der Steifigkeiten in Stablängsrichtung kann eine wirklichkeitsnahe Bestimmung der Steifigkeiten durch eine entsprechende Unterteilung des Stabes in Längsrichtung erreicht werden.

Bei der am häufigsten angewandten Methode des ÜM-Verfahrens wird der Zustandsvektor W_{i+1} durch Multiplikation der Übertragungsmatrix T_i mit dem Zustandsvektor W_i des vorherigen Iterationsschritts ermittelt:

$$W_{i+1} = T_i \cdot W_i \quad (4.34)$$

Mithilfe der Matrix T_i kann dabei der Zustandsvektor nicht nur im Feldbereich eines Stababschnitts bestimmt werden, sondern auch durch Kopplung über Knoten zu benachbarten Abschnitten. Die Übertragungsmatrix im Feldbereich und die Übertragungsmatrix der Knoten werden in dieser Arbeit L und N genannt. Ist W_a der Zustandsvektor am Stabanfang und W_e der Zustandsvektor am Ende des Stabes, so lässt sich folgende Beziehung formulieren:

$$W_e = N_n L_{n-1} N_{n-1} \dots L_1 N_1 L_0 N_0 W_a \quad (4.35)$$

Der Vektor W_a beinhaltet dabei sowohl die bekannten als auch die unbekannten Schnitt- und Weggrößen. Ein Beispiel der Übertragungsgleichung der vertikalen Verschiebung eines Stabes an beliebiger Stelle x nach Theorie I. Ordnung eines ebenen Systems ist in der Gleichung 4.36 dargestellt.

$$w_x = w_0 + \varphi_0 \cdot x + M_0 \cdot \frac{x^2}{2EI} + V_0 \cdot \frac{x^3}{6EI} + q_0 \cdot \frac{x^4}{24EI} + q'_0 \cdot \frac{x^5}{120EI} \quad (4.36)$$

Hier sind w_0 , φ_0 , M_0 , V_0 die Verschiebungen und Schnittgrößen am Startpunkt und q_0 , q'_0 die Gleichlast am Stababschnitt (konstanter Anteil und Gradient der Gleichlast).

Das Gleichungssystem 4.35 kann durch die Verwendung eines direkten Lösungsverfahrens oder eines Iterationsverfahrens gelöst werden. In seiner Dissertation verwendete Pfeiffer (2004) das Newton-Raphson Iterationsverfahren. Um ein Gleichgewicht zwischen den inneren Zustandgrößen und den äußeren Einwirkungen durch das Iterationsverfahren zu erzielen, benutzte er als Startgrößen geschätzte Werte für die Elemente des Zustandsvektors am Stabanfang und berechnete damit die übrigen Werte entlang des Stabes. Der neu errechnete Zustandsvektor am Stabende wird mit den Randbedingungen verglichen, wodurch ein Anpassen der geschätzten Startwerte für die nächste Iteration derart folgt, dass eine Näherung nach Newton-Raphson an die tatsächliche Lösung erfolgen kann. Der Vorteil dieser Methode liegt in der Einfachheit der Bestimmung der Übertragungsgleichungen und der Lösung des Gleichungssystems. Darüber hinaus werden die Steifigkeiten des Stabelementes in den Matrizen automatisch mitbestimmt. Eine separate Berechnung der Steifigkeiten des Stabelementes ist somit nicht nötig. Der Nachteil dieser Methode liegt in der Notwendigkeit einer sehr feinen Unterteilung des Stabelementes. Die Anzahl der benötigten Querschnitte hängt dabei stark von der Lastverteilung ab. Hierbei sollte in Stabbereichen, welche systembedingt eine starke Änderung der Steifigkeit sowie Einwirkungsgrößen haben, eine feinere Unterteilung des Stabelementes vorgenommen werden. Ein Beispiel für die Fehleinschätzung, infolge der Annahme einer konstanten Steifigkeit entlang des Stabes, ist für einen beidseitig starr eingespannten Balken unter einer Gleichlast in Abbildung 4.16 dargestellt. Um die Konvergenz des Stabgleichgewichts mit hoher Genauigkeit zu erreichen, ist für die Berechnung eine Segmentierung des Stabes in hundert Querschnitte nötig. Dies kann eine große Speicherkapazität erfordern und eine lange Rechenzeit verursachen. Dies gilt insbesondere wenn eine Wanderlast berücksichtigt wird oder auch bei insgesamt komplexen Tragwerken. Ein weiterer Nachteil ergibt sich aus dem Iterationsverfahren. Infolge numerischer Singularität ist dabei keine Balance der Ergebnisse zwischen den beiden Enden des Stabelementes unter symmetrischen Lasten möglich.

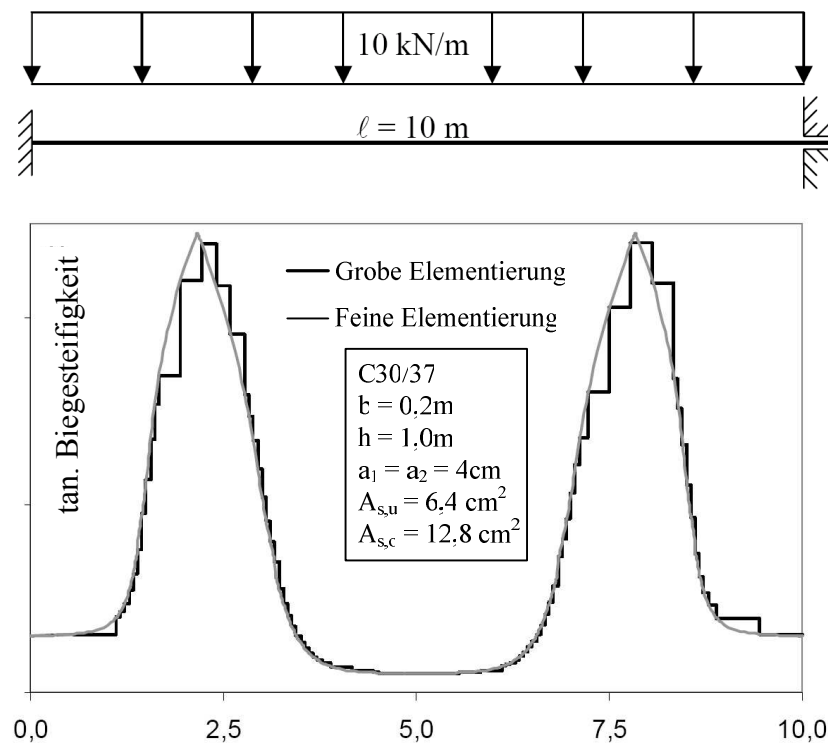


Abbildung 4.16: Fehler der Näherungslösung bei Nutzung von konstanten Steifigkeitswerten [Pfeiffer (2004)]

Eine weitere Methode zur Berechnung ist das direkte Verfahren. Es basiert im Wesentlichen auf dem Prinzip einer mathematischen Analyse. Das Verhalten des Elementes wird dabei durch Differentialgleichungen beschrieben. Der Verfahrensablauf kann zusammengefasst wie folgt beschrieben werden: Die Ergebnisse aus der Lösung der Differentialgleichungen werden in Übertragungsmatrizen an die entsprechenden Stellen übergeben. Mittels einer besonderen Filtertechnik der Matrizenrechnung werden die Unbekannten durch eine Rechenoperation aus dem Gleichungssystem gelöst. Diese Methode ist sinnvoll für die Berechnung mit vorgegebenen Steifigkeitswerten des Stabelementes. Da die Steifigkeiten für die jeweilige Beanspruchung berechnet werden, ist eine iterative Berechnung erforderlich. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass im Allgemeinen nur eine grobe Elementierung für die Berechnung erforderlich ist. Eine Unterteilung mit 20 Segmenten für das in Abbildung 4.16 dargestellte System liefert ein vergleichbar gutes Ergebnis der Steifigkeits- und Schnittgrößenermittlung. In dieser Arbeit wurde ein eigenes adaptiertes direktes Verfahren erarbeitet und wird im Folgenden für räumliche Systeme vorgestellt.

4.4.2 Übertragungsverfahren für ein dreidimensionales Modell

Bei einem dreidimensionalen Modell hat der Zustandsvektor insgesamt 13 Elemente (sechs Schnittgrößen, sechs Verschiebungsgrößen und ein Element mit dem Wert 1). Entsprechend dazu hat die Übertragungsmatrix 13x13 Elemente. Das Element mit dem Wert 1 spielt eine wichtige Rolle für die Übertragung der Werte vom Ausgangszustand zum Folgezustand.

a) Aufbau der Matrizen

Zustandsvektor

Der Zustandsvektor wird wie in der Gleichung 4.37

$$W = \{u_x \ \varphi_x \ N_x \ M_x \ u_y \ \varphi_y \ M_y \ V_y \ u_z \ \varphi_z \ M_z \ V_z \ 1\}^T \quad (4.37)$$

oder getrennt wie in der Gleichung 4.38 angeschrieben.

$$W = \begin{Bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \\ 1 \end{Bmatrix} \text{ mit } W_x = \begin{Bmatrix} u_x \\ \varphi_x \\ N_x \\ M_x \end{Bmatrix} ; \quad W_y = \begin{Bmatrix} u_y \\ \varphi_y \\ M_y \\ V_y \end{Bmatrix} \text{ und } W_z = \begin{Bmatrix} u_z \\ \varphi_z \\ M_z \\ V_z \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

Knotenmatrix

Eine allgemeine Knotenmatrix wird in der Gleichung 4.39 beschrieben.

$$N_i = \begin{bmatrix} [D]_{12 \times 12} [B]_{12 \times 1} \\ [0]_{1 \times 12} [1]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{13 \times 13} \quad (4.39)$$

Die Matrix [D] beinhaltet die Parameter der Knotensteifigkeiten, z.B. aus einer lokalen Feder. Wenn es keinerlei Federn am betrachteten Knoten gibt, so wird die Matrix [D] zu einer Einheitsmatrix. Die Matrix [B] beinhaltet die bekannten Lastgrößen auf den Knoten, wie z.B. lokal konzentrierte Momente oder Kräfte.

Feldmatrix

Die Gleichung 4.40 beschreibt die verallgemeinerte Feldmatrix.

$$L_i = \begin{bmatrix} [C]_{12 \times 12} [b]_{12 \times 1} \\ [0]_{1 \times 12} [1]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{13 \times 13} \quad (4.40)$$

Die Matrix [C] beinhaltet die zustandsunabhängigen Elemente der Glieder der Übertragungsgleichungen für jedes Feld. Zum Beispiel in Gleichung 4.36 "1,, für w_0 und x für φ_0 u.s.w. Die Matrix [b] beinhaltet die auf dem Feld beschreibende

Lastverteilungskomponente. Zum Vereinfachen können die Matrix $[C]$ und $[b]$ in jeder Wirkungsebene des Stabes wie in Gleichung 4.41 geordnet werden. Die Kennziffer I, II und III in Formel 4.41 zeigen die Ebenen (yOz), (zOx) und (xOy), die auch den Zustandsvektoren W_x , W_y , W_z entsprechen.

$$[C]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} C_{4 \times 4}^I & & \\ & C_{4 \times 4}^{II} & \\ & & C_{4 \times 4}^{III} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad [b]_{12 \times 1} = \begin{bmatrix} b_{4 \times 1}^I \\ b_{4 \times 1}^{II} \\ b_{4 \times 1}^{III} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Alle Elemente der Feldmatrix werden im Allgemeinen durch die Lösung der Differentialgleichung bestimmt.

Vektor der Unbekannten

Der Zustandsvektor des Stabanfangs kann in einen Vektor mit unbekannten und in einen Vektor mit bekannten Elementen aufgeteilt werden:

$$W_a = W_a^{bek} + W_a^{unbek} \quad (4.42)$$

Für den Zustandsvektor des Stabendes ergibt sich wie folgt:

$$W_e = W_e^{bek} + W_e^{unbek} \quad (4.43)$$

Sind alle Verdrehungen und Verschiebungen der Anfangsknoten sowie Endknoten eines Stabelementes bestimmt, lassen sich der Vektor der unbekannten und der bekannten Elemente wie folgt anschreiben:

$$W_a^{bek.} = \{u_x^0 \quad \varphi_x^0 \quad 0 \quad 0 \quad u_y^0 \quad \varphi_z^0 \quad 0 \quad 0 \quad u_z^0 \quad \varphi_y^0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\}_{13 \times 1}^T \quad (4.44)$$

$$W_a^{unbek.} = \{0 \quad 0 \quad N_x^a \quad M_x^a \quad 0 \quad 0 \quad M_z^a \quad V_y^a \quad 0 \quad 0 \quad M_y^a \quad V_z^a \quad 0\}_{13 \times 1}^T \quad (4.45)$$

und

$$W_e^{bek.} = \{u_x^e \quad \varphi_x^e \quad 0 \quad 0 \quad u_y^e \quad \varphi_z^e \quad 0 \quad 0 \quad u_z^e \quad \varphi_y^e \quad 0 \quad 0 \quad 1\}_{13 \times 1}^T \quad (4.46)$$

Die reduzierte Form für diese Vektoren ergibt:

$$W_{ar}^{bek.} = \{u_x^a \quad \varphi_x^a \quad u_y^a \quad \varphi_z^a \quad u_z^a \quad \varphi_y^a\}_{6 \times 1}^T \quad (4.47)$$

$$W_{ar}^{unbek.} = \{N_x^a \quad M_x^a \quad M_y^a \quad V_z^a \quad M_z^a \quad V_y^a\}_{6 \times 1}^T \quad (4.48)$$

$$W_{er}^{bek.} = \{u_x^e \quad \varphi_x^e \quad u_y^e \quad \varphi_z^e \quad u_z^e \quad \varphi_y^e\}_{6 \times 1}^T \quad (4.49)$$

Mithilfe einer „Filtermatrix“ lassen sich die Vektoren für die unbekannten Größen als Produkt mit dem Vektor der Randbedingungen (die bekannten Größen) darstellen.

$$W_a^{unbek.} = K_{R,13 \times 6} W_{ar}^{unbek.} \quad (4.50)$$

$$W_{er}^{bek.} = K_{L,6 \times 13} W_e = K_{L,6 \times 13} W_e^{bek.} \quad (4.51)$$

Diese „Filtermatrizen“ sind dabei wie folgt zu besetzen:

$$K_{R,13 \times 6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; K_{L,6 \times 13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

In diesen Filtermatrizen ist der Wert „1“ entsprechend dem betrachteten Bestandteil im Zustandsvektor. Hierbei ist K_R für unbekannte Größen und K_L ist für bekannte Größen.

b) *Auslösen der Unbekannten*

Die Gleichung (4.36) kann auch wie folgt geschrieben werden.

$$U_{13 \times 13} W_a = W_e \quad (4.53)$$

Hierin ist U die Übertragungsmatrix und W_a bzw. W_e sind die Zustandsvektoren.

Entsprechend kann mit

$$U_{13 \times 13} = N_n L_{n-1} N_{n-1} \dots L_1 N_1 L_0 N_0 \quad (4.54)$$

durch Einsetzen in Gleichung 4.53 folgende Gleichung formuliert werden:

$$N_n L_{n-1} N_{n-1} \dots L_1 N_1 L_0 N_0 (W_a^{bek.} + W_a^{unbek.}) = (W_e^{bek.} + W_e^{unbek.}) \quad (4.55)$$

bzw.

$$U_{13 \times 13} (W_a^{bek.} + W_a^{unbek.}) = (W_e^{bek.} + W_e^{unbek.}) \quad (4.56)$$

Aus Gleichung 4.53 folgt:

$$K_L U W_a = K_L W_e = K_L W_e^{bek.} \quad (4.57)$$

Die linke Seite in Gleichung 4.57 kann weiter wie in Gleichung 4.58 geschrieben werden.

$$K_L U W_a = K_L U (W_a^{bek.} + W_a^{unbek.}) = K_L U W_a^{bek.} + K_L U W_a^{unbek.} \quad (4.58)$$

Aus Gleichung 4.57 und Gleichung 4.58 gilt folgende Ableitung:

$$K_L U W_a^{unbek.} = K_L W_e^{bek.} - K_L U W_a^{bek.} \quad (4.59)$$

Aus Gleichung 4.50 gilt somit:

$$K_L U W_a^{unbek.} = K_L U K_R W_{ar}^{unbek.} \quad (4.60)$$

Somit kann die Gleichung 4.59 folgendermaßen dargestellt werden:

$$[K_L U K_R] W_{ar}^{unbek.} = K_L W_e^{bek.} - K_L U W_a^{bek.} \quad (4.61)$$

Zum Schluss wird nach dem Vektor der Unbekannten zu Gleichung 4.62 aufgelöst:

$$W_{ar}^{unbek.} = [K_L U K_R]^{-1} (K_L W_e^{bek.} - K_L U W_a^{bek.}) \quad (4.62)$$

Für andere Randbedingungen, z.B. eine Kopplung am Ende des Stabelementes, sind die Filtermatrizen K_L und K_R zu ändern. Eine Anpassung des Algorithmus ist somit nicht erforderlich.

4.4.3 Berechnungsmodell für ein allgemeines Stabelement

Zur Vereinfachung werden die Weg- und Schnittgrößen in drei Gruppen, die nach den drei Ebenen XOY, YOZ und ZOX charakterisiert werden, aufgeteilt. Entsprechend dieser Ebenen werden die drei Differentialgleichungen aufgestellt, die dann unabhängig voneinander aufgelöst werden. Die Analyse der Gleichungen beruht auf der Annahme konstanter Querschnittssteifigkeiten. Abbildung 4.17 zeigt die Definition der positiven Vorzeichen der Weg- und Schnittgrößen.

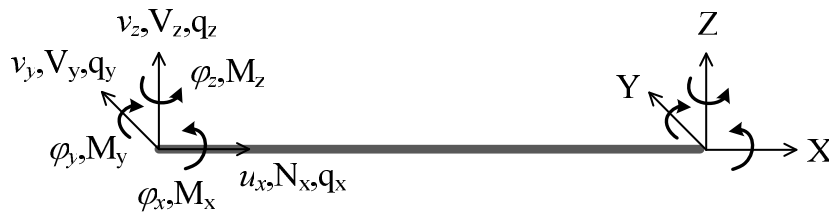


Abbildung 4.17: Definition der positiven Vorzeichen

Da Stahlbetonbauteile ein nichtlineares Werkstoff- und Tragverhalten aufweisen, ist eine iterative Berechnung zur Bestimmung der Schnittgrößen erforderlich. Damit wird der Stab in viele kleine Segmente unterteilt, deren Querschnittssteifigkeiten konstant sind. Nach jedem Iterationsschnitt werden die Querschnittssteifigkeiten aller Segmente durch eine Nachrechnung der Querschnitte mit den aktuellen Schnittgrößen erneuert. Auf diese Weise wird die Beziehung zwischen Weg- und Schnittgrößen in den drei Ebenen durch die Querschnittsberechnung infolge der neu ermittelten Normalkräfte in X-Richtung und der Momente in Y- und in Z-Richtung berücksichtigt.

Zunächst wird das Aufstellen der Übertragungsmatrix unter Berücksichtigung der Verformung nach Theorie I., II. und III. Ordnung erläutert. Die Übertragungsmatrix wird in diesem Fall Feldmatrix genannt.

a) *Theorie I. Ordnung*

Nach der Theorie I. Ordnung werden die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System formuliert. Die Differentialgleichung für Gruppe 1 (Torsion und Zug- sowie Druckbeanspruchung) wird wie folgt dargestellt.

$$\frac{u_x''}{D_x} = -q_x(x) \text{ und } \frac{\varphi_x''}{R_x} = -m_x(x) \quad (4.63)$$

Die Differentialgleichung für Gruppe 2 (Biegung in Ebene ZOY):

$$w_y''' = q_y(x) \quad (4.64)$$

Die Differentialgleichung für Gruppe 3 (Biegung in Ebene XOY):

$$w_z''' = q_z(x) \quad (4.65)$$

Nach einer Auslösung der Gleichungen 4.63, 4.64 und 4.65 und einer Anordnung der Koeffizienten werden die Elementmatrizen bestimmt, die in der Feldmatrix stehen. Hier bezeichnet i den Index des betrachteten Elementsegmentes. Detaillierte Lösungen der Differentialgleichungen finden sich im Anhang A.

$$C_{4 \times 4}^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{l_i}{D_x^i} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{l_i}{R_x^i} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; C_{4 \times 4}^{II} = \begin{bmatrix} 1 & l_i & -\frac{l_i^2}{2B_z^i} & \frac{l_i^3}{6B_z^i} \\ 0 & 1 & -\frac{l_i}{B_z^i} & \frac{l_i^2}{2B_z^i} \\ 0 & 0 & 1 & -l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; C_{4 \times 4}^{III} = \begin{bmatrix} 1 & -l_i & \frac{l_i^2}{2B_y^i} & \frac{l_i^3}{6B_y^i} \\ 0 & 1 & -\frac{l_i}{B_y^i} & -\frac{l_i^2}{2B_y^i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b_{4 \times 1}^I = \begin{bmatrix} -q_x^i \frac{l_i^2}{2D_x^i} - q_x^{i'} \frac{l_i^3}{6D_x^i} \\ m_x^i \frac{l_i^2}{2R_x^i} + m_x^{i'} \frac{l_i^3}{6R_x^i} \\ q_x^i l_i + q_x^{i'} \frac{l_i^2}{2} \\ m_x^i l_i + m_x^{i'} \frac{l_i^2}{2} \end{bmatrix}; b_{4 \times 1}^{II} = \begin{bmatrix} q_y^i \frac{l_i^4}{24B_z^i} + q_y^{i'} \frac{l_i^5}{120B_z^i} \\ q_y^i \frac{l_i^3}{6B_z^i} + q_y^{i'} \frac{l_i^4}{24B_z^i} \\ -q_y^i \frac{l_i^2}{2B_z^i} - q_y^{i'} \frac{l_i^3}{6B_z^i} \\ q_y^i l_i + q_y^{i'} \frac{l_i^2}{2} \end{bmatrix}; b_{4 \times 1}^{III} = \begin{bmatrix} q_z^i \frac{l_i^4}{24B_y^i} + q_z^{i'} \frac{l_i^5}{120B_y^i} \\ -q_z^i \frac{l_i^3}{6B_y^i} - q_z^{i'} \frac{l_i^4}{24B_y^i} \\ q_z^i \frac{l_i^2}{2B_y^i} + q_z^{i'} \frac{l_i^3}{6B_y^i} \\ q_z^i l_i + q_z^{i'} \frac{l_i^2}{2} \end{bmatrix}$$

b) Theorie II. Ordnung

Nach Theorie II. Ordnung werden die Gleichgewichtsbedingungen am verformten System formuliert. Die Differentialgleichungen für die Ebenen XOY und ZOX werden entsprechend in Gleichung 4.66 formuliert.

$$w_y''' - \frac{N}{B_z} w_y'' = q_y(x) \text{ und } w_z''' + \frac{N}{B_y} w_z'' = q_z(x) \quad (4.66)$$

Die beiden Differentialgleichungen sind durch das Vorzeichen der Längskraft $N(x)$ als jeweiliger Koeffizient des zweiten Gliedes der Gleichungen charakterisiert. Ist die Längskraft null, ergeben sich die Gleichungen (4.64) und (4.65). Hierbei wurde die Normalkraft des verformten Querschnittes aus der Längskraft und der Querkraft durch eine Koordinatentransformation ermittelt. Nach der Auslösung der Differentialgleichungen für den Fall $q(x)$ der trapezförmigen Streckenlasten werden alle Elemente in der Feldmatrix bestimmt. Detaillierte Aufgaben hierzu sind im Anhang A zu finden.

c) Theorie III. Ordnung

Infolge der Krümmung der Stabachse, also des Biegeanteils des Stabes, verkürzt sich jedes Segment um einen kleinen Anteil Δx . Diese Verkürzung verursacht eine Änderung der Schnittgrößen. Dies stellt den Effekt der Theorie III. Ordnung dar. Die Berechnung dieses Verkürzungsanteils erfolgt normalerweise durch eine integrale Berechnung mit einer konstanten Biegung am ganzen Segment. Zur Vereinfachung lässt sich der Verkürzungsanteil durch einen Näherungsansatz der Segmentverformung ermitteln. Abbildung 4.18 stellt die geometrischen Zusammenhänge des Verkürzungsanteils nach einem Linearansatz und einem Kreisbogenansatz in der Ebene am Stab dar. Das Ergebnis nach Anwendung des Kreisbogenansatzes der Segmentverformung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Ergebnis aus der numerischen Integralberechnung zur Bestimmung der Verschiebung des Stabelementes. In diesem Fall ist der Berechnungszeitaufwand auch sehr gering im Vergleich zu einer numerischen Integration.

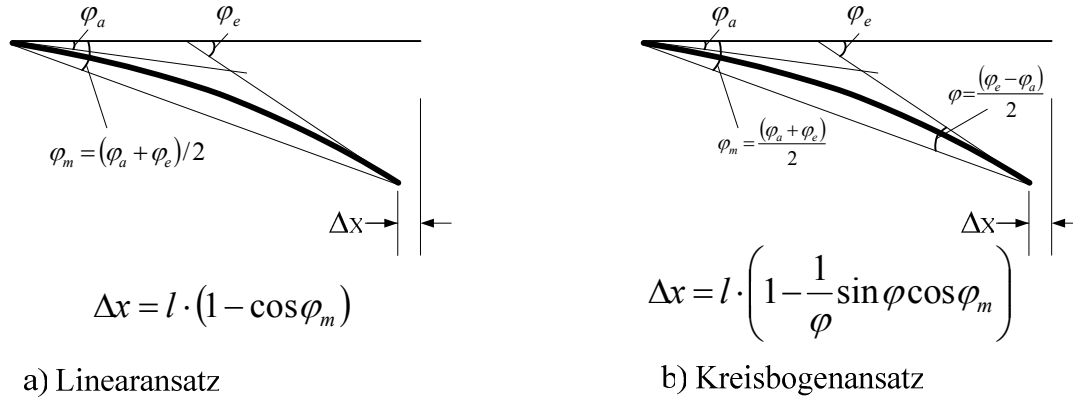


Abbildung 4.18: Verkürzungsanteil eines Segmentes infolge Stabbiegung

Bei dreidimensionalen Stabelementen kann der Verkürzungsanteil mit den zuvor dargestellten Ansätzen in den Ebenen XOY und XOZ schrittweise ermittelt werden. Nach jedem Iterationsschritt ist dabei der Verkürzungsanteil ebenfalls zu aktualisieren und in die Feldmatrix an die Verschiebungsgröße in Stabelementlängsrichtung einzupflegen.

4.4.4 Berechnungsmodell für elastische Bettung

Zur Modellierung des Verhaltens der Tragwerkselemente im Zusammenhang mit einem Fundament, z.B. Pfähle im Brückenbau, wird sehr häufig ein elastisch gebetteter Balken verwendet. Die Interaktion zwischen Boden und Balken wird im Allgemeinen als Federmodell abgebildet und lässt sich durch folgende Formel darstellen.

$$-c_v \cdot v = R_v \quad (4.67)$$

mit

v – die Verschiebung oder Verdrehung des betrachteten Punktes des Balkens.

c_v und R_v – die Federsteifigkeit und die Reaktion aus dem Boden aus v .

Das negative Vorzeichen auf der linken Seite zeigt, dass die Reaktionsrichtung umgekehrt zur Verformungsrichtung ist. Die Interaktion zwischen Boden und Pfählen kann direkt durch eine entsprechende Federsteifigkeit c_v oder indirekt durch eine Bettungsreaktion R_v simuliert werden.

Pfeiffer (2004) verwendet das indirekte Verfahren. Damit wird das Stabelement in viele Segmente aufgeteilt. Für die aus der Bettungsreaktion resultierende Belastung wird die Annahme eines linearen Verlaufs für jedes Segment getroffen. Die Werte der Reaktion werden als zusätzliche äußere Linienlasten aufgebracht und zur Verformungsrechnung

verwendet. Dies erfordert eine iterative Methode zur Berechnung der Boden-Element-Interaktion. Ein entsprechendes Berechnungsverfahren für die Reaktion aus einer elastischen Bettung des Stabes findet sich in [Pfeiffer (2004)].

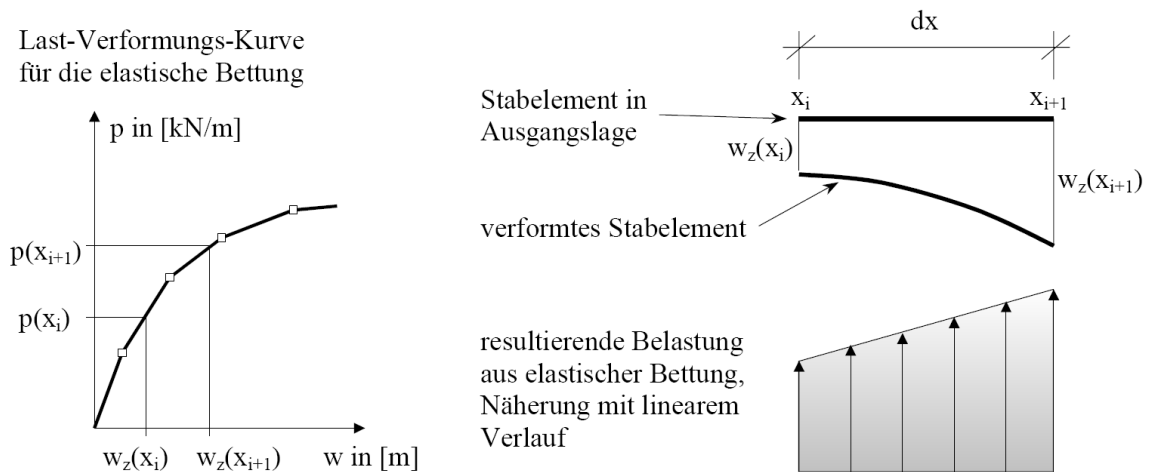


Abbildung 4.19: Ermittlung der Reaktion aus elastischer Bettung des Stabes nach Pfeiffer (2004)

Bei der direkten Beschreibung der Interaktion zwischen Boden und Pfählen durch Federsteifigkeiten gibt es zwei Umsetzungsmöglichkeiten. Zum einen kann die Bettungsreaktion kontinuierlich entlang des Stabelementes beschrieben werden. Bei diesem Verfahren wird eine entsprechende Differentialgleichung für das Stabelement ausgebildet. Die Ergebnisse aus der Lösung dieser Differentialgleichung werden in die Übertragungsmatrix implementiert.

Zum anderen kann als vereinfachtes Verfahren die Benutzung einer Feder bei einigen Punkten des Stabelementes zur Berechnung gewählt werden. Die Federsteifigkeit für jeden Punkt kann direkt in die Knotenmatrix an entsprechender Stelle eingesetzt werden. Bei diesem Verfahren ist keine zusätzliche Berechnung und auch keine Änderung des Algorithmus erforderlich. Die Federsteifigkeitselemente werden in Matrix $[D]$ wie folgt festgelegt:

$$[D]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_{u_x} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c_{\varphi_x} & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{\varphi_z} & 1 & 0 \\ -c_{u_y} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{\varphi_y} & 1 & 0 \\ -c_{u_z} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

Bei der elastischen Bettung, als direkte Beschreibung der Interaktion, sind die Steifigkeitselemente c_v konstant. Im Gegensatz hierzu werden im vereinfachten Verfahren die Steifigkeitselemente nach jedem Iterationsschritt geändert. Damit wird die Federsteifigkeit jedes Punktes in Abhängigkeit des Ergebnisses der letzten Verformungsberechnung bestimmt.

4.4.5 Möglichkeiten zur Erweiterung des theoretischen Ansatzes

Die Berechnung stabförmiger Tragwerke durch die Trennung der Längs- und Querrichtung an jedem Stabelement, ermöglicht eine vielseitige Erweiterung des theoretischen Ansatzes.

Zur Berücksichtigung der Interaktionswirkung zwischen Torsion und Biegemomenten besteht die Möglichkeit durch Formulierung eines geeigneten Ansatzes auf Grundlage von Versuchen den Algorithmus zu erweitern. In Querrichtung können dabei die Querschnittssteifigkeiten (Biegesteifigkeit), wie in Abschnitt 4.3 dargestellt, unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen den Querschnittsschnittgrößen bestimmt werden.

In Längsrichtung kann eine beliebige Funktion zur Beschreibung der Querschnittsschnittgrößen und der Querschnittsverschiebungen verwendet werden. Einer von vielen Vorteilen des Übertragungsverfahrens ist die Möglichkeit der Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen an einem Stabelement, wie z.B. Kopplungen, Verschiebungen sowie feste oder elastische Lagerungen. Dadurch kann jedes Element mehr als zwei Knoten haben. Um dieses Ziel zu erreichen, werden die Knoten- und Übertragungsmatrizen geeignet erweitert. Die Anzahl der Unbekannten an jedem Stabelement ist somit variabel, also nicht immer 6, wie im Abschnitt 3.4.2 exemplarisch angenommen. Sie hängt letztlich von der Art und der Anzahl der Knotenbedingungen im Stabelement ab.

4.5 Berechnungsverfahren auf Systemebene

4.5.1 Die Finite Elemente Methode

Die Hauptidee der Finite Elemente Methode ist es, eine Lösung für eine Makrostruktur durch Berechnung vieler Mikrostrukturen zu finden. Die Makrostruktur wird hierzu in eine endliche Anzahl von Elementen derart diskretisiert, dass für jedes Element eine einfache Lösung gefunden werden kann. Die Elemente werden durch Knoten verbunden. Für die Berechnung eines jeden Elementes wird in Allgemeinen das Galerkin-Verfahren verwendet. Das Galerkin-Verfahren ist ein numerisches Verfahren zur näherungsweisen Lösung von partiellen Differentialgleichungen. Dabei wird für die Differentialgleichung eine entsprechende Ansatzfunktion für jede Elementart gewählt. Für einige spezielle Elemente, vor allem die Stabelemente, kann eine Lösung auf verschiedene Weisen erfolgen. Die Lösung für Stabelemente unter Verwendung des Übertragungsverfahrens, wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt, ist eine exakte Lösung nach der Balken-Theorie. Da die Knotenverschiebungen bei der Finite Elemente Methode oft als Unbekannte gewählt werden, kann diese Methode für das globale Tragwerkssystem als Weggrößenverfahren verstanden werden. Das Weggrößenverfahren eröffnet zudem die Möglichkeit zum Aufbau der Steifigkeitsmatrix des Stabelementes.

a) *Grundgleichungssystem der Finite Elemente Methode*

Das Grundprinzip der Finite Elemente Methode ist das Gleichgewicht der potenziellen Kräfte von äußeren, eingeprägten und inneren Kräften. Diese Potenziale werden durch Verformungsgrößen ausgedrückt (z. B. Durchbiegung). Die zugehörigen Spannungen werden dabei durch Dehnungen ausgedrückt.

Als Grundgleichungssystem der Finite Elemente Methode kann folgender Zusammenhang formuliert werden:

$$[K] \cdot \{W\} = \{F\} \quad (4.69)$$

mit

$[K]$ – die Steifigkeitsmatrix,

$\{W\}$ – der Knotenverschiebungsvektor und

$\{F\}$ – der Knotenkraftvektor.

b) Koordinatentransformationsmatrix

Zur Herstellung einer einheitlichen Formel für das Gesamtsystem wird eine Koordinatentransformationsmatrix für jedes Element benötigt. Dabei wird die Element-Steifigkeitsmatrix in das globale Koordinatensystem wie folgt übertragen:

$$[K]_e^{global.K} = [T]^T \cdot [K]_e^{lokal.K} \cdot [T] \quad (4.70)$$

Gleiches gilt auch für den Knotenverschiebungsvektor und den Knotenkraftvektor:

$$[w]_e^{global.K} = [T]^T \cdot [w]_e^{lokal.K} \quad (4.71)$$

$$[f]_e^{global.K} = [T]^T \cdot [f]_e^{lokal.K} \quad (4.72)$$

Bei Verwendung von dreidimensionalen Stabwerken sieht die Koordinatentransformationsmatrix für das Element wie folgt aus:

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_1 \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (4.73)$$

Hier ist T_1 die Koordinatentransformationsmatrix für jeden Knoten des Elementes.

$$T_1 = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & 0 & 0 & 0 \\ l_2 & m_2 & n_2 & 0 & 0 & 0 \\ l_3 & m_3 & n_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_1 & m_1 & n_1 \\ 0 & 0 & 0 & l_2 & m_2 & n_2 \\ 0 & 0 & 0 & l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Sind (x_1, y_1, z_1) und (x_2, y_2, z_2) die Koordinaten der zwei Knoten des Stabelementes, können Elemente der Matrix T_1 nach Gleichung 4.75 für den Fall der Elementachse nicht parallel zur Z-Achse und im Fall der Elementachse parallel zur Z-Achse entsprechend nach Gleichung 4.76 ermittelt werden.

$$\begin{cases} l_1 = (x_1 - x_0)/L \\ m_1 = (y_1 - y_0)/L \\ n_1 = (z_1 - z_0)/L \end{cases} \quad \begin{cases} l_3 = -(x_1 - x_0) \times (z_1 - z_0)/L^2 \\ m_3 = -(y_1 - y_0) \times (z_1 - z_0)/L^2 \\ n_3 = ((x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2)/L^2 \end{cases} \quad \begin{cases} l_2 = -(y_1 - y_0)/L \\ m_2 = (x_1 - x_0)/L \\ n_2 = 0 \end{cases} \quad (4.75)$$

$$\begin{cases} l_1 = 0 \\ m_1 = 0 \\ n_1 = (z_1 - z_0)/L \end{cases} \quad \begin{cases} l_2 = 0 \\ m_2 = 1 \\ n_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} l_3 = -n_1 \\ m_3 = 0 \\ n_3 = 0 \end{cases} \quad (4.76)$$

Hier ist L die Länge des Stabelementes:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (4.77)$$

Zunächst wird der Aufbau der Steifigkeitsmatrix des Stabelementes mit der Verwendung des Weggrößenverfahrens beschrieben.

4.5.2 Das Stabelementmodell in Verbindung mit Übertragungsmatrizen

Im lokalen Koordinatensystem kann das Gleichungssystem bei jedem Stabelement wie folgt beschrieben werden:

$$[K]_e \cdot \{w\}_e = \{f\}_e \quad (4.78)$$

mit

$$\{w\}_e = \{u_{x1} \quad u_{y1} \quad u_{z1} \quad \varphi_{x1} \quad \varphi_{y1} \quad \varphi_{z1} \quad u_{x2} \quad u_{y2} \quad u_{z2} \quad \varphi_{x2} \quad \varphi_{y2} \quad \varphi_{z2}\}^T \quad (4.79)$$

und

$$\{f\}_e = \{F_{x1} \quad F_{y1} \quad F_{z1} \quad M_{x1} \quad M_{y1} \quad M_{z1} \quad F_{x2} \quad F_{y2} \quad F_{z2} \quad M_{x2} \quad M_{y2} \quad M_{z2}\}^T \quad (4.80)$$

Um die Tangentensteifigkeitsmatrix für Stabelemente zu bestimmen, werden Eins-Zuständen verwendet. Dabei wird für das Element i im Knotenverschiebungsvektor eine virtuelle Änderung Δw_i , die den dimensionslosen Wert 1 hat, und keine Änderung für die restlichen Elemente eingesetzt. Mit dieser Knotenbedingung wird danach eine Berechnung der Schnittgrößen des Stabelementes unter Verwendung des Übertragungsverfahrens unter den bestehenden elementäußeren Lasten durchgeführt. Die Änderungen der Werte der ermittelten Reaktionen bei beiden Knoten entsprechen den Werten der Elemente in der zugehörigen Spalte der Steifigkeitsmatrix. Die folgende Gleichung illustriert die Bestimmung aller Elemente der ersten Spalte der Steifigkeitsmatrix.

$$\begin{bmatrix} k_{1,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{2,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{3,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{4,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{5,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{6,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{7,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{8,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{9,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{10,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{11,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ k_{12,1} & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}_{12 \times 12} \times \begin{pmatrix} \Delta u_{x1} = 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{12} = \begin{pmatrix} \Delta F_{x1} \\ \Delta F_{y1} \\ \Delta F_{z1} \\ \Delta M_{x1} \\ \Delta M_{y1} \\ \Delta M_{z1} \\ \Delta F_{x2} \\ \Delta F_{y2} \\ \Delta F_{z2} \\ \Delta M_{x2} \\ \Delta M_{y2} \\ \Delta M_{z2} \end{pmatrix}_{12} \quad (4.81)$$

Für die Spalte i gilt für den speziellen Fall, dass $w_i = 1$ gesetzt wird:

$$k_{j,i} = \frac{\Delta f_j^i}{1} \quad (4.82)$$

Wegen der Sensibilität der Verschiebung und Verdrehung der Knoten auf die Schnittgrößen der Stabelemente sollte der Änderungswert in der Praxis nicht einfach mit dem Wert 1 angesetzt werden. Da im Gegensatz zu dem analytischen Verfahren bei der numerischen Berechnung kein dimensionsloser Wert „1“ umgesetzt werden kann, wird empfohlen im Nenner von Gleichung 4.82 eine kleine Verformungsgröße (z.B. 10^{-4}) zu verwenden. Die Gleichung 4.82 wird daher wie folgt formuliert:

$$k_{j,i} = \frac{\Delta f_j^i}{\Delta w_i} \quad (4.83)$$

Zur Bestimmung aller Spalten der Steifigkeitsmatrix eines Stabelementes sind entsprechend der sechs Freiheitsgrade je Knoten, zwölf Berechnungen der Schnittgrößen erforderlich. Um den Rechenaufwand zu reduzieren und auch die Rechengeschwindigkeit zu erhöhen, werden beim jeweils letzten Berechnungsschritt der Schnittgrößen die Matrix M

$$M_{6 \times 6} = [K_L U K_R]^1 \quad (4.84)$$

in der Gleichung 4.62 und die Matrix $U_{12 \times 12}$ nach Gleichung 4.53 gespeichert. Diese Matrizen werden danach zur Bestimmung der Steifigkeitsmatrix verwendet. Mit diesem Verfahren wird die erforderliche Rechenzeit wesentlich reduziert.

4.6 Verifikation des Berechnungsmodells

4.6.1 Allgemeines

Um das entwickelte Berechnungsmodell zu validieren, wurden Vergleichsberechnungen zu bekannten Versuchen aus der Literatur durchgeführt. Die Versuche unterscheiden sich bezüglich der Querschnittsgeometrie, den Materialkennwerten, des Bewehrungsgrades sowie dem Lastniveau und der Anzahl der Lastwechsel untereinander. Aus den Vergleichsberechnungen kann daher eine nahezu allgemeingültige Kontrolle des entwickelten Modells, des zugehörigen Algorithmus sowie des Programms BMAP an sich durchgeführt werden. Zudem können damit die wesentlichen Anwendungspotentiale des neuen Berechnungsmodells illustriert werden.

4.6.2 Validierung anhand der Versuche von Günther und Mehlhorn (1988)

Günther und Mehlhorn (1988) haben bei ihrer Untersuchung des Verformungsverhaltens von Stahlbetonbalken unter wiederholter Belastung insgesamt acht Körper mit unterschiedlichem Bewehrungsgehalt geprüft. Bei sieben Körpern wurde die Last zehnmal und bei einem Körper 5000 Mal wiederholt. Die Belastung wurde am Einfeldträger in den Drittelpunkten angesetzt. Dadurch konnte die Verformung innerhalb eines konstanten Momentenbereiches bestimmt werden. Die Versuchsergebnisse wurden durch die Momenten-Krümmungs-Beziehung für jeden Körper dargestellt.

In Abbildung 4.20 und Abbildung 4.21 werden die berechneten und die aus der Messung ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen für die ersten beiden Versuchsträger MoKr1 und MoKr2 einander gegenübergestellt. Für die Erstbelastung war dabei eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den beiden Versuchen festzustellen. Aus diesem Grund erfolgt bei einmaliger Belastung die Gegenüberstellung vereinfacht nur zu den Werten des Versuchs MoKr1 und unter zyklischer Belastung mit denen des Versuchs MoKr2.

Stellt man diesen Messwerten die Ergebnisse der Berechnungen mit dem entwickelten Algorithmus bei Entlastung sowie unter Lastwiederholung gegenüber, so lässt sich eine gute Übereinstimmung in den Momenten-Krümmungs-Beziehungen zu den Versuchen feststellen. Lediglich beim ersten Lastwechsel ist eine Abweichung der Krümmung zwischen der Rechnung und den Versuchen zu erkennen. Dabei ist die Krümmung aus der Rechnung kleiner als die aus den Versuchen. Dies zeigt, dass die Schädigung des Verbundes zwischen Beton und Bewehrung bei den ersten Lastwechseln stärker ausfällt, als die in dem Modell des MC90 (1990) enthaltene Formel zur Beschreibung des Verbundkriechens ansetzt.

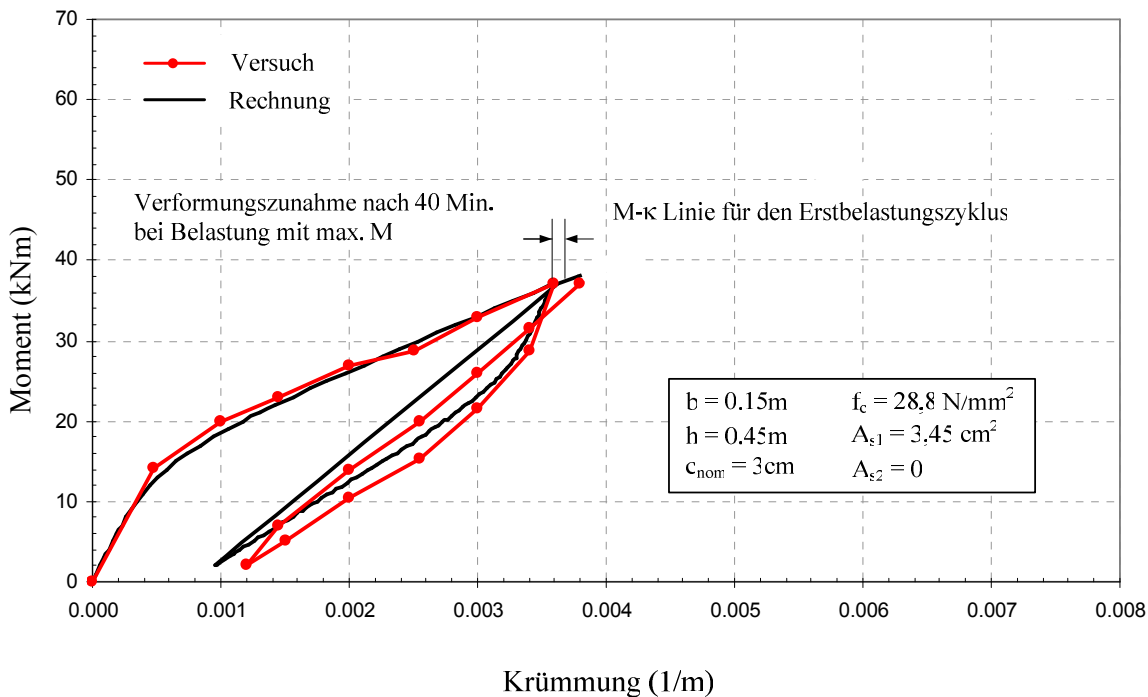


Abbildung 4.20: Gegenüberstellung der experimentell und rechnerisch ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehung für den Träger beim Versuch MoKr1

Bei großer Lastwechselzahl wie in Abbildung 4.21 dargestellt, wird demgegenüber eine größere Abweichung der Krümmung zwischen Rechnung und Versuch festgestellt. Die Abweichung wird dabei auch durch ein Aufsummieren der Differenzanteile aus den jeweiligen vorhergegangenen Lastwechseln hervorgerufen. Der wesentliche Grund für diese festgestellte Akkumulation der Differenzen liegt in der fehlenden Berücksichtigung einer geringen Zunahme der Schädigung des Betons eines einzelnen Schwingspiels bei zunehmend größerer Schwingspielzahl.

Obwohl eine Abweichung der Krümmung zwischen der Rechnung und dem Versuch unter Lastwiederholung auftritt, kann eine sehr gute Übereinstimmung der Sekantenbiegesteifigkeit festgestellt werden. Dies zeigt, dass die wirksame Biegesteifigkeit der Stahlbetonbauteile infolge wiederholter Belastung hauptsächlich von der Betonfestigkeit sowie dem Tangentenmodul des Betons im Ursprung und dem Verbund zwischen Beton und der Bewehrung abhängt.

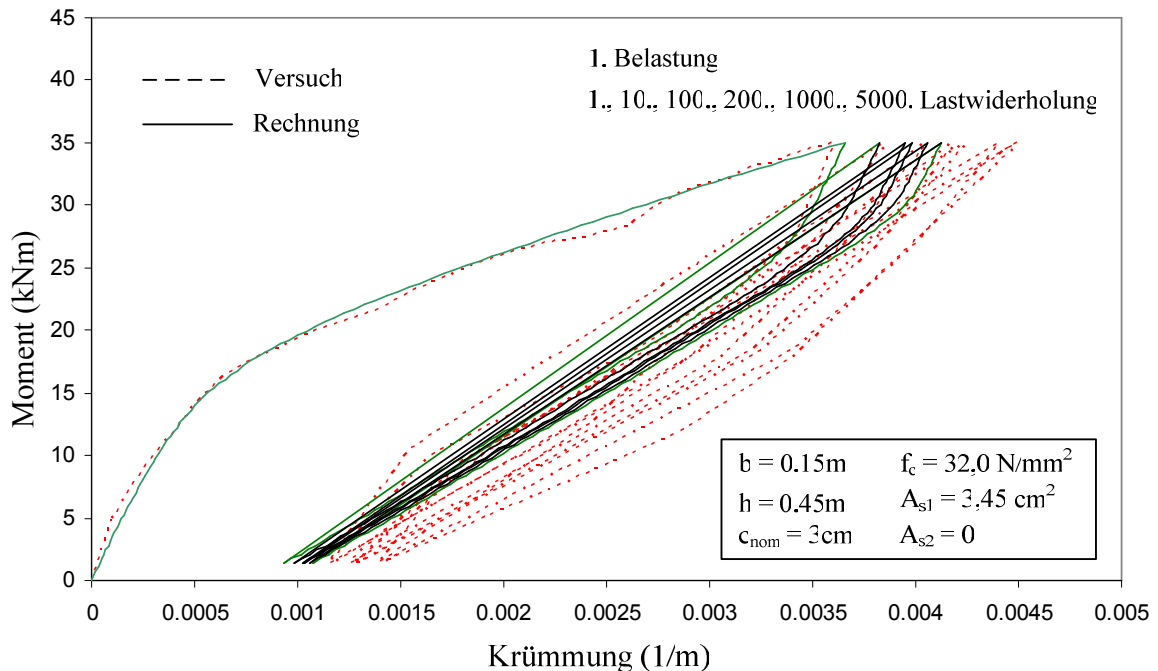


Abbildung 4.21: Gegenüberstellung der experimentell und rechnerisch ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehung für den Träger beim Versuch MoKr2

4.6.3 Validierung anhand des Versuches von Monnier (1970)

Zur Untersuchung der Verformung der Stahlbetonbauteile unter wiederholter Belastung hat Monnier (1970) neun Versuchsträger experimentell untersucht. Hauptziel dieser Versuche war die Bestimmung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen eines Querschnittes mit unterschiedlichen Bewehrungsgehalt. Ein besonderes Augenmerk wurde auf die Erstbelastung und die ersten Lastwiederholung gelegt. Als System wurde ein Einfeldträger mit zwei symmetrischen Einzellasten gewählt. Die Last wurde schrittweise bis zum Fließen der Bewehrung oder zum Betonbruch erhöht und zwischenzeitlich wieder entlastet. Im Weiteren wurde die folgende Belastung mit einem höheren Lastwert angefahren.

Abbildung 4.22 zeigt eine Gegenüberstellung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen aus den Ergebnissen der Rechnung und dem Versuch. Im Fließbereich der Bewehrung ist dabei eine signifikante Abweichung in der Momenten-Krümmungs-Beziehung zu erkennen. Eine mögliche Ursache hierfür ist, dass die Mitwirkung des Betons auf Zug bei der Verwendung mehrerer Bewehrungsstäbe mit relativ kleinem Bewehrungsdurchmesser, in diesem Versuchsfall 10Ø8, auch bei Erreichen des Fließmoments noch einen maßgeblichen Einfluss hat.

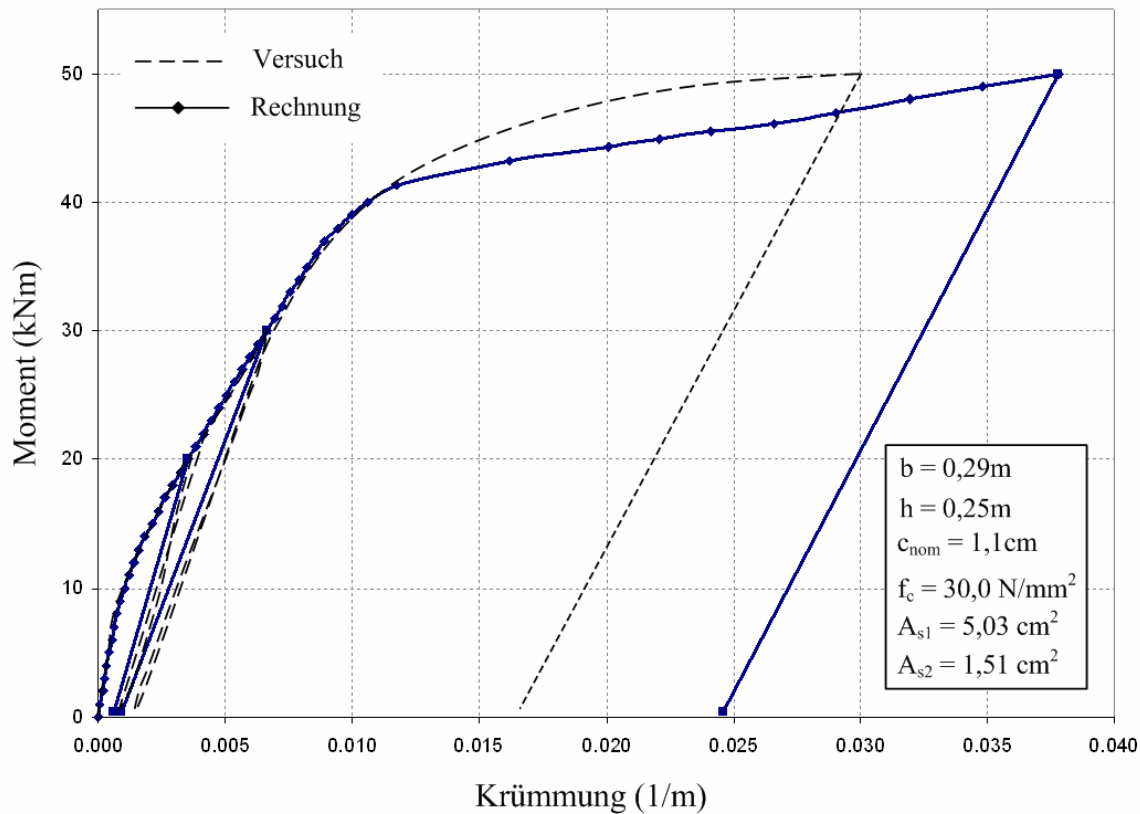


Abbildung 4.22: Gegenüberstellung der experimentell und rechnerisch ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehung für den Träger beim Versuch IV

Die Steigung des Be- und Entlastungsastes bei Versuch und Rechnung stimmen allerdings sehr gut überein. Dies gilt für die Versuchsträger nicht nur im Zustand II sondern auch im Fließbereich der Bewehrung, wobei die Mitwirkung des Betons auf Zug sehr gering ist und die Abweichung der Krümmung zwischen Versuch und Rechnung keine entscheidende Rolle spielt.

4.6.4 Validierung anhand des Versuchs von Schläfli (1999)

Zur Analyse des Ermüdungsverhaltens von Fahrbahnplatten infolge Schwerverkehrs hat Schläfli Plattenstreifen unter wiederholter Belastung untersucht. Die Versuchsplatten wurden im Rahmen eines Vierpunkt-Biegeversuches mit einer Oberlast von über 60% und einer Unterlast von ca. 20% der Traglast geprüft. Die Ergebnisse des Versuchs Fat13 sind in Abbildung 4.23 als Last-Durchbiegungs-Beziehung dargestellt. Bei diesem Versuch trat kein Bruch bis 130,7 Millionen Lastwechseln auf.

Die Ergebnisse der Nachrechnungen zeigen, dass eine relativ gute Übereinstimmung der Last-Verformungs-Beziehung bei Belastung gegeben ist. Die berechnete Steigung des Be-

und Entlastungsastes stimmen auch gut mit denen der Versuche überein. Bei sehr großen Lastwechselzahlen ist dagegen eine große Abweichung der Verformungen aus den Ergebnissen der Rechnung und denen des Versuches zu erkennen. Bei einer Lastwechselzahl von 130,7 Millionen ist die berechnete Mitwirkung des Betons auf Zug sehr gering (siehe auch im Vergleich mit den Werten der Berechnung am „nackten Stahl“). Dies führt zu dem Schluss, dass unter wiederholter Belastung bei einer großen Laststufe die Verformung des Betons relativ groß ist und dass das entwickelte Berechnungsmodell zur Verformungsberechnung in dieser Form nicht geeignet ist. Die Untersuchung hat gezeigt, dass aufgrund der wesentlichen Schädigung des Betons bei hoher Last die aus dem Versuch gemessene Biegesteifigkeit kleiner ausgefallen ist, als in der Rechnung ermittelt.

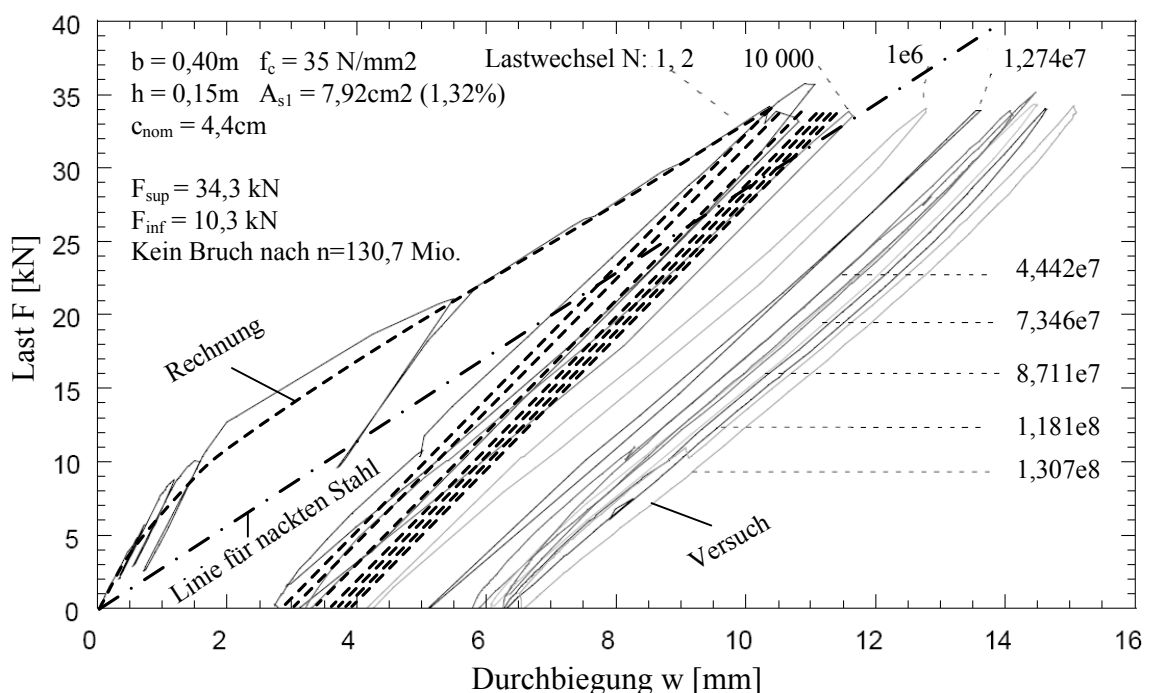


Abbildung 4.23: Gegenüberstellung der experimentell und rechnerisch ermittelten Last-Durchbiegungs-Beziehung für die Platte beim Versuch Fat13

4.6.5 Vergleichsrechnung zum Berechnungsansatz von Grasser (1988)

Basierend auf den Versuchsergebnissen hat Grasser einen Ansatz zur Abschätzung der wirksamen Biegesteifigkeit von Stahlbetonbauteilen entwickelt. Die empfohlene Formel von Grasser ist in Heft 240 sowie im Rahmen dieser Arbeit in Kapitel 1 in Tabelle 1.1 dargestellt. Hier wird eine Vergleichsrechnung für einen gängigen Querschnitt der Federplatte unter einer Kombination von Biege- und Zugbeanspruchung durchgeführt.

Der Querschnitt ist 20 cm dick und 100 cm breit bei einem Bewehrungsgrad von 1,90% in der oberen Lage und einem Bewehrungsgrad von 1,33% in der unteren Lage. Für die Zugnormalkraft wird von einem Wert $N = 380 \text{ kN}$ ausgegangen. Der Querschnitt wird mit unterschiedlichen Lastwechselzahlen berechnet. Die Berechnungsergebnisse sind in Abbildung 4.24 dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Steifigkeit des Querschnittes unter wiederholter Belastung mit einer konstanten Zugkraft sehr schnell bei kleinen maximalen Momenten aber sehr langsam bei großen Momenten abnimmt. Der nach Grasser (1972) berechnete Wert kann dabei wie ein Grenzwert der Biegesteifigkeit interpretiert werden, gegen den die Linien des Traglastdiagramms bei zunehmender Einwirkungsgröße und Anzahl der Schwingspiele konvergieren. Analog ist dies für den Fall der Biegung mit Zugkraft zu erkennen.

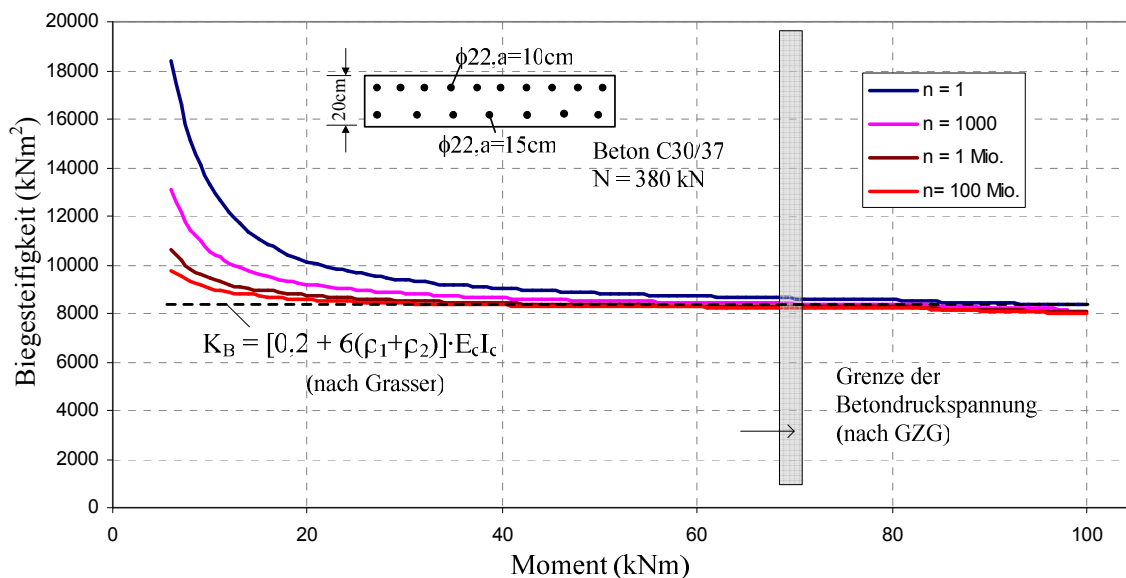


Abbildung 4.24: Berechnungsvergleich zu dem Ansatz von Grasser (1972)

4.7 Zusammenfassung

Im vorliegenden Kapitel wurde ein neu entwickeltes Modell zur wirklichkeitsnahen Berechnung stabförmiger Tragwerke infolge einmaliger und wiederholter Belastung vorgestellt. Dieses Modell ermöglicht, im Zusammenhang mit der Umsetzung in dem beschriebenen Berechnungsalgorithmus einen großen Anwendungsbereich und stellt für diese Arbeit den Schlüssel für die Ermüdungsberechnung der Federplatte dar.

Hierzu wurde das neue Modell auf Querschnitts-, Element- und Systemebene detailliert dargestellt, wobei die wesentlichen Hintergründe der Berechnungstheorie auch hinsichtlich der programmiertechnischen Umsetzung präsentiert wurden. Ein neues Berechnungsmodell für Beton unter wiederholter Belastung wurde entwickelt, bei dem die Mitwirkung des

Betons auf Zug anhand des Verbundkriechens von besonderer Bedeutung ist. Dieses Modell ist eine Kombination von Modellen nach MC 2010 (2010) für Beton unter Druck, nach Keysberg (1997) und Quast (1990) für Beton unter Zug und nach MC90 (1990) für Verbund zwischen Beton und Betonstahl. Zur Berücksichtigung der Abminderung der Mitwirkung des Betons auf Zug wird ein Abminderungsfaktor für das Verbundkriechen in Abhängigkeit der Lastwechselzahl $\beta(n)$ vorgestellt. Das Berechnungsmodell wird im Rahmen der Querschnittsberechnung dargestellt. Im Weiteren wurde die Methodik der Bestimmung der Schnittgrößen am Stahlbetonquerschnitt durch Bildung des Gleichgewichtes dargelegt. In diesem Zusammenhang wurde auch der Verzicht zur Berücksichtigung des Versatzmaßes bei der Spannungsermittlung begründet.

Auf Elementebene wird ein eigens entwickeltes Übertragungsverfahren verwendet. Mit analytischen Übertragungsgleichungen und einer geeigneten Anordnung der Matrizen liefert das Berechnungsverfahren einen großen Vorteil hinsichtlich der Genauigkeit und Geschwindigkeit der Berechnung.

Das entwickelte Modell arbeitet auf Systemebene ebenfalls mit Hilfe der Finite Elemente Methode, wobei ein spezielles Algorithmus die Kombination aller Einzelemente ermöglicht und somit die globale Analyse des Tragwerkes erlaubt.

Das neue Modell wurde in einem eigenen Programm BMAP umgesetzt. Die im Kapitel 4.6 dargestellte Nachrechnung hat eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Ergebnissen und den Versuchergebnissen gezeigt. Somit kann geschlossen werden, dass das entwickelte Modell in der Praxis wirklichkeitsnahe Werte liefert.

5 WIRKSAME BIEGESTEIFIGKEIT DER FEDERPLATTE INFOLGE WECHSELNDER BELASTUNG

5.1 Einführung

Wie schon in Kapitel 1 und 2 dargestellt, spielt die Bestimmung der wirksamen Biegesteifigkeit der Federplatte eine entscheidende Rolle für die Ergebnisse der Ermüdungsberechnung und auch der Lebensdauervorhersage einer Federplatte. In diesem Kapitel werden die Berechnungsergebnisse der wirksamen Biegesteifigkeit der Federplatte als Folge der Entwicklung des neuen Berechnungsmodells, welches in Kapitel 4 dargestellt wurde, demonstriert. Die wesentlichen Einflussparameter der Biegesteifigkeit werden ebenfalls analysiert.

5.2 Wirksame Biegesteifigkeit der Federplatte

Aus den Versuchsergebnissen, die in Abschnitt 4.6 dargestellt wurden, hat sich gezeigt, dass Stahlbetonbauteile unter wechselnder Lastbeanspruchung ein weitgehendes lineares Last-Verformungsverhalten aufweisen. Der Mittelwert der Biegesteifigkeit des Bauteils kann durch den Zustand des Bauteils bei maximaler und minimaler Last berechnet werden. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit bei Berechnungen der Federplatte die Sekantenbiegesteifigkeit verwendet (siehe Abbildung 5.1).

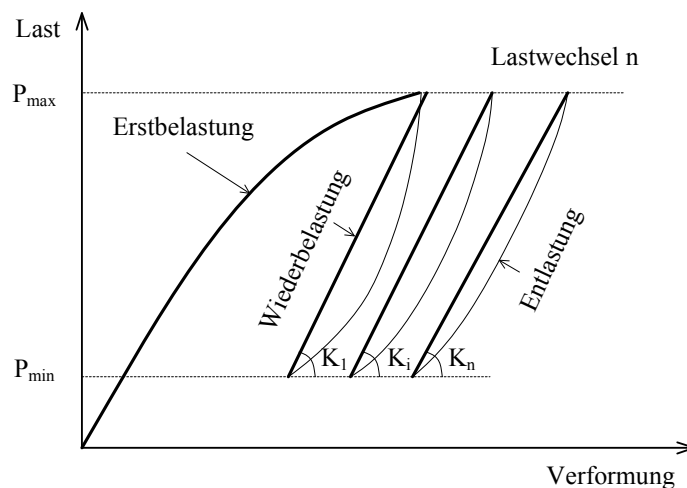


Abbildung 5.1: Wirksame Steifigkeit als Sekantensteifigkeit K_n

Zur Darstellung der Ergebnisse werden dabei bezogene Werte verwendet. Hierzu wird die tatsächliche Biegesteifigkeit der Federplatte auf die Biegesteifigkeit des ungerissenen Betonquerschnittes normiert.

$$\chi_n = \frac{K_{B,n}}{E_{c0m} \cdot I_c} \quad (5.1)$$

Hierin sind

χ die bezogene Biegesteifigkeit des Querschnittes,

$K_{B,n}$ die Sekantenbiegesteifigkeit des Querschnittes bei betrachtetem Lastwechsel n ,

E_{c0m} der Tangentenmodul des Betons im Ursprung und

$I_c = \frac{b \cdot H^3}{12}$ das Biegeträgheitsmoment des Vollquerschnittes.

Als Vereinfachung wird der Begriff „Biegesteifigkeit“ in diesem Kapitel für die wirksame Sekantenbiegesteifigkeit des Querschnittes der Federplatte bei dem betrachteten Lastwechsel definiert.

Als Eingangswerte werden bezogene Schnittgrößen wie folgt definiert:

$$v = \frac{N}{b \cdot H \cdot f_{cm}} \quad (5.2)$$

$$\mu = \frac{M}{b \cdot H^2 \cdot f_{cm}} \quad (5.3)$$

Zur Betrachtung der maximalen Druckspannung des Betons unter Lasten wird die bezogene Druckspannung wie folgt definiert:

$$k_c = \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \quad (5.4)$$

Die Beziehung zwischen k_c und μ in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ist in Abbildung 5.2 für den Fall der Lastwechselzahl $n = 1$ Million dargestellt. Das Diagramm zeigt, dass der Bewehrungsgrad bei großen Lasten einen stärkeren Einfluss auf die Biegesteifigkeit des Querschnittes hat.

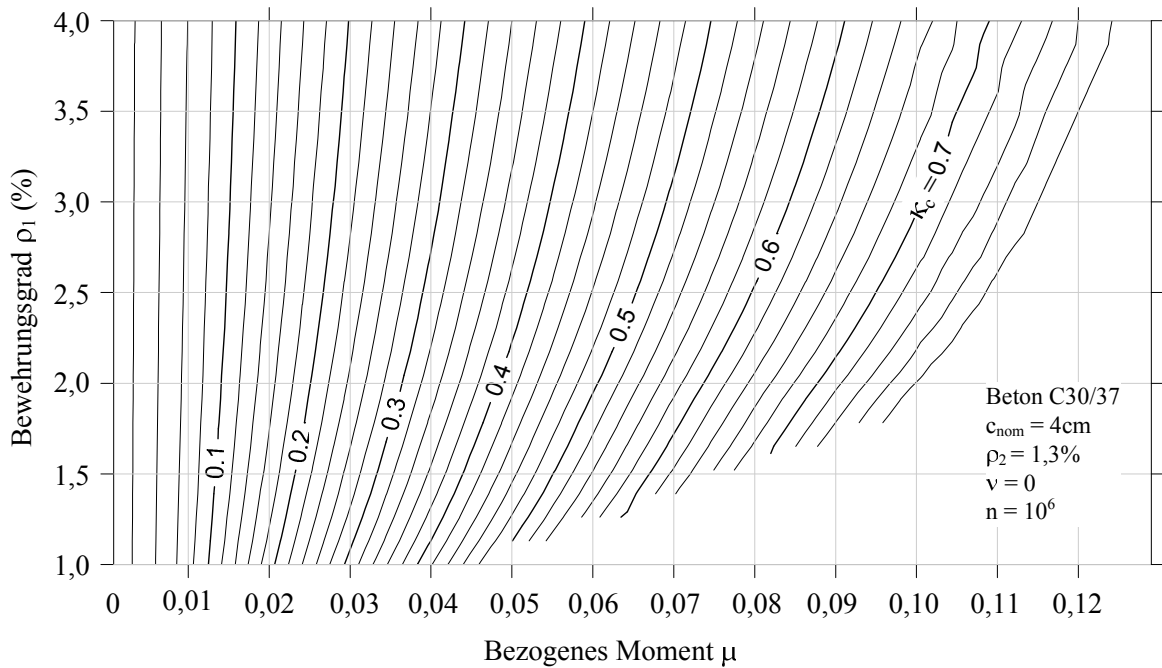


Abbildung 5.2: Bezogene Betondruckspannung k_c in Abhängigkeit von μ und ρ_1

Zunächst werden die berechneten Biegesteifigkeiten in Abhängigkeit von Lastwechselzahlen, Laststufen, Bewehrungsgrad und Querschnittsabmessungen dargestellt. Dadurch können wesentliche Einflussparameter der Biegetragfähigkeit der Federplatte analysiert werden. Da die horizontale Lagersteifigkeit relativ klein ist, wird im Allgemeinen die Federplatte nur unter reine Biegebeanspruchung untersucht. Der Einfluss einer Normalkraft auf die Biegesteifigkeit der Federplatte ist in Kapitel 5.2.5 dargestellt.

5.2.1 Einfluss der Lastwechselzahl

Wie bei anderen Stahlbetonbauteilen entscheidet der Verbund zwischen Beton und Bewehrung die Steifigkeit und somit auch über das Verhalten der Federplatte. Unter Wechselbeanspruchung tritt ein Degradationsprozess des Verbundes auf. Diese Degradation führt zu einer Abnahme der Biegesteifigkeit der Federplatte.

In Abbildung 5.3 ist die Momenten-Krümmungs-Beziehung für einen Querschnitt bei unterschiedlichen Lastwechselzahlen dargestellt. Da der Querschnitt einen großen Bewehrungsgehalt hat, ist der Einfluss der Mitwirkung des Betons auf Zug groß, nimmt jedoch mit steigender Last langsam ab. Die Linien aller betrachteten Lastwechselzahlen liegen relativ parallel zueinander. Dies zeigt, dass der Abminderungsfaktor $\beta(n)$ Einfluss auf die Biegesteifigkeit nimmt. Auch die Abstände zwischen den Linien hängen von der Verteilung des Abminderungsfaktors ab. Bei sehr kleinen Momenten, bei denen der Querschnitt noch ungerissen bleibt, ist die Mitwirkung des Betons im Allgemeinen nicht von Lastwechselzahlen abhängig, da kein Schlupf zwischen Beton und Bewehrung auftritt. Im Gegensatz zum Berechnungsansatz im Programm BMAP ist für den Lastbereich des

Zustands I in der Darstellung in Abbildung 5.3 der Abminderungsfaktor $\beta(n)$ ebenfalls berücksichtigt. Aufgrund der geringen Bedeutung des Lastbereiches des Zustands I für die Ermüdungsberechnung wurde im Programm auf eine Berücksichtigung dessen verzichtet.

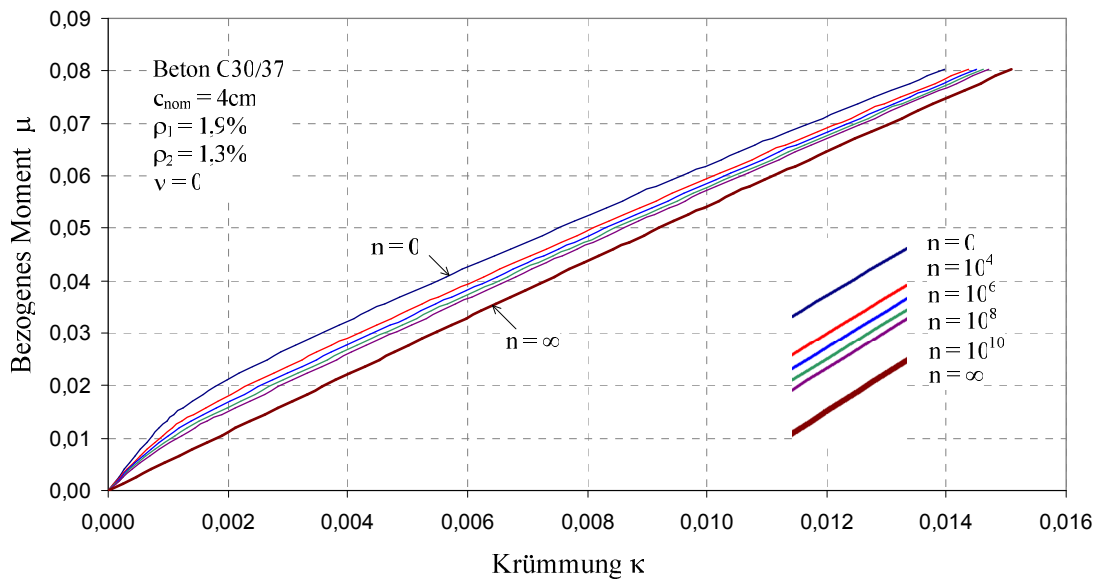


Abbildung 5.3: Momenten-Krümmungs-Beziehung bei unterschiedlichen Lastwechselzahlen

Abbildung 5.4 stellt die Biegesteifigkeit bei unterschiedlichen Lastwechselzahlen dar. Es ist erkennbar, dass die Geschwindigkeit der Degradation bei den ersten Lastwechseln groß und bei großen Lastwechselzahlen klein ist. Dieser Unterschied nimmt aber mit einer Steigerung der Lasten ab. Ein Grund dafür ist, dass die Mitwirkung des Betons auf Zug klein ist und damit wenig Einfluss auf die Steifigkeit der Federplatte hat. Bei sehr großen Lasten nähern sich die Biegesteifigkeitslinien denen ohne Zugfestigkeit des Betons an.

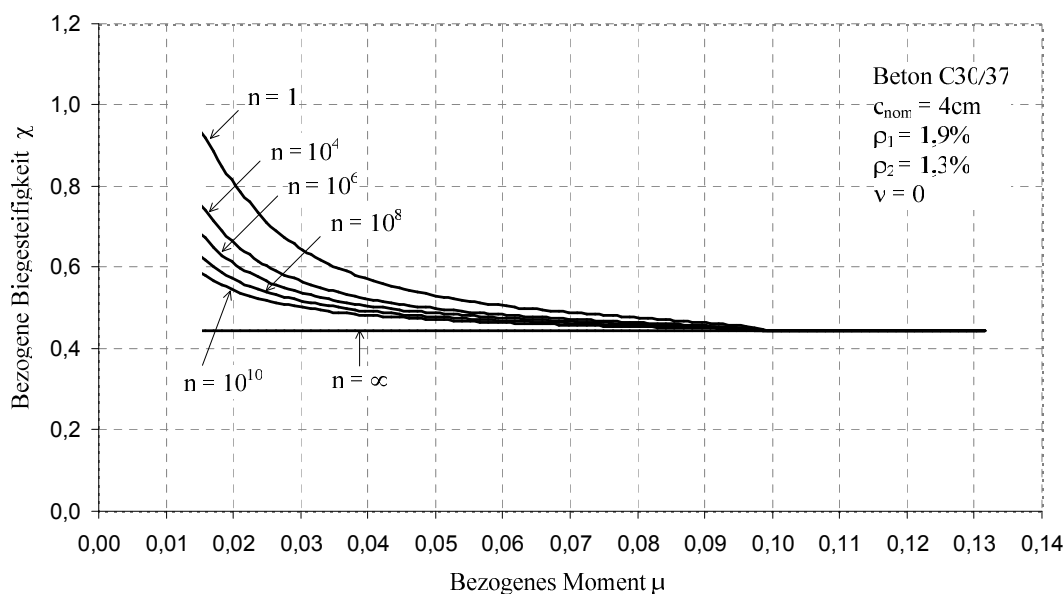


Abbildung 5.4: Biegesteifigkeit der Federplatte in Abhängigkeit der Lastwechselzahl

Die Linie $n = \infty$ verdeutlicht, dass bei unendlicher Lastwechselzahl die Biegesteifigkeit nicht von der Lasthöhe abhängt. Der Unterwert der bezogenen Biegesteifigkeit beträgt in diesem Fall mit den in Abbildung 5.4 dargestellten Eingaben 0,44. Dies gilt auch im Bereich des Fließmomentes, da es keine Mitwirkung des Betons auf Zug gibt.

Die Beziehung zwischen der Biegesteifigkeit χ , der Lastwechselzahl n und der maximalen Last k_c ist in Abbildung 5.5 dargestellt.

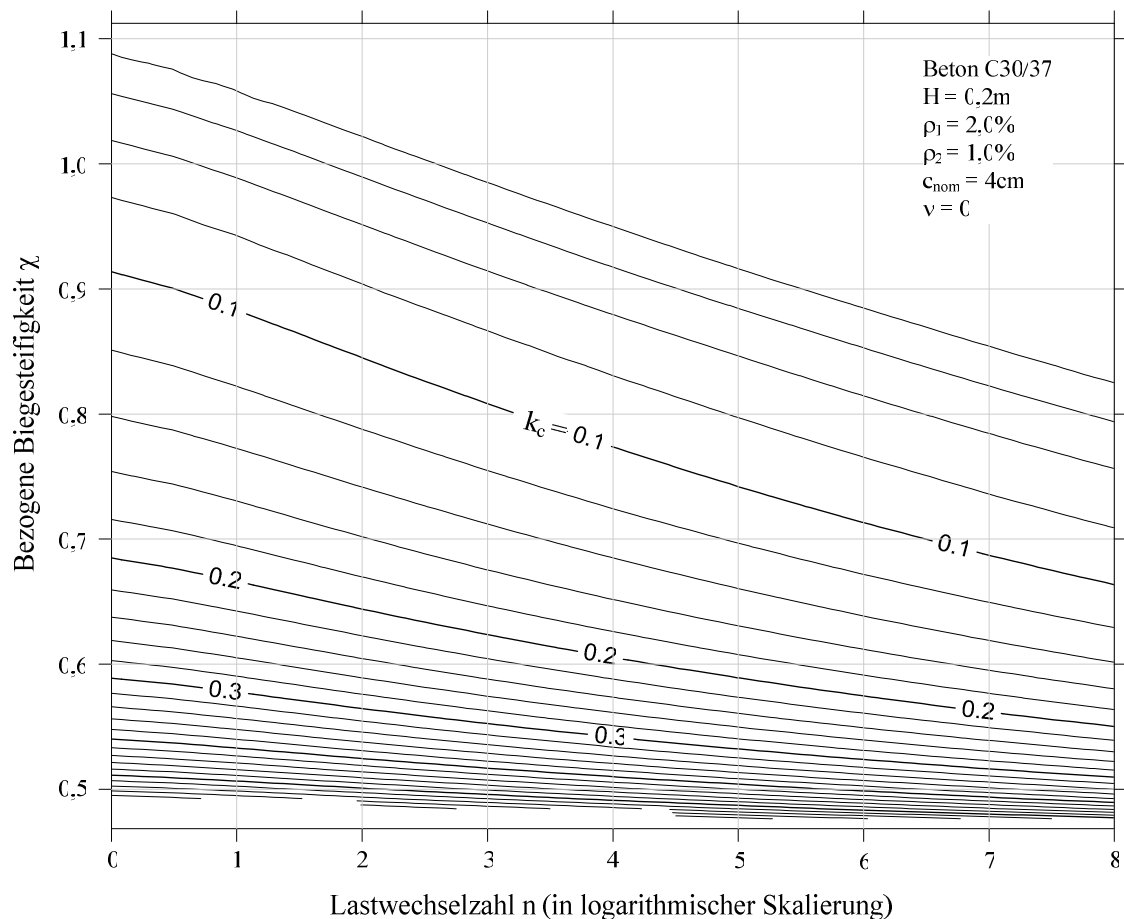


Abbildung 5.5: Bezogene Biegesteifigkeit in Abhängigkeit der Lastwechselzahl und Betondruckspannung

5.2.2 Einfluss der Lastgrößen

Bei Lastwiederholungen hängt die Abnahme der Steifigkeit der Stahlbetonbauteile von den maximal aufgetretenen Lasten ab. Die Abnahme der Steifigkeit kann groß sein, wenn eine Rissbildung auftritt. Die Steifigkeit wird durch die maximal aufgetretene Belastung und die zugehörige Entlastung entschieden. Die Biegesteifigkeit nimmt mit Zunahme des Entlastungsteils ebenfalls ab. Die Beziehung zwischen Biegesteifigkeit und den Größen

der Oberlast und Unterlast ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Die Werte der Biegesteifigkeiten liegen innerhalb eines Dreiecks oberhalb der Diagonale.

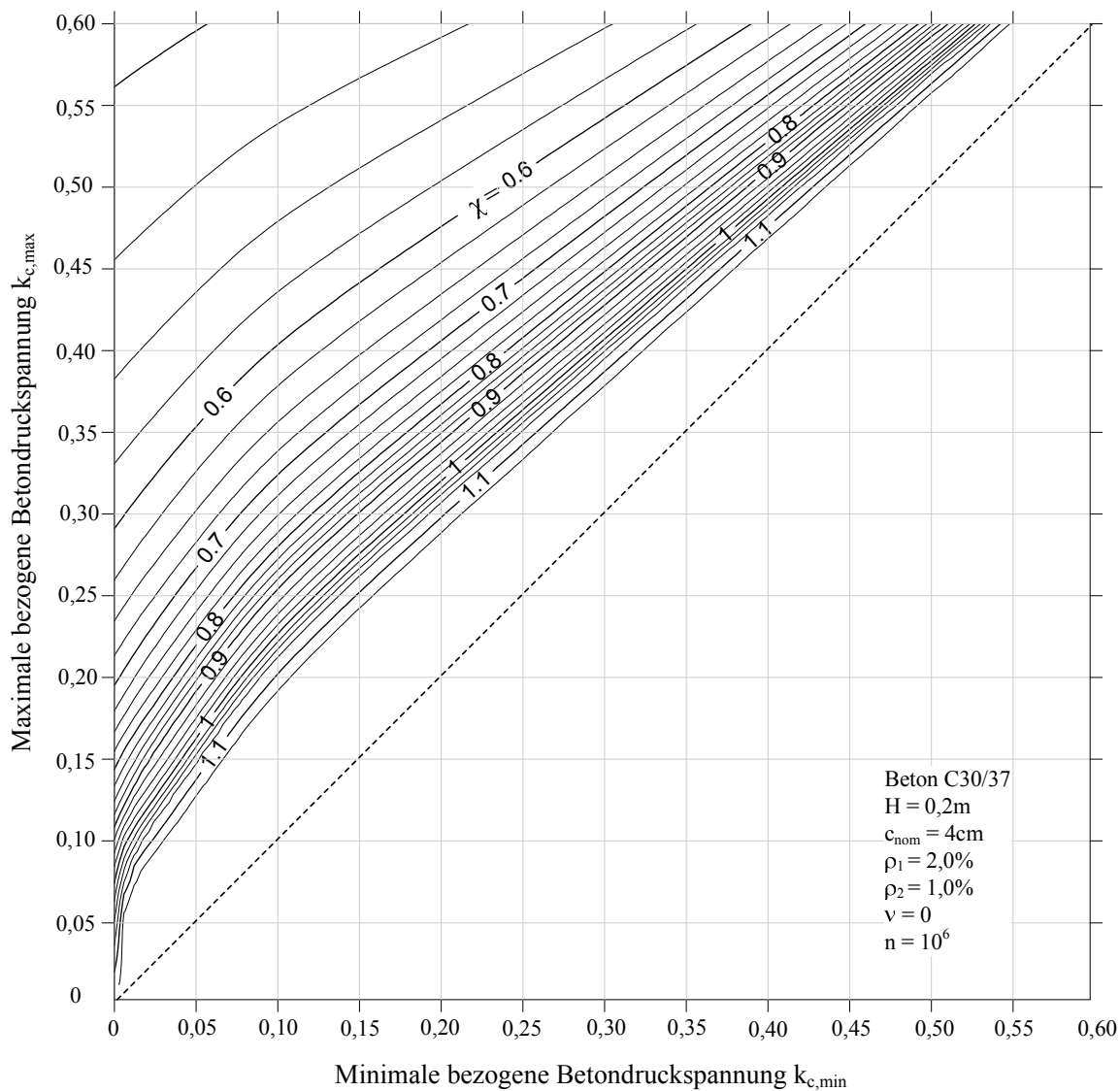


Abbildung 5.6: Bezogene Biegesteifigkeit χ der Federplatte in Abhängigkeit des Ausnutzungsgrades der bezogenen Betondruckspannungen

Um den Einfluss des Verhältnisses der bezogenen Betondruckspannung aus der Oberspannung zu der bezogenen Betondruckspannung aus der Unterspannung zu quantifizieren, ist in Abbildung 5.6 die bezogene Biegesteifigkeit über die Betondruckspannungsgrenzwerte des Spannungsverlaufs aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass für größere Ober-/Unterspannungsverhältnisse sich eine abnehmende bezogene Biegesteifigkeit einstellt. Demgegenüber ist bei einer Annäherung dieses Verhältnisses an den Wert 1 eine sehr hohe bezogene Biegesteifigkeit festzustellen. Beträgt das Verhältnis von Ober-/Unterspannung etwa 1, dann liegt der statische Einwirkungsfall vor.

Die Werte der Ober- und Unterlasten der Federplatte werden durch ständige Lasten und auch veränderliche Lasten beeinflusst. Die Höhe der Auswirkung infolge der ständigen Last ist relativ klein im Vergleich zu der aus veränderlichen Lasten. Außerdem kann infolge der einwirkenden Lasten eine Wechselbeanspruchung des Betons und der Bewehrung in der Federplatte auftreten. Zur Abschätzung der Steifigkeit der Federplatte wird in weiteren Untersuchungen aus Vereinfachungsgründen der Wert der Unterlast mit Null angenommen.

Einfluss der Lastgrößen auf die bleibende Verformung nach der Entlastung

Nach Entlastung bleibt im Allgemeinen ein Verformungsanteil im Querschnitt eingepreßt. Die bleibende Verformung kann als Zwangsbeanspruchung eine zusätzliche Auswirkung für die Federplatte darstellen. Die Analyse der bleibenden Verformung des Querschnittes nach der Entlastung ermöglicht auch ein besseres Verständnis des Verhaltens sowie der wirksamen Biegesteifigkeiten der Federplatte.

Abbildung 5.7 und Abbildung 5.8 beschreiben die berechnete bleibende Krümmung der Federplatte in % der maximalen Krümmung aus der größten Lastbeanspruchung und in absoluten Werten in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad und vom bezogenen maximalen Moment. Es wird gezeigt, dass die bleibende Krümmung nach der Entlastung bei geringem Bewehrungsgrad deutlich größer ist als bei größeren Bewehrungsgraden. Der Wert der bezogenen bleibenden Krümmung kann bei Querschnitten mit einem sehr geringen Bewehrungsgrad ($\rho_1 = 1\%$) unter hohen Lasten bis zu 20% erreichen.

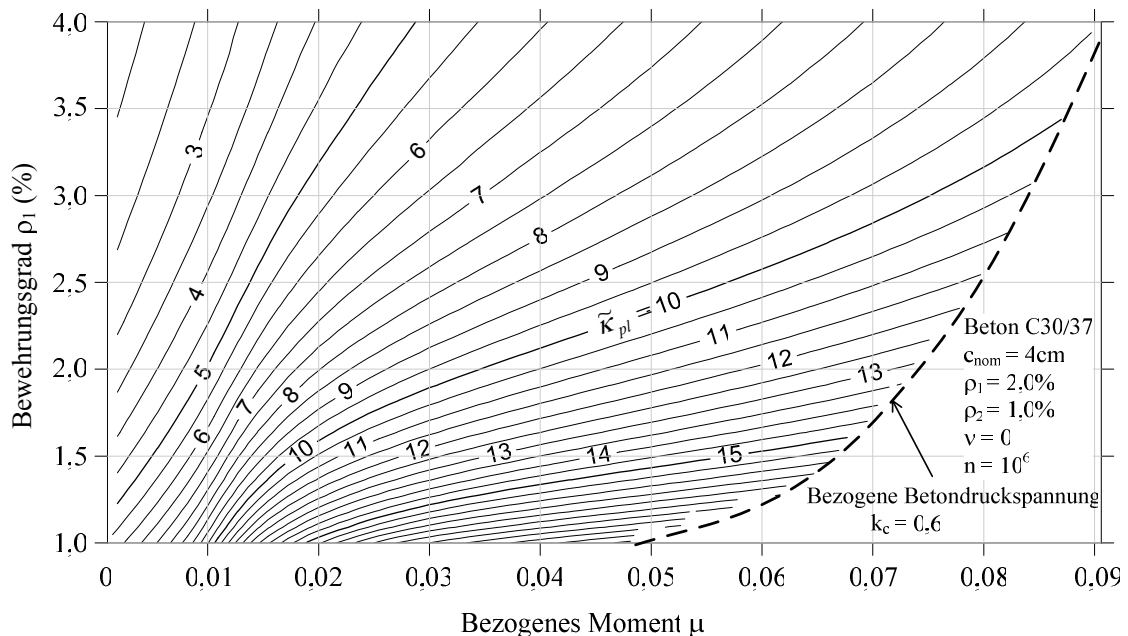


Abbildung 5.7: Bezogene bleibende Krümmung der Federplatte $\tilde{\kappa}_{pl} = \kappa_{pl} / \kappa_{max}$ in (%) nach Entlastung

Da die Verformung der Federplatte durch die Verbindung mit den benachbarten Trägern an beiden Enden behindert wird und die Biegesteifigkeit der Federplatte um ein vielfaches kleiner ist als die der Träger, kann die Zwangskrümmung eine signifikante Schnittgröße in der Federplatte erzeugen. Die Zwangsverformung beeinflusst auch den erforderlichen Bewehrungsgehalt in der unteren Seite der Federplatte und soll daher in der Bemessung berücksichtigt werden.

Die absoluten Werte der bezogenen bleibenden Krümmung der Federplatte nach der Entlastung sind in Abbildung 5.8 dargestellt. Die Werte der bezogenen bleibenden Krümmung verteilen sich relativ gleich in horizontaler Achse, besonders bei den großen Momenten. Das heißt, die bleibende Krümmung ist im Allgemeinen linear zur Belastung.

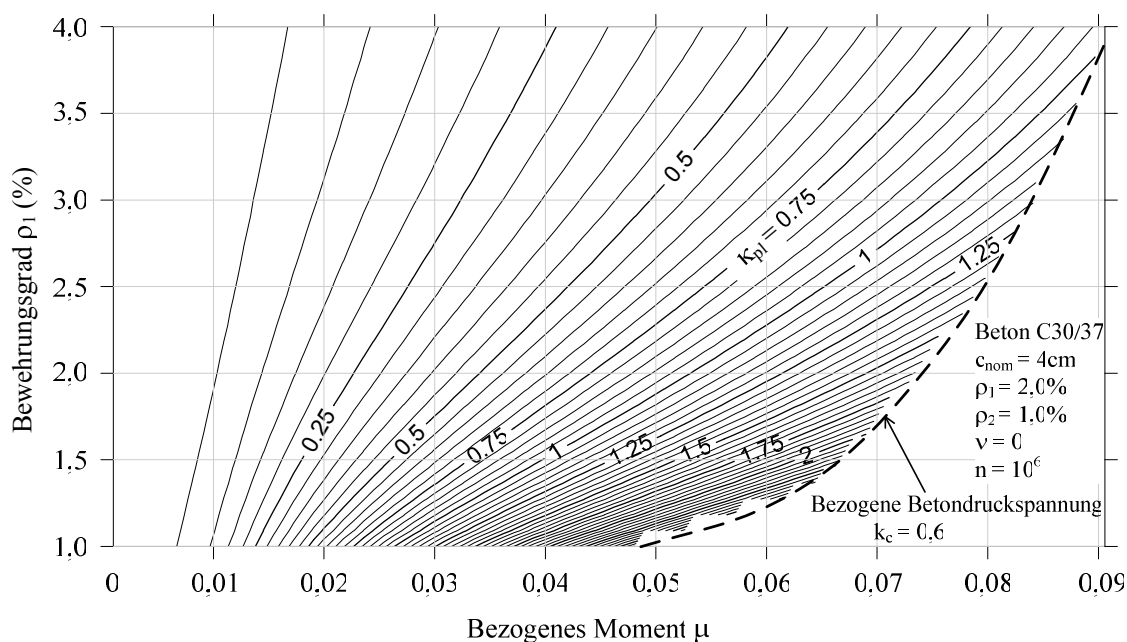


Abbildung 5.8: Bleibende Krümmung der Federplatte κ_{pl} ($\times 10^3/m$) nach Entlastung

Die berechnete bleibende Dehnung ist ähnlich in Abbildung 5.9 und in Abbildung 5.10 dargestellt. Es zeigt sich, dass die auf die unter der größten Lastwirkung auftretende Dehnung ε_{max} bezogene bleibende Dehnung mit der Steigerung der Last abnimmt. Bei einem geringen Bewehrungsgrad ρ_1 von bis zu ca. 1,5% ist die bezogene bleibende Dehnung nahezu konstant. Dieser Dehnungsteil ist aber überproportional zu dem Bewehrungsgrad (siehe Abbildung 5.10). Der Grund ist, dass sich mit der Steigerung des Bewehrungsgrades die Dehnungsnulllinie zum Schwerpunkt des Querschnittes verschiebt. Dies führt zu einer geringeren Gesamtdehnung in Schwerpunkt des Querschnittes der Federplatte.

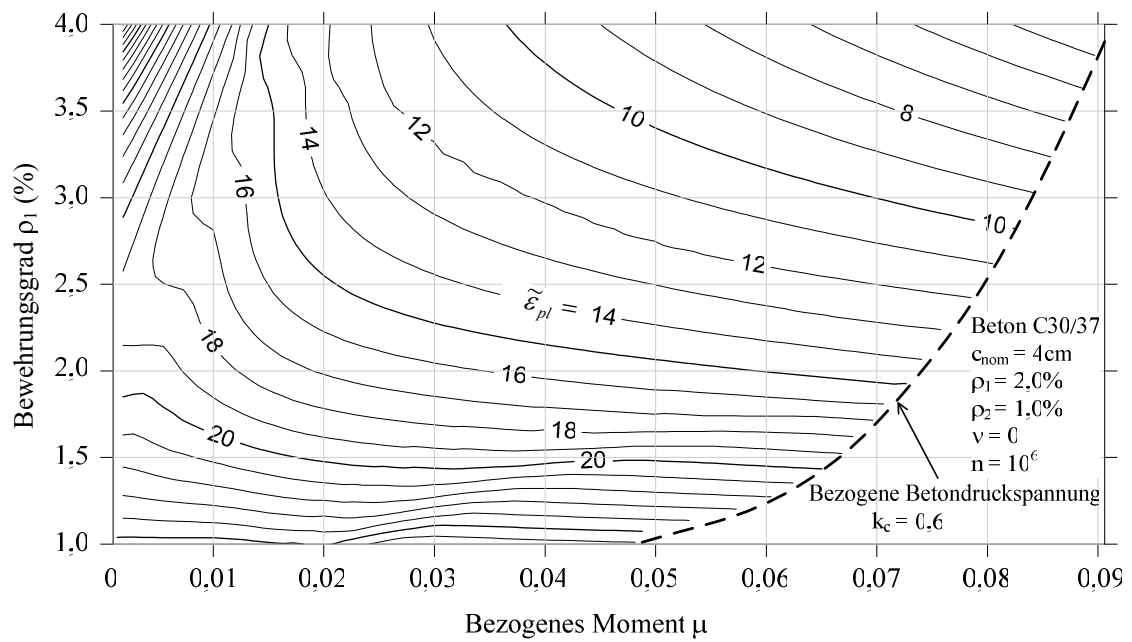


Abbildung 5.9: Bezogene bleibende Dehnung in Schwerpunkt des Querschnittes $\tilde{\varepsilon}_{pl} = \varepsilon_{pl} / \varepsilon_{max}$ (%) nach Entlastung

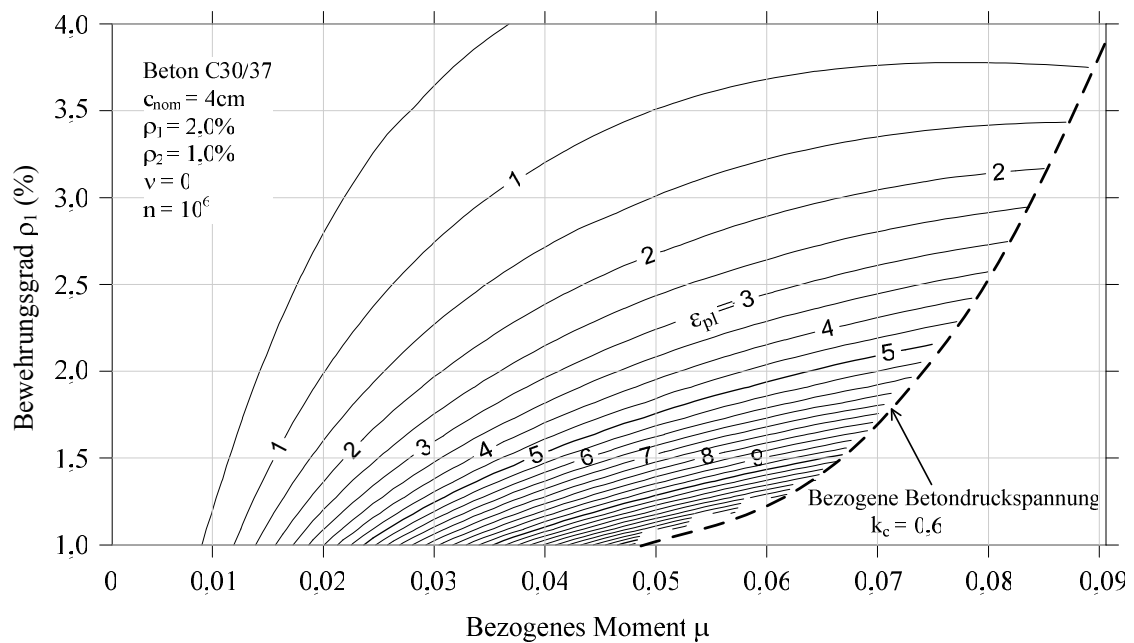


Abbildung 5.10: Bleibende Dehnung in Schwerpunkt des Querschnittes $\varepsilon_{pl} (\times 10^2 \text{‰})$

5.2.3 Einfluss des Bewehrungsgrades

Abbildung 5.11 stellt die Beziehung zwischen Biegesteifigkeit der Federplatte und dem Bewehrungsgrad bei einer Lastwechselzahl $n = 1$ Million und $k_{c,max} = 0,4 \cdot f_{cm}$ dar. Man erkennt, dass die Biegesteifigkeit der Federplatte stark vom Grad der oberen Bewehrung ρ_1 abhängt und der Zusammenhang zwischen Biegesteifigkeit und Bewehrungsgrad ρ_1 relativ linear ist. Wichtig ist, dass mit ansteigendem Bewehrungsgrad die Biegesteifigkeit mit einem kleineren Faktor zunimmt. Daraus werden, bei gleichen Zwangsverformungen an den Enden der Federplatte infolge der Verformungen an den benachbarten Trägern, kleinere Schnittgrößen der Federplatte resultieren, wenn ein höherer Bewehrungsgrad ρ_1 vorliegt. Dies bedeutet, dass die Spannung des Bewehrungsstahls durch eine Veränderung im Bewehrungsgrad ρ_1 kontrolliert werden kann.

Andererseits hängt die Biegesteifigkeit wenig vom Bewehrungsgrad ρ_2 auf der Druckseite ab. Der Einfluss des Bewehrungsgrades ρ_2 auf die Biegesteifigkeit der Federplatte ist bei kleinen Werten ρ_1 von bis zu ca. 2% geringer als bei größeren Werten $\rho_1 > 3\%$.

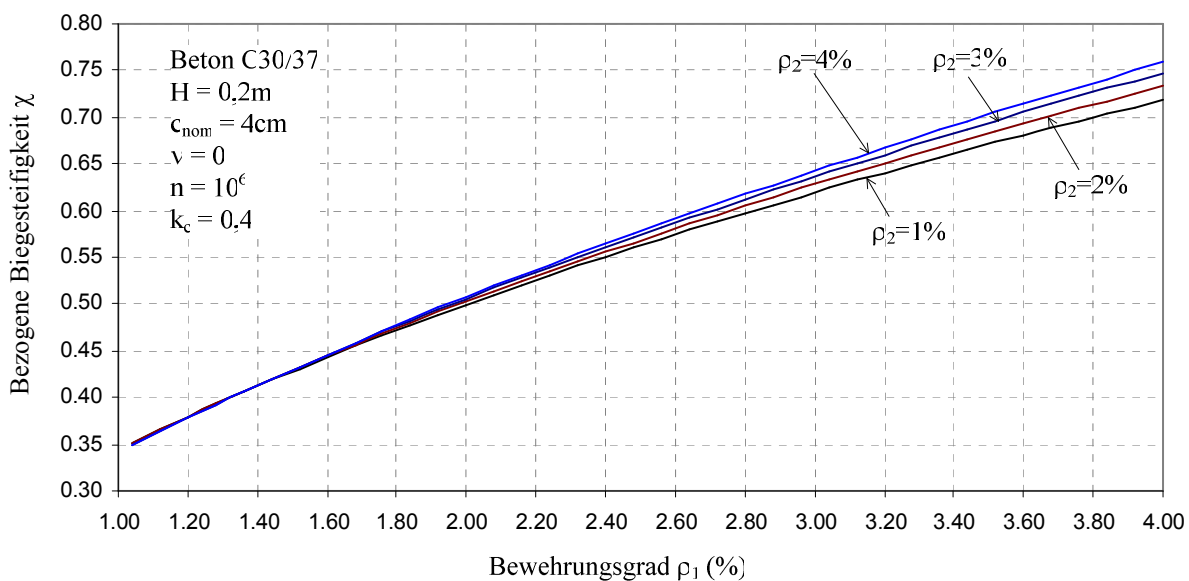


Abbildung 5.11: Bezo gene Biegesteifigkeit χ der Federplatte in Abhängigkeit von dem Bewehrungsgrad

5.2.4 Einfluss der Abmessungen der Federplatte

Die Abmessungen haben einen großen Einfluss auf die Biegesteifigkeit der Federplatte. Ein wesentlicher Parameter ist dabei die relative Lage der Bewehrung im Querschnitt, welche die Wirksamkeit der Bewehrung im Querschnitt unter Beanspruchung beeinflusst. Bei gleichem Bewehrungsgehalt ist die Biegesteifigkeit proportional zu der Dicke der

Federplatte. Im Umkehrschluss nimmt die Biegesteifigkeit analog der Zunahme der Betondeckung ab (siehe Abbildung 5.12).

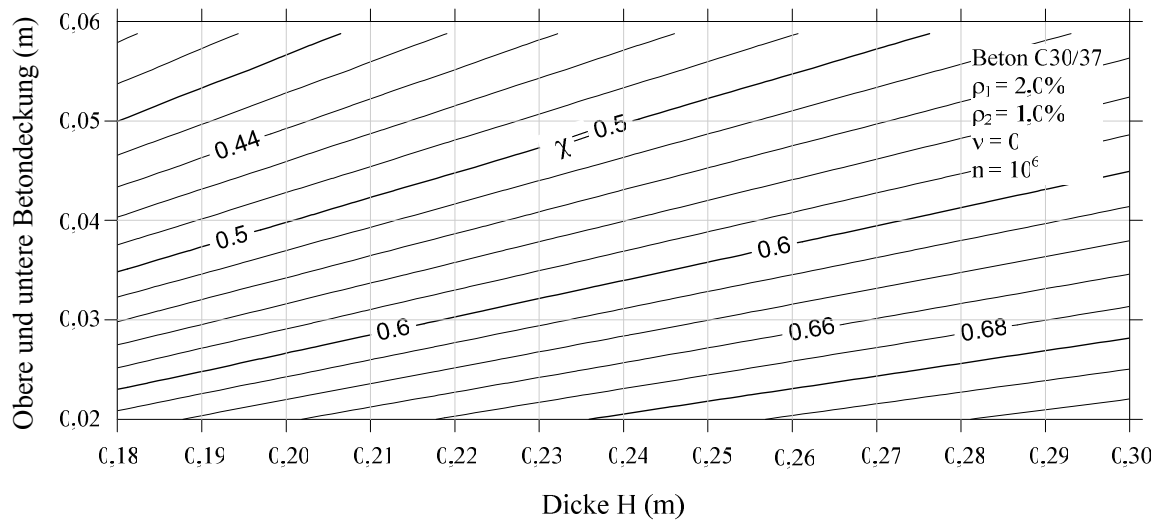


Abbildung 5.12: Bezogene Biegesteifigkeit χ in Abhängigkeit der Querschnittsabmessungen

In Abbildung 5.13 ist die Biegesteifigkeit der Federplatte in Abhängigkeit der Dicke und der Betondeckung der Federplatte in absoluten Werten dargestellt. Hier ist deutlich zu sehen, dass die Biegesteifigkeit gleichmäßig mit dem Anstieg der Dicke zunimmt. Die Biegesteifigkeit kann bei einer Federplatte mit 20 cm Dicke verdoppelt werden, wenn die Dicke um 5 cm vergrößert wird. Die Betondeckung hat einen ähnlichen Einfluss auf die Biegesteifigkeit.

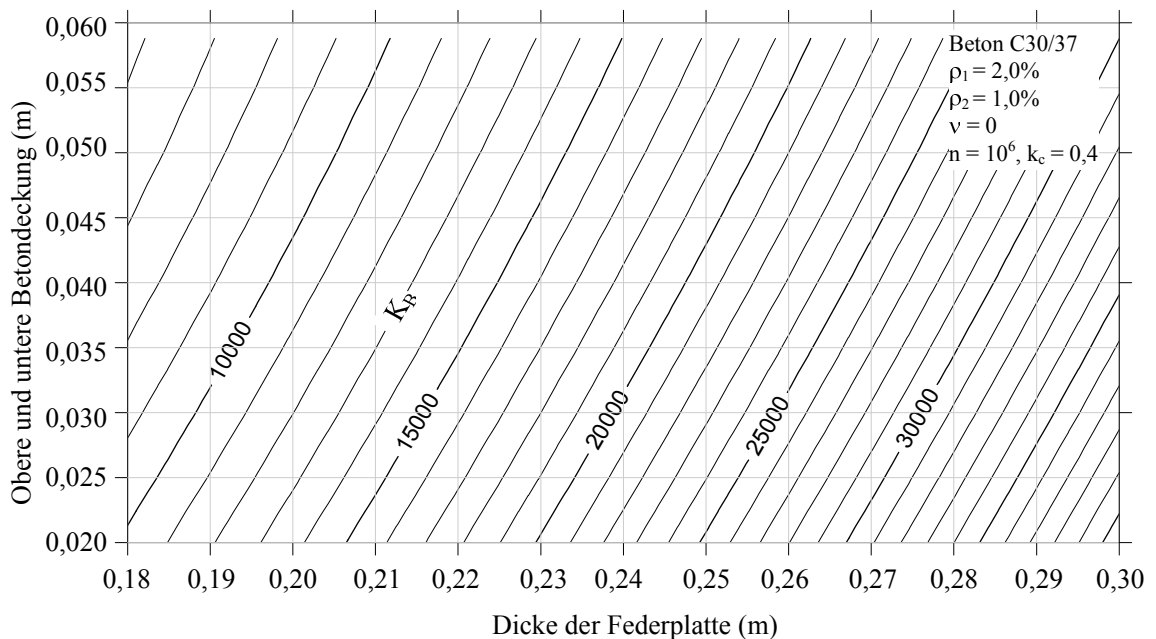


Abbildung 5.13: Absolute Biegesteifigkeit K_B in Abhängigkeit der Querschnittsabmessungen (kNm^2)

Die Beziehung zwischen der Biegesteifigkeit und der Dicke sowie dem Bewehrungsgrad ρ_1 für eine konstante Betondeckung von 5 cm wird in Abbildung 5.14 dargestellt. Die Abbildung 5.14 zeigt eine gleichmäßige Verteilung der bezogenen Biegesteifigkeit bei Änderung der Dicke und des Bewehrungsgrades.

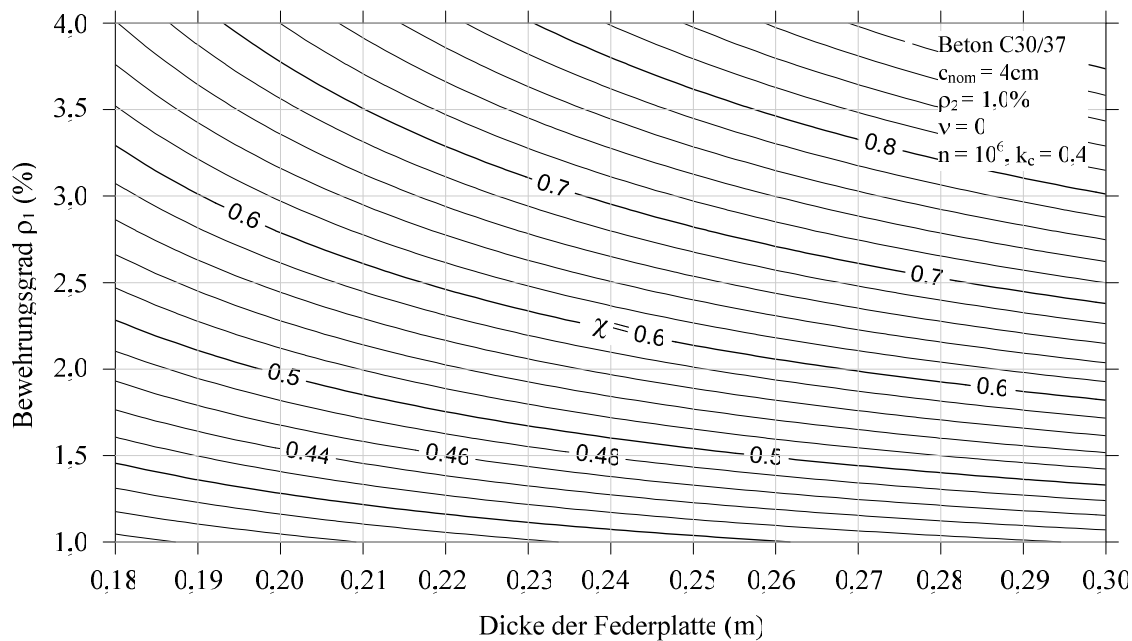


Abbildung 5.14: Bezogene Biegesteifigkeit χ in Abhängigkeit der Dicke und des Bewehrungsgrades

5.2.5 Einfluss der Längskraft

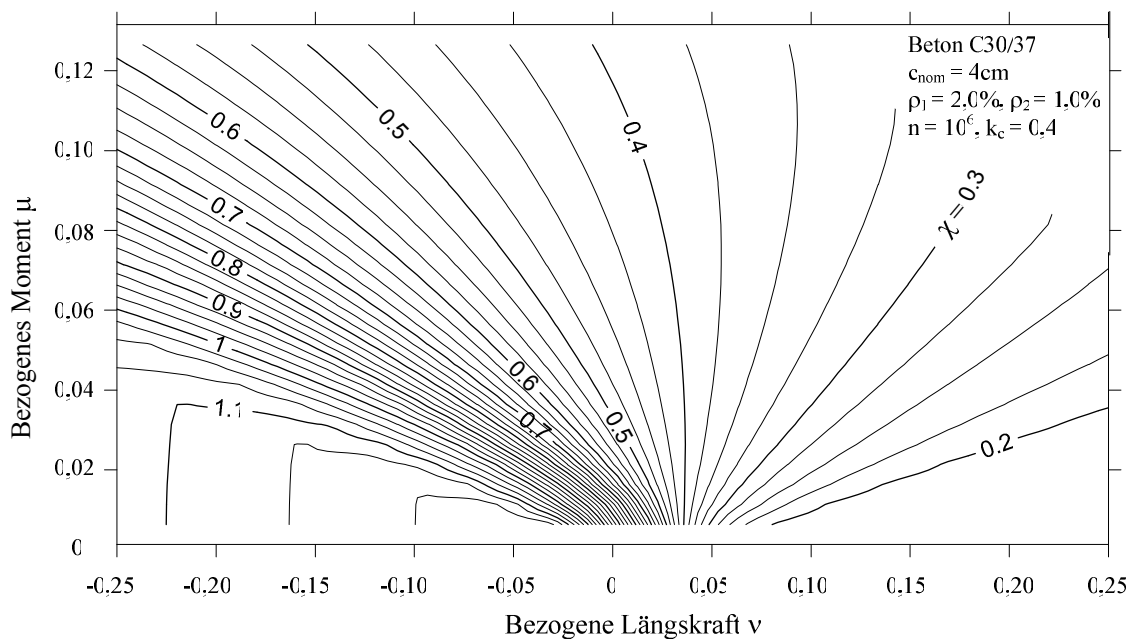


Abbildung 5.15: Bezogene Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Längskraft und Moment

Längskräfte, insbesondere Zugkräfte, die als ein Anteil der Lasten die Federplatten in Brückenlängsrichtung beanspruchen, beeinflussen die wirksame Biegesteifigkeit der Federplatten erheblich. Die Beziehung zwischen der Biegesteifigkeit und Längskraft ist in Abbildung 5.15 und Abbildung 5.16 dargestellt. Die Biegesteifigkeit ist disproportional zu der Längskraft und nimmt vom Zugbereich zum Druckbereich hin zu. Im Bereich kleiner Momente und hoher Zugkräfte ist die Biegesteifigkeit gering, da der Bereich mit Betondruckspannung sehr klein ist. Im Gegensatz dazu erreicht die Biegesteifigkeit den maximalen Wert bei einem kleinen Moment und einer großen Druckkraft. Der Querschnitt ist in diesem Fall voll überdrückt.

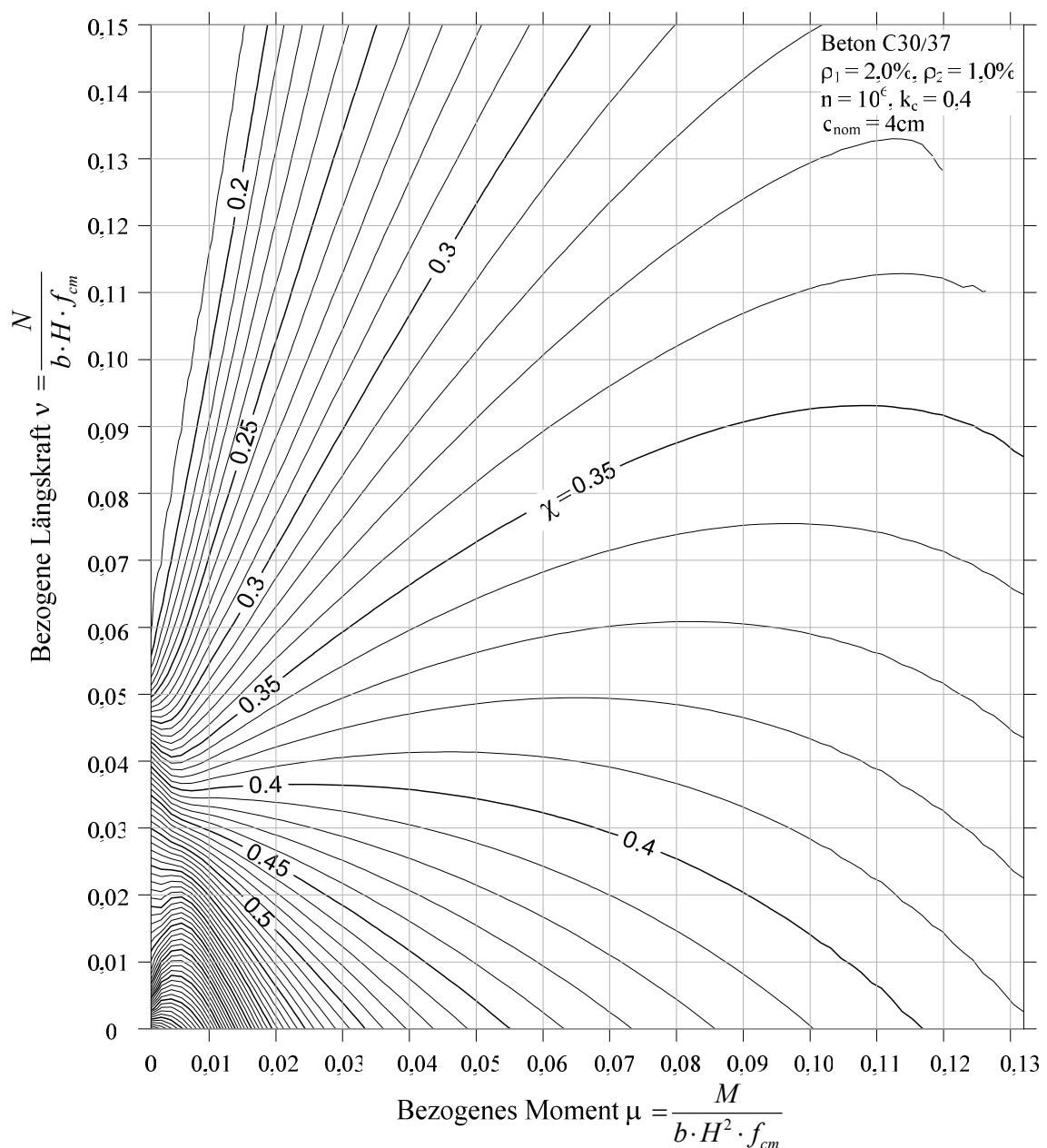


Abbildung 5.16: Bezogene Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Zugkraft und Moment

Abbildung 5.16 stellt die Beziehung zwischen Biegesteifigkeit, Moment und Zugkraft dar. Es wird gezeigt, dass bei dem Moment $\mu = 0$ die maximale bezogene Längskraft ν ca. 0,06 beträgt. Dies übersteigt die vom Beton aufnehmbare Längskraft $\nu = 0,05$ um 20%, was in dem Traganteil begründet liegt. Die maximale Zugspannung des Betons hat dabei den Wert $\frac{1}{20} f_{cm}$ (siehe Kapitel 4.3.1).

5.2.6 Einfluss des Kriechens

Neben Kriecheffekten durch Zwangsbeanspruchung infolge Bauwerksverformung kann unter Lastbeanspruchung eine Kriechverformung auf Querschnittsebene hervorgerufen werden. Die zeitlich verzögerte Verformungszunahme aus Kriechen verursacht eine Spannungsänderung im Querschnitt. Im Allgemeinen wird das Phänomen Kriechen für Beton unter einer dauernd wirkenden Druck- oder Zugspannung untersucht. Wie schon in Abschnitt 5.2.2 dargestellt, ändert sich die Lastbeanspruchung der Federplatte von ca. Null bis zur maximalen Lasthöhe. Daraus kann geschlossen werden, dass die ständigen Spannungen im Beton sehr gering sind. Aus diesem Grund werden das Kriechen sowie die Kriechverformung des Betons bei der Abschätzung der Biegesteifigkeit der Federplatte nicht berücksichtigt.

5.3 Verteilung der Steifigkeit der Federplatte in Brückenlängsrichtung

Da die Steifigkeiten und Schnittgrößen eines Querschnittes voneinander abhängen, können die Steifigkeiten aller Querschnitte der Federplatte bestimmt werden, wenn die Schnittgrößen bekannt sind. Wegen des nichtlinearen Verhaltens des Bauteils ist für die Bestimmung der Steifigkeiten und der Schnittgrößen im Allgemeinen eine iterative Berechnung notwendig.

Zur Bestimmung der Biegesteifigkeitsverteilung der Federplatte in Brückenlängsrichtung ist es nötig, die Lastgeschichte und auch die resultierten Schnittgrößen zu kennen. Diese Aufgabe ist nicht trivial, da die Beanspruchung der Lasten zufällig ist und viele unterschiedliche Lastsituationen auftreten können. Um eine annähernde Abschätzung der Steifigkeitsverteilung der Federplatte zu ermöglichen, wird hier ein vereinfachtes Verfahren, welches auf eine Analyse der wesentlichen Eigenschaften der Federplatte basiert, vorgestellt. Die Hauptidee ist, zuerst die Schnittgrößen, insbesondere deren Einhüllende, annähernd zu bestimmen und danach die Steifigkeiten durch eine Querschnittsberechnung zu ermitteln.

Die Schnittgrößenermittlung wird durch die Berücksichtigung des Federplattenverhaltens unter direkten und indirekten Lastbeanspruchungen durchgeführt. Diese zwei Fälle werden nachfolgend dargestellt.

a) *Federplatte unter direkten Lasten*

Die wichtigen Lasten, die die Federplatte direkt beanspruchen, sind die Verkehrslasten und das Eigengewicht der Federplatte. Um die Beziehung zwischen den Schnittgrößen und den Steifigkeiten deutlich herauszuarbeiten, wird hier ein System eines Federplattenstreifens mit der Breite $B = 1,0\text{m}$ untersucht. Da die Biegesteifigkeit der benachbarten Träger im Vergleich zu der Federplatte relativ groß ist, können die Randbedingungen am Ende der Federplatte als drehsteife Verbindung modelliert werden (siehe Abbildung 5.17).

Die Federplatte wird durch ihr Eigengewicht, durch die konstante Streckenlast q_F und die abschnittsweise vorhandene Streckenlast q_V beansprucht. Das System wird durch eine lineare und eine nichtlineare Berechnung mit dem Programm BMAP analysiert. Die Ergebnisse aus der nichtlinearen Berechnung sind in Abbildung 5.17 dargestellt.

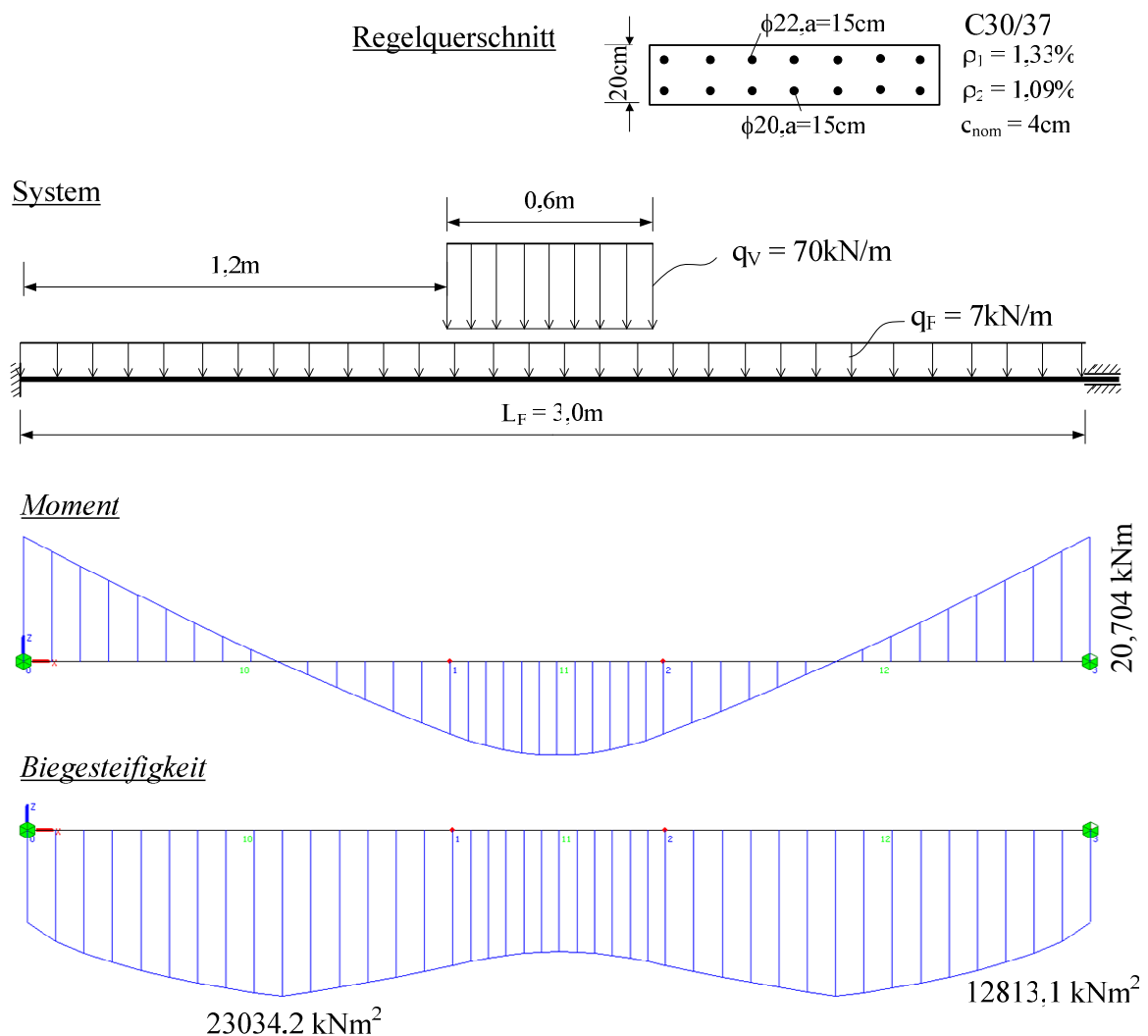


Abbildung 5.17: Biegemoment und Biegesteifigkeit der Federplatte unter direkten Lasten

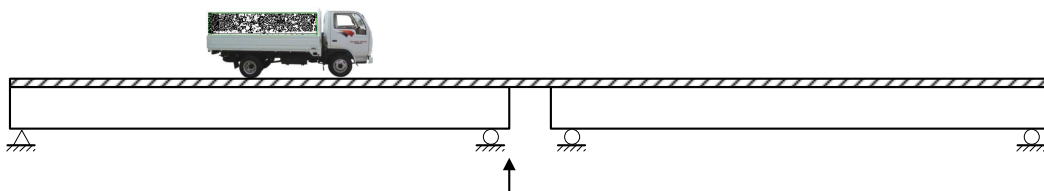
Der maximale Wert des Moments aus einer linearen Berechnung mit konstanter Biegesteifigkeit ist 20,790 kNm am Ende der Federplatte. Die Abweichung der Momente zwischen einer linearen und nichtlinearen Berechnung beträgt 0,086 kNm bei den maximalen Werten, was 0,415 % entspricht. Der Grund ist, die Schnittgrößen sind bei dem nahezu unverformten System unabhängig vom Material und von der Steifigkeitsverteilung und können daher direkt ermittelt werden. Dadurch ist der Fehler der linearen Berechnung in diesem Fall sehr klein.

b) *Federplatte unter indirekten Lasten*

Die Verformungen der Hauptträger führen zur Zwangsverformung der Federplatte. Im Gegensatz zu den Beanspruchungen aus direkten Lasten, hängen die Schnittgrößen und Steifigkeiten stark von den Verformungen der Federplatte ab. Die Schnittgrößen sind in diesem Fall proportional zu den Steifigkeiten. Zur Vereinfachung wird hier zunächst eine statische Berechnung mit dem nichtlinearen Berechnungsverfahren durchgeführt. Zur Bestimmung der möglichen maximalen Schnittgrößen der Federplatte wird hier keine wiederholte Belastung berücksichtigt, (oder $n = 0$ entsprechend der ersten Belastung), daher werden die Steifigkeiten der Federplatte maximal. Aus den Ergebnissen wird eine Umhüllende der Schnittgrößen gebildet.

Es zeigt sich, dass die maximalen Momente am Ende der Federplatte dann auftreten, wenn die Verkehrslast nur auf einem Feld steht (siehe Abbildung 5.18a). Wenn die Verkehrslast jeweils auf beiden Trägern steht, kann ein maximales Moment im Feldbereich der Federplatte bei negativem Vorzeichen erzeugt werden (siehe Abbildung 5.18b).

a) Maximales Moment am Ende der Federplatte



b) Maximales Moment in der Mitte der Federplatte

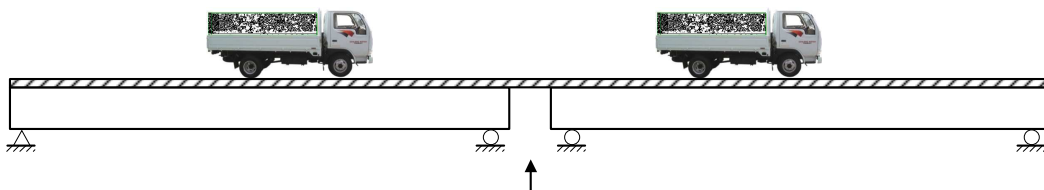


Abbildung 5.18: Ungünstige Lastfälle bei der Federplatte

In Abhängigkeit von der Verdrehung der Trägerenden wurden die Schnittgrößen der Federplatte für zwei Federplattentypen F1 und F2 (siehe Abbildung 5.21) ermittelt. Die Umhüllende der Momente der Federplatte bei Erstbelastung ist in Abbildung 5.19 dargestellt. Die Umhüllende der Momente verläuft in einer Trapezform, deren Abmessungen von dem horizontalen Abstand zwischen Lager und dem Ende der Federplatte sowie von der Länge der Federplatte abhängig sind. Weitere Informationen über den Einfluss der Position der Verbindungspunkte zwischen Federplatte und Trägern auf die Schnittgrößen sind in Kapitel 7 aufgeführt.

Bei der Federplatte vom Typ F1 weist die Umhüllende des Momentes einen nahezu konstanten Wert auf. Dies führt zu einer relativ unveränderlichen Biegesteifigkeit. Dieses Verhalten ermöglicht eine vereinfachte Berechnung.

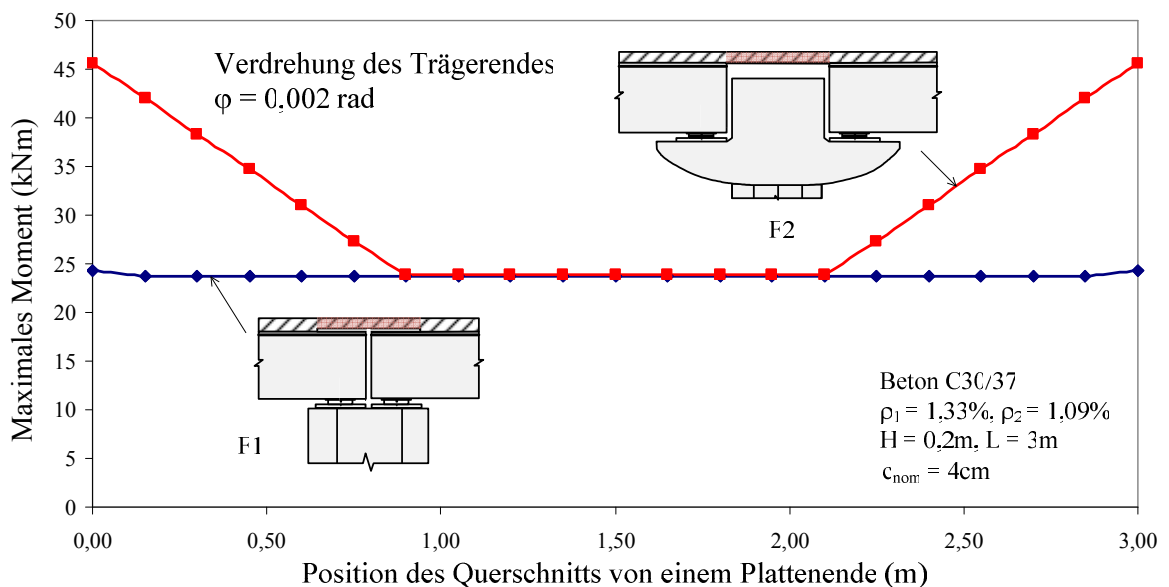


Abbildung 5.19: Einhüllende der Schnittgrößen der Federplatte

Bei der Federplatte vom Typ F2 gibt es einen signifikanten Unterschied zwischen dem Moment am Ende und im mittleren Bereich der Federplatte. Dieser Unterschied nimmt nach mehreren Schwingspielen der Federplatte ab. Bei einer Lastwechselzahl von $n = 1$ Million wird der Momentunterschied zwischen Federplattenenden und dem mittleren Bereich der Federplatte deutlich geringer als ca. 25%. Biegesteifigkeitsverteilung bei unterschiedlichen Lastwechselzahlen wird in Abbildung 5.20 dargestellt.

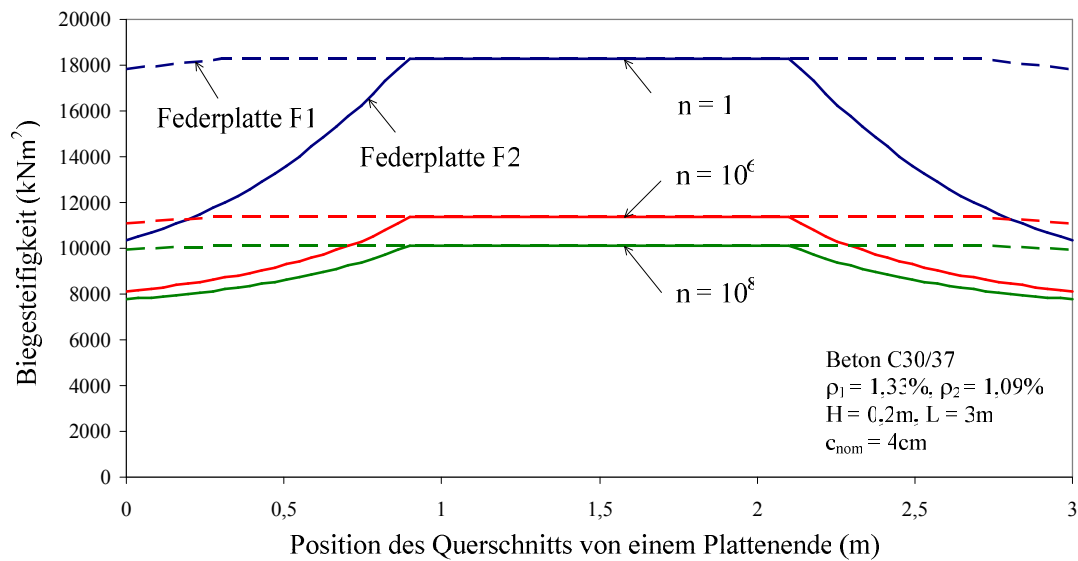


Abbildung 5.20: Biegesteifigkeitsverteilung der Federplatte in Brückenlängsrichtung

Die obige Analyse zeigt, dass die Verteilung der Biegesteifigkeit der Federplatte in Brückenlängsrichtung ungefähr gleichförmig ist. Für die folgende Parameterstudie kann daher eine mittlere Biegesteifigkeit des Querschnittes der Federplatte angesetzt werden. Im allgemeinen Fall hängt die Berechnung des Mittelwertes der Biegesteifigkeit von der Geometrie der Federplatte sowie der Länge und der Position des Verbindungspunktes mit den Trägern ab. Für die Federplatte des Typs F1 kann der Wert der Biegesteifigkeit der Berechnung unter symmetrischen Lasten entnommen werden. Die Biegesteifigkeit kann damit durch die mittlere Krümmung wie in Abbildung 5.21 dargestellt werden.

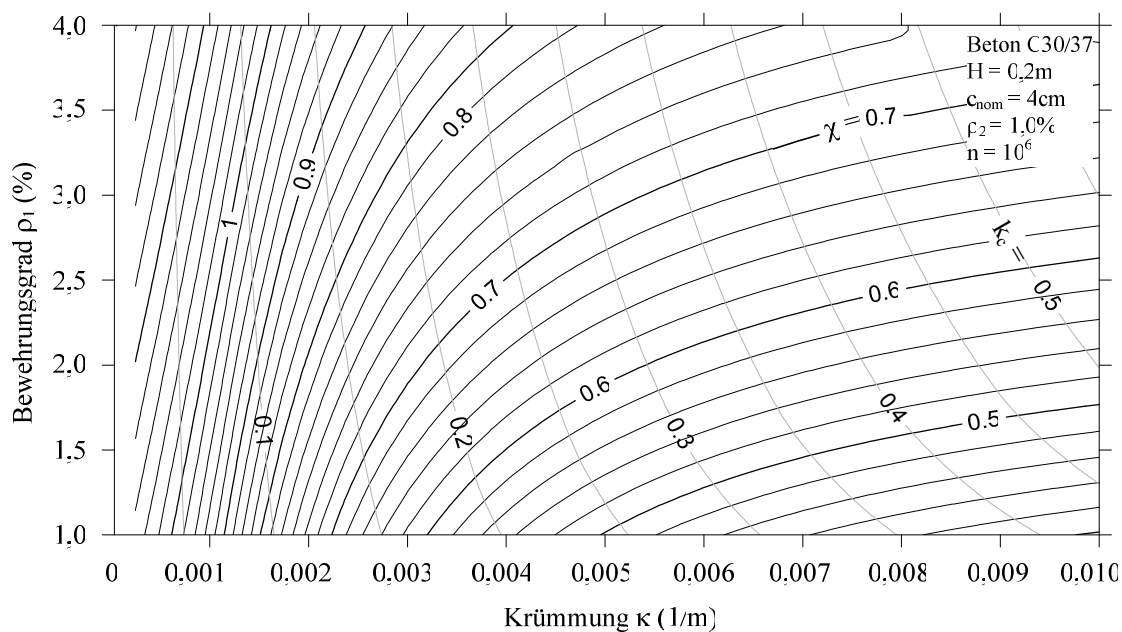


Abbildung 5.21: Bezogene Biegesteifigkeit χ in Abhängigkeit von der maximalen Krümmung κ_{max} und dem Bewehrungsgrad ρ_1

5.4 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Kapitels erfolgte eine wirklichkeitsnahe Abschätzung der Biegesteifigkeiten der Federplatte infolge wiederholter Belastung durchgeführt. Mit diesen Erkenntnissen wurde die Biegesteifigkeit der Federplatte in Abhängigkeit von den Lasten und den Querschnittseigenschaften dargestellt.

Die Ergebnisse der Parameterstudie zeigen, dass die Biegesteifigkeit der Federplatte mit dem Anstieg der Lastwechselzahl sehr schnell abfällt. Die Degradationsgeschwindigkeit der Biegesteifigkeit wird bei großen Lastwechselzahlen geringer.

Weiterhin wurde gezeigt, dass vor allem die Abmessungen der Federplatte, insbesondere auch die Betondeckung, einen großen Einfluss auf die Biegesteifigkeit der Federplatte haben. Weitere wesentliche Einflussparameter sind die Größe der Belastung, der Bewehrungsgrad und die Längskraft.

Anschließend wurde gezeigt, dass bei Federplatten mit einem freien Abstand zu den Trägern die Verteilung der Biegesteifigkeit relativ gleichförmig ist. Die Biegesteifigkeit der Querschnitte im Endbereich der Federplatte nimmt mit größerem Abstand zwischen den Trägerenden ab. Die Differenz der Momente am Ende und in der Mitte der Federplatte werden mit großen Lastwechselzahlen geringer. Bei der Berechnung der Federplatte kann ein Mittelwert der Biegesteifigkeit verwendet werden.

6 ERMÜDUNG VON FEDERPLATTEN

6.1 Einführung

Mithilfe des entwickelten Berechnungsmodells für Stahlbetontragwerke infolge wiederholter Beanspruchung und des entwickelten Programms BMAP werden in diesem Kapitel zahlreiche Ermüdungsberechnungen an ausgewählten Federplattentypen durchgeführt. Für die Ermüdungsberechnung wird das Ermüdungslastmodell 3 des Eurocode 1 ausgewählt. Alle Berechnungen erfolgen anhand von Brücken aus I-förmigen Fertigteilträgern „I33m“, einem gängigen Fertigteilträger der im vietnamesischen Brückenbau verwendet wird. Zunächst werden die verwendeten Modelle, auf denen die Ermüdungsberechnungen basieren, vorgestellt. Im Anschluss erfolgt eine Parameterstudie über die Ermüdungstragfähigkeit von Federplatten mit einer ausführlichen Diskussion der wesentlichen Einflussgrößen auf ihre Lebensdauer. Nach einem Vergleich der Ermüdungstragfähigkeit und den konstruktiven Eigenschaften von zwei gängigen Federplattentypen werden ihre möglichen Anwendungsbereiche vorgestellt.

6.2 Ermüdungslastmodell

Im Brückenbau haben Wechsellasten einen großen Einfluss auf die Standsicherheit und die Lebensdauer von Bauteilen. Hauptursache der ermüdungswirksamen Beanspruchung stellen Fahrzeuge dar, die das Bauwerk überqueren. Straßenbrücken werden insbesondere durch Lastkraftwagen (LKW) erheblich belastet, da sie mit ihrem schweren Eigengewicht eine globale und auch eine lokale Wanderlast erzeugen. Obwohl Personenkraftwagen (PKW) eine höhere Auftretenswahrscheinlichkeit im Vergleich zu LKW haben, sind diese mit ihrem geringeren Eigengewicht für Ermüdungsbetrachtungen unerheblich.

Für den Betriebsfestigkeitsnachweis von Straßenbrücken wurden zahlreiche Ermüdungslastmodelle entwickelt. Der Eurocode 1, Teil 2 sowie der DIN-FB 101 (2009) beinhalten unterschiedliche Ermüdungslastmodelle. Die Entwicklung dieser Ermüdungslastmodelle basiert hauptsächlich auf Messungen des Autobahnverkehrs in Frankreich (auf der Strecke Paris-Auxerre) und in Deutschland (an der Brohltalbrücke) [Günther, 2001]. Die wesentlichen Parameter für jedes Ermüdungslastmodell sind die Achslasten, die Gesamtgewichte der Fahrzeuge, die Abstände zwischen den Lastachsen, die Verkehrsstärke und der Verkehrsfluss (Fahrzeugabstand, Stau, Spurbelegung).

Im Vergleich zu vielen unterschiedlichen Ermüdungslastmodellen, welche im Eurocode 1, Teil 2 vorgestellt werden, führt das Ermüdungslastmodell 3 bei einer großen Anzahl von Brücken zu einer hohen Ermüdungsbeanspruchung. Darüber hinaus ist dieses

Belastungsmodell einfach anzuwenden. Im DIN-FB 101 (2009) wird das Ermüdungslastmodell 3 für den Ermüdungsnachweis von Straßenbrücken empfohlen.

Das Ermüdungslastmodell 3 besteht aus einem fiktiven Einzelfahrzeug mit 4 Achsen mit einer Belastung von je 120 kN. Die Geometrie ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

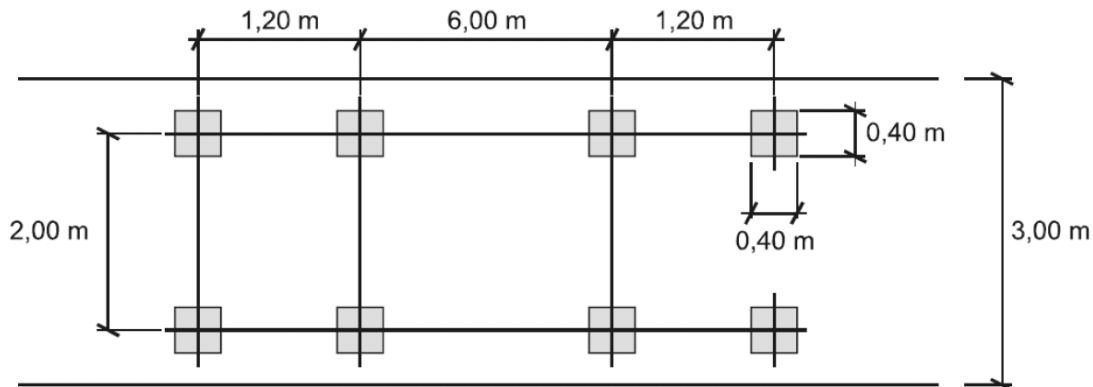


Abbildung 6.1: Ermüdungslastmodell 3 [DIN-FB 101 (2009)]

Neben dem Ermüdungslastmodell 3 ist für Ermüdungsnachweise auch eine Verkehrskategorie für die betrachtete Brücke festzulegen. In Abhängigkeit der Verkehrskategorie wird die für einen Fahrstreifen definierte Anzahl der LKW pro Jahr (N_{obs}) bestimmt (siehe Tabelle 6.1). Hinweise über die zu erwartende Verkehrsstärke sind in DIN-FB 101 (2009) enthalten.

Verkehrskategorie		N_{obs} pro Jahr und pro LKW-Fahrstreifen
1	Autobahnen und Straßen mit zwei oder mehr Fahrstreifen je Fahrtrichtung mit hohem LKW-Anteil	$2 \cdot 10^6$
2	Autobahnen und Straßen mit mittlerem LKW-Anteil	$0,5 \cdot 10^6$
3	Hauptstrecken mit geringem LKW-Anteil	$0,125 \cdot 10^6$
4	Örtliche Straßen mit geringem LKW-Anteil	$0,05 \cdot 10^6$

Tabelle 6.1: Anzahl erwarteter Lastkraftwagen pro Jahr für einen LKW-Fahrstreifen [DIN-FB 101, 2009]

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Ermüdungslastmodell 3 für die Ermüdungsberechnungen der Federplatte verwendet.

6.3 Berechnungsmodell der Brücken zur Schnittgrößenermittlung

6.3.1 Allgemeines

Basierend auf dem in Kapitel 2 und 3 dargestellten Kenntnisstand - hinsichtlich des allgemeinen Tragwerkverhaltens von Federplatten unter wechselnder Belastung sowie der Berechnungsmöglichkeiten des entwickelten Programms BMAP mit der Verwendung des neu entwickelten Berechnungsmodells aus Kapitel 4 und auch den Untersuchungsergebnissen der Biegesteifigkeit von Federplatten aus Kapitel 5 - werden zunächst die Rahmenbedingungen und die grundlegenden Annahmen für die Ermüdungsberechnung von Federplatten nachfolgend erläutert.

Für die Berechnung der Querschnittswerte sowie der Beton- und Stahlspannungen:

- Nichtlineares einachsiges Materialverhalten (unter Verwendung des neu entwickelten Modells)
- Ebenbleiben des Querschnittes (Bernoulli-Hypothese)
- Berücksichtigung der Kriechdehnung infolge wiederholter Belastung nach Model Code 2010 bei der Berechnung der Stahlspannung im Riss

Für die Berechnung der Gesamtbrücke:

- Linear-elastisches, homogenes und isotropes Materialverhalten (Hooke'sches Gesetz)
- Ebenbleiben des Querschnittes
- Starre Lagerung
- Konstante Verteilung der Querschnittssteifigkeiten bei jedem Träger und jeder Federplatte
- Beschränkung auf Fertigteilträger mit I-förmigen Brückenquerschnitt, wie in Abbildung 6.2 dargestellt, sowie auf zweifeldrige Brücken
- Beschränkung auf zwei gängige Federplattentypen, wie in Abbildung 6.3 dargestellt (Federplattentyp F1 mit einem geringen Abstand zwischen den Trägerenden und Federplattentyp F2 mit einem großen Abstand zwischen den Trägerenden in Brückenlängsachse)
- Berechnung mit wandernden Lasten (Ermüdungslastmodell LM3 nach DIN-FB 101 (2009)), ständigen Lasten (Eigengewicht, Belag, Kappe, Gesims, Geländer) und

maximalem Temperaturunterschied im Trägerquerschnitt bei der Bestimmung der maximalen Verdrehung des Trägerendes.

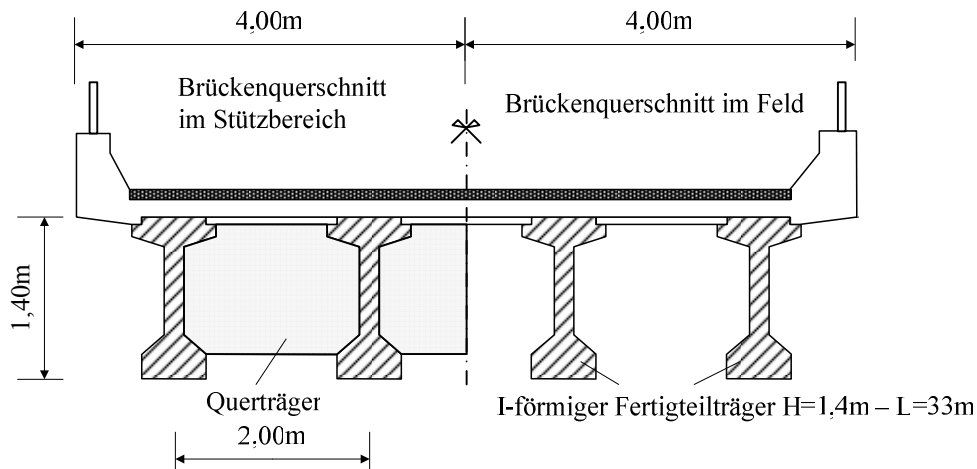


Abbildung 6.2: Untersuchter Brückenquerschnitt

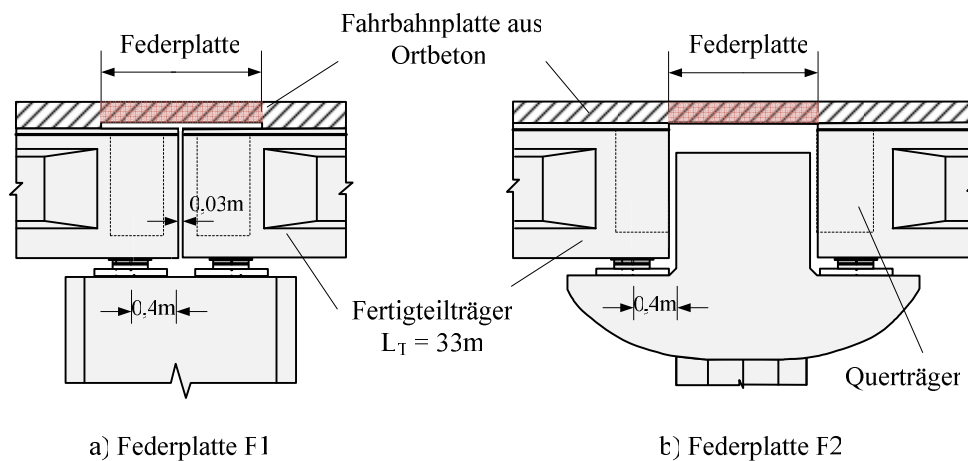


Abbildung 6.3: Untersuchte Federplattentypen

Tritt im Betonquerschnitt infolge wechselnder Lastbeanspruchung eine begrenzte Ober- und Unterspannung auf, weist der Stahlbetonquerschnitt bei der Entlastung und erneuter Belastung ein lineares Verhalten auf. Hieraus eröffnet sich die Möglichkeit für die Berechnung des Tragwerks ein lineares Berechnungsverfahren anzuwenden, welches im Allgemeinen zu Vereinfachungen in der Berechnung führt. Das Kernproblem liegt daher in der Bestimmung der Querschnittswerte. Die Steifigkeit eines Stahlbetonquerschnittes, der einer wechselnden Beanspruchung ausgesetzt wird, ist allerdings nicht konstant und hängt von der Anzahl der Lastwechsel ab. Damit kann die lineare Berechnung nur schrittweise für jede Lastwechselzahl einzeln durchgeführt werden. Dies führt zu einer iterativen

Berechnung bei der Ermüdungsberechnung für Lastkollektive, bei der die Steifigkeiten der Querschnitte nach jedem Lastwechsel erneut bestimmt werden müssen.

Da sich die Träger aufgrund der Vorspannung im Gebrauchszustand im Allgemeinen nur im Zustand I befinden, also keine Rissbildung auftreten kann, werden die Träger in der Berechnung mit konstanten Querschnittswerten modelliert. In der Praxis wurde gezeigt, dass Spannbetonbrücken unter kurzzeitigen wiederholten Lastbeanspruchungen eine höhere Steifigkeit aufweisen, als unter andauernden Belastungen. In Kapitel 4 wurde auch gezeigt, dass die Steifigkeiten der Bauteile unter wiederholter Belastung in einer Beziehung mit dem Tangentenmodul des Betons E_{c0m} stehen. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Steifigkeiten des Trägerquerschnittes unter Berücksichtigung des Einflusses der wiederholten Belastung bestimmt. Diese Steifigkeiten hängen im Allgemeinen von der Vorspannungskraft, dem Moment infolge des Eigengewichts und den Verkehrslasten ab. Allerdings ändern sich diese Steifigkeiten kaum, da keine Rissbildung und kein Schlupf zwischen Beton und Stahl auftritt. Dies führt zur Annahme einer konstanten Steifigkeit für die Fertigteilträger und zu einer Vereinfachung in der Berechnung. Der Einfluss der Längskraft auf die Biegesteifigkeit der Federplatte wurde in Kapitel 5.2.5 und in Abbildung 5.15 dargestellt.

Die Federplatte befindet sich im Gegensatz zu den Trägern überwiegend im Zustand II. In Kapitel 5 wurde gezeigt, dass die Biegesteifigkeit der Federplatte von vielen Einflussparametern abhängt. Ein wichtiger ist dabei die maximal auftretende Krümmung der Federplatte, welche durch die maximale Verdrehung der Trägerenden verursacht wird. Die Beziehung zwischen Krümmung und Biegesteifigkeit der Federplatte wurde in Abbildung 5.21 dargestellt. Zur Bestimmung der maximalen Verdrehung der Trägerenden für die Berechnung der Biegesteifigkeit der Federplatte werden im Rahmen dieser Arbeit nur die in der Nutzungsdauer der Brücken auftretenden Lasten betrachtet.

Die Eigengewichte aller Bauteile stellen ständige Lasten dar, die andauernd auf die Brücke einwirken. Die Verformung der Träger aus Kriechen infolge ständiger Lasten verursacht eine Verkrümmung der Federplatte und kann die Ermüdungstragfähigkeit der Federplatte beeinflussen. In Abhängigkeit von der Höhe der Vorspannung kann die Krümmung der Träger infolge Kriechen nach oben oder unten gehen. Durch eine Voruntersuchung zum Einfluss von Kriechen auf die Verformung wurde gezeigt, dass die Krümmung der in dieser Arbeit betrachteten Fertigteilträger mit Ortbetonfahrbahnplatte nach oben geht. Diese Krümmung führt zu einer Verdrehung des Trägerendes, welche entgegengesetzt zu der aus Verkehr verursachten Verdrehung wirkt. Aufgrund eines in der Regel als gering zu erwartenden Kriechmaßes aus der Vorspannung, insbesondere zu einem frühen Belastungszeitpunkt kann somit die Ermittlung der maximalen Krümmung der Federplatte unter Vernachlässigung der Wirkung aus Kriechen erfolgen.

Als veränderliche Lasten werden die Lasten aus Verkehr und Temperatur betrachtet. Mit Hilfe des Kapitels 2.5, welches wechselnde Beanspruchungen behandelt, und der darin dargestellten Analyse kann gezeigt werden, dass die Verkehrsbeanspruchung einen entscheidenden Einfluss auf die Ermüdungslebensdauer einer Federplatte hat. Dagegen weist die Temperaturbeanspruchung eine geringere Bedeutung für die Ermüdung der Federplatte auf. Um eine erhebliche Ermüdungsbeanspruchung des Verkehrs betrachten zu können, werden zunächst zweifeldrige Brücken mit Federplatten in Rahmen dieser Arbeit untersucht.

Nach DIN-FB 101 (2009) ist bei Brücken aus Betonplattenbalken der maximale negative Temperaturunterschied mit dem Wert $\Delta T_{M,neg} = -8^{\circ}\text{C}$ mit einer Wiederkehrperiode von 50 Jahren anzusetzen. Da die Ermüdungsberechnung für die Federplatte im Hinblick auf eine erwartende Lebensdauer von 100 Jahren durchgeführt wird, wird im Rahmen dieser Arbeit der maximale Wert des negativen Temperaturunterschieds nach DIN-FB 101 (2009) für die Berechnungen verwendet. Eine eigene Untersuchung zum Tragverhalten von Federplatten unter Temperaturbeanspruchung hat ergeben, dass der konstante Temperaturanteil nur bei Brücken mit einer sehr langen Gesamtlänge und einer großen Anzahl an Einfeldträgern zu einer signifikanten Beeinflussung des Tragverhaltens von Federplatten führt. Dieses Verhalten wird durch die Steifigkeit der Lager in horizontaler Richtung hervorgerufen, die im Allgemeinen zwar sehr klein ist, sich bei langen Bauwerken allerdings aufsummieren können [Linh (2010)]. Für die zweifeldrigen Brücken mit Federplatten ist der Einfluss des konstanten Temperaturanteils auf das Tragverhalten der Federplatte gering und kann daher vernachlässigt werden.

Die in Abschnitt 4.6 dargestellten Versuchsergebnisse haben gezeigt, dass andauernde wechselnde Belastungen zur Rissbildung im Federplattenquerschnitt führen und dadurch eine signifikante Kriechverformung erzeugt werden kann. Dies kann zu einer höheren Spannung des Bewehrungsstahls in gerissenen Querschnitten führen. Zur Berücksichtigung dieses Einflusses wird hier ein Ansatz zur Abschätzung der Kriechdehnung des Betons infolge wiederholter Belastung nach Model Code 2010 verwendet (siehe Kapitel 3, Gleichung 3.4).

Durch eine Voruntersuchung wurde gezeigt, dass Betonspannungen unter Lasten im Federplattenquerschnitt einen Vorzeichenwechsel erfahren können. Da die vom Beton aufnehmbaren Zugspannungen im Vergleich zu den Druckspannungen sehr gering sind, wird im Rahmen dieser Arbeit eine vereinfachte Abschätzung der Kriechdehnung des Betons infolge wiederholter Belastung mit der Annahme der Vernachlässigung der Zugspannungen des Betons $\sigma_{c,min} = 0$ durchgeführt. Weiterhin wird zur Vereinfachung die Änderung des elastischen E-Moduls des Betons nicht berücksichtigt. Die Gleichung 3.2 kann daher wie folgt geschrieben werden:

$$\varepsilon_{cf}(n) = \frac{\sigma_{c,max}}{E_c} + \frac{\sigma_{c,max}}{2E_c} \cdot \varphi(t, t_0) = \frac{\sigma_{c,max}}{E_c} \left(1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{2} \right) \quad (6.1)$$

Die Berechnung der Stahlspannung infolge wiederholter Beanspruchung bei der höchsten Belastung kann daher wie unter einer dauernden Belastung mit einer Kriechzahl $\varphi_W = 0,5 \cdot \varphi(t, t_0)$ durchgeführt werden. Die Dauer der wiederholten Belastung $t - t_0$ wird nach Model Code 2010 bestimmt.

6.3.2 Modellbildung einer zweifeldrigen Fertigträgerbrücke mit Federplatte

Die Modellbildung hat zum Ziel, dass eine wirklichkeitsnahe Abschätzung des Tragverhaltens der Fertigteilbrücken mit Federplatten unter wiederholenden Ermüdungslasten durchgeführt werden kann. Da eine Federplatte sehr empfindlich zum einen auf direkte Belastungen infolge Achslasten und zum anderen im Bereich der Anschlussstellen an die Brückenüberbauten reagiert, soll eine lokale Modellierung des Stützbereichs der Brücke inklusiv der Federplatte durchgeführt werden. Bei der Modellbildung wurde darauf geachtet, dass das Berechnungsmodell einfach gehalten wird, um eine Simulation des Brückentragwerks mit vielen Lastwechselzahlen und daher auch für viele Iterationen in einer annehmbaren Rechenzeit zu ermöglichen.

Für die Erstellung des lokalen Berechnungsmodells wurde in einem ersten Schritt das Gesamtbrückentragwerk in einem 3D-Modell abgebildet. Dieses 3D-Modell wurde dann zur Bestimmung der wesentlichen Parameter eines vereinfachten Modells untersucht. Wie schon in Kapitel 4.1 dargestellt wurde, ergeben sich Vorteile bei der Modellierung des Tragwerks unter Verwendung von Stabelementen. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein vereinfachtes Modell für einen aus der Brückenlängsachse heraus gelösten Trägerstreifen der Brücke aus 3D-Elementen inklusive der Federplatte aus Stabelementen abgebildet, mit dem das lokale Verhalten der Federplatte gemeinsam mit den gekoppelten 3D-Elementen untersucht werden kann. Nachfolgend werden das Berechnungsmodell des Gesamtbrückentragwerks und des vereinfachten Modells für die lokale Analyse vorgestellt.

a) *Modellbildung für Gesamtbrückentragwerk und lokale Analyse*

Abbildung 6.4a stellt die dreidimensionale Finite Elemente Modellierung des Grundmodells unter Verwendung eines eigens entwickelten Programms BMAP dar, bei dem die Fertigteilträger und Querträger im Allgemeinen durch die Verwendung von Stabelemente modelliert werden. Ausnahme bilden die Träger und Querträger im Verbindungsbereich zur Federplatte, die mithilfe von Solidelementen abgebildet worden sind. Die Fahrbahnplatte und auch die Federplatte wurden durch Scheibenelemente modelliert.

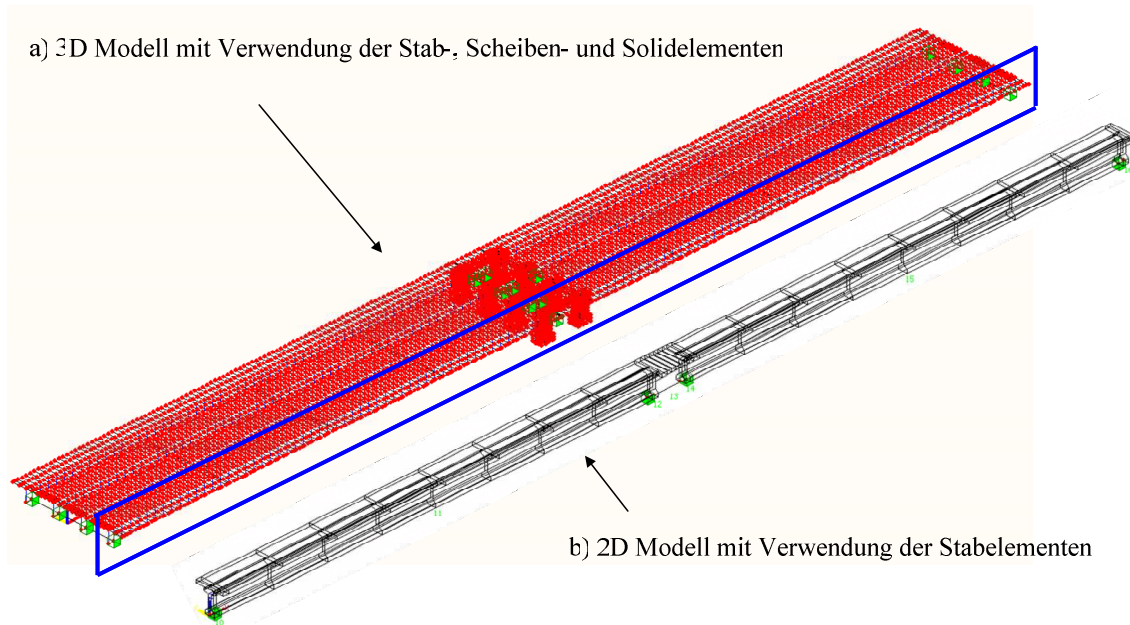


Abbildung 6.4: Grundmodell der Fertigteilbrücke mit Federplatte gebaut im BMAP

Zur Beschreibung des Kontakts zwischen den Fahrbahnplattenelementen und den Fertigteilträgerelementen sowie den Querträgerelementen wurden Verbindungselemente in Form von starren Stabelementen verwendet. Weiterhin wurden die Auflager- randbedingungen derart definiert, dass die Lager nur Verdrehungen und Verschiebungen in Brückenlängsrichtung erlauben.

Die betrachteten ständigen Lasten, die auf die Träger einwirken, bestehen aus den Eigengewichten für Belag, Gesims und Kappen, die nach dem Betonieren der Federplatte auftreten. Für die Federplatte wurde zusätzlich ihr Eigengewicht berücksichtigt. Die Lastbeanspruchung aus Verkehr wurde mit der in Abbildung 6.5 dargestellten gleichmäßigen Lastverteilungsfläche modelliert.

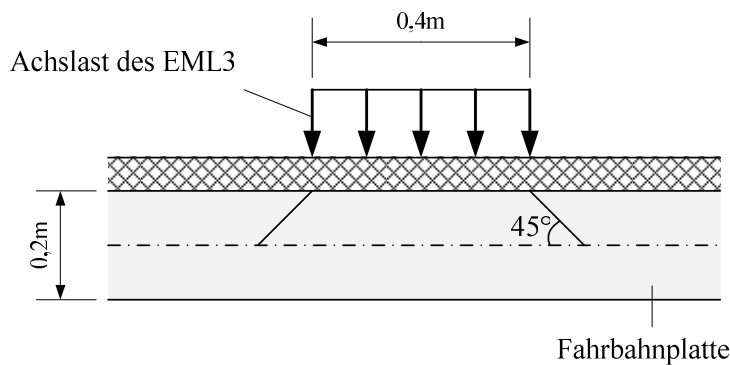


Abbildung 6.5: Lastverteilung aus Achslast

Schnittgrößen der Federplatte

Eine Federplatte weist in Abhängigkeit ihrer Art unter Lastbeanspruchung ein unterschiedliches Verhalten auf. Die Schnittgrößenverteilung im Bereich einer Verbindung zwischen Federplatte und Träger wird durch die Geometriebedingungen der Struktur und die Position der Verkehrslast beeinflusst. Abbildung 6.6 stellt die Momentenverteilungen in Federplatten für beide Federplattentypen F1 und F2 dar, die durch die Beanspruchung eines Brückenfeldes mit der Verkehrslast hervorgerufen wird. Bei Brücken mit dem Federplattentyp F2 werden die Federplatten direkt mit den angrenzenden Querträgern verbunden. Im Gegensatz dazu sind bei Brücken mit dem Federplattentyp F1 keine Querträger an den Anschlussstellen der Federplatte vorhanden.

Aus Abbildung 6.6a geht hervor, dass bei Federplatten des Typs F1 extreme Biegemomente und Spannungen konzentrieren im Bereich der Anschlussstellen der Trägerenden auftreten. Der Anschluss einer Federplatte des Typs F2 an die Querträger liefert dagegen annähernd gleichmäßig verteilte Schnittgrößen in Brückenquerrichtung (siehe Abbildung 6.6b). Bei beiden Federplattentypen wurde festgestellt, dass in der Federplatte im Bereich der Randträger große Schnittgrößen auftreten. Dies liegt an dem ungünstigen Verhalten der Randträger unter Verkehrslasten.

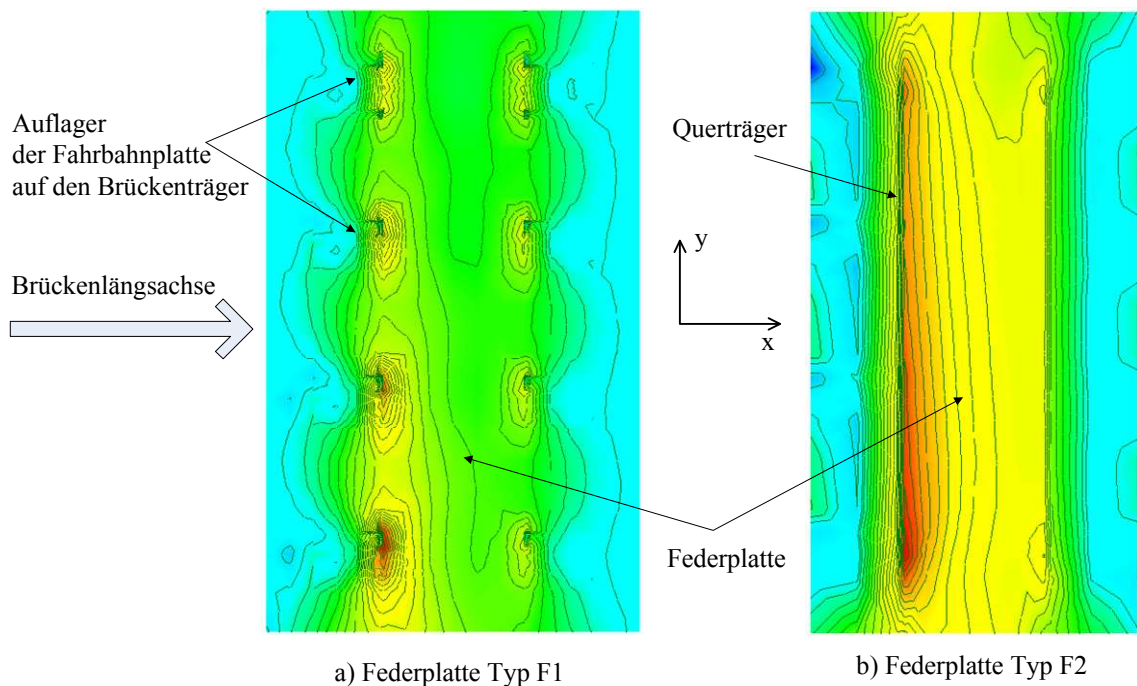


Abbildung 6.6: Qualitative Momentenverteilung m_x in Federplatten mit der ELM3-Last im linken Feld

Die direkte Beanspruchung der Federplatte durch Achslasten zeigt, dass die maximalen Stützmomente der Federplatte auf der Verbindungslinie zwischen den Fertigteilträgerenden

auftreten (siehe Abbildung 6.7). Weiterhin kann festgestellt werden, dass in diesem Fall die Werte der Schnittgrößen der Federplatte kaum von ihrer Steifigkeit abhängig sind. Die Erklärung dafür findet sich in Kapitel 5.3.2.

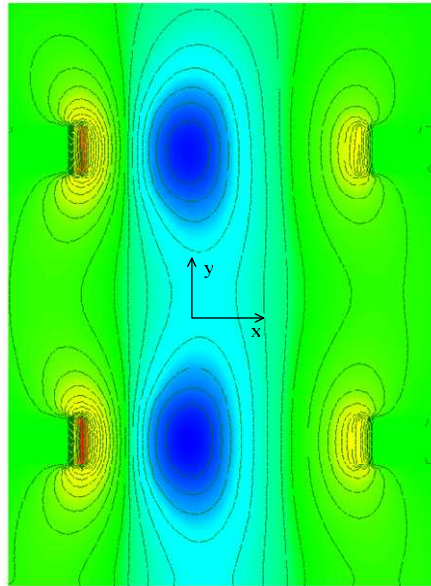


Abbildung 6.7: Qualitative Momentenverteilung m_x des Federplattentyps F1 infolge ELM3-Achslast auf der Federplatte in ungünstiger Stellung

In den folgenden Abbildungen werden für die Federplattentypen F1 (Abbildung 6.8) und F2 (Abbildung 6.9) die Biegemomente an der Anschlussstelle der Federplatte in Abhängigkeit der Parameter Art und Länge der Federplatte sowie Lastposition des Ermüdungslastmodells dargestellt.

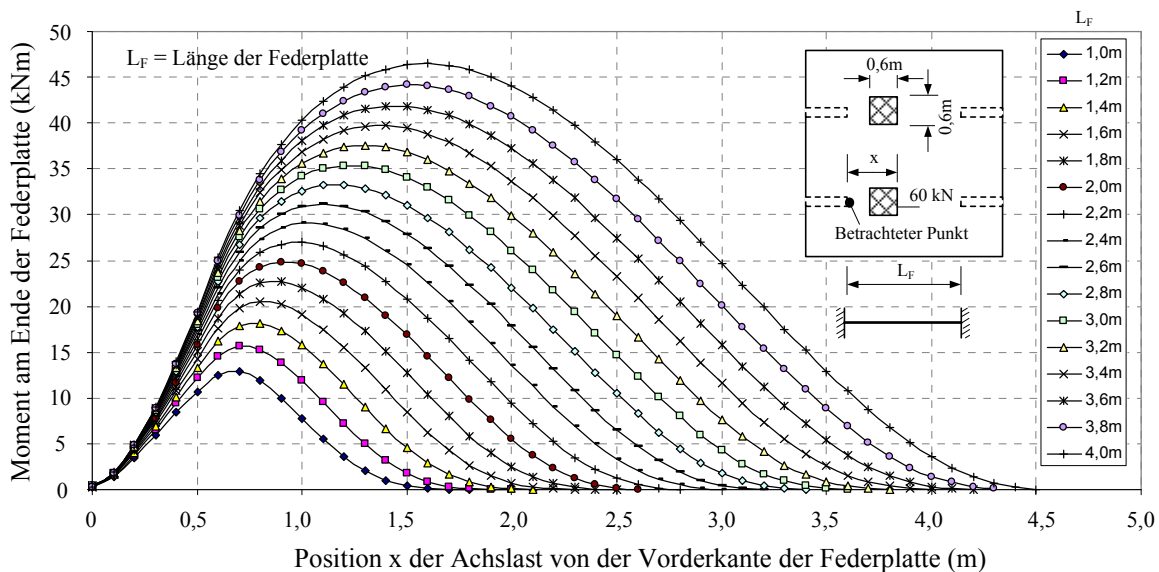


Abbildung 6.8: Maximales Moment an der Anschlussstelle einer Federplatte des Typs F1 – ohne direkten Querträger an der Anschlussstelle – infolge einer ELM3-Lastachse direkt auf Federplatte

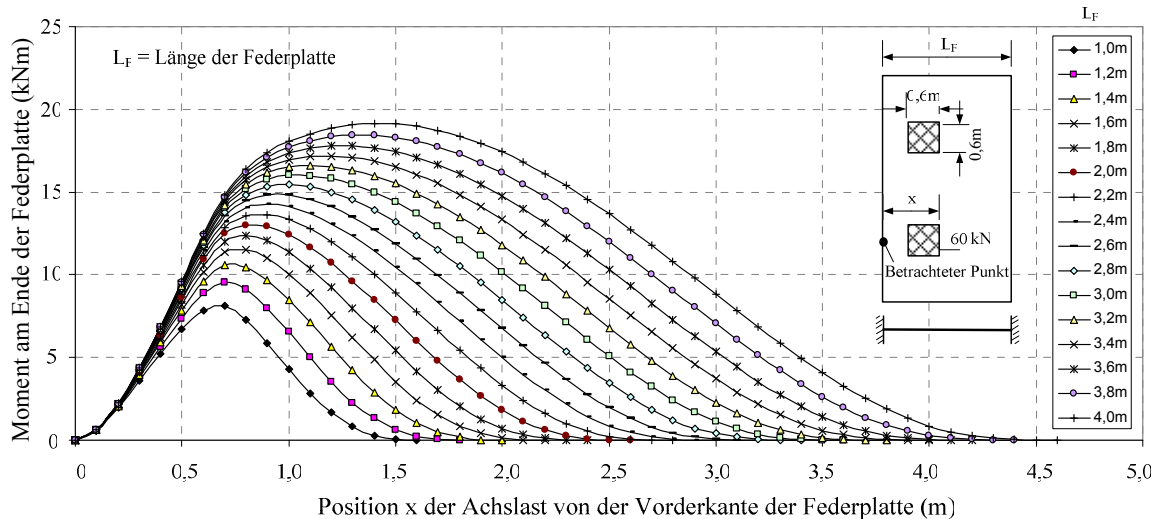


Abbildung 6.9: Maximales Moment an der Anschlussstelle einer Federplatte des Typs F2 – im Fall der Verwendung von Querträgern im Auflagerbereich der Brückenträger – infolge einer ELM3-Lastachse direkt auf Federplatte

Aus den Diagrammen lässt sich entnehmen, dass ungünstige Lastpositionen tendenziell in der Nähe der betrachteten Anschlussstelle liegen. Besonders deutlich zu erkennen ist dieses Verhalten bei längeren Federplatten. Weiterhin lässt sich erkennen, dass bei Federplatten des Typs F1, die nicht an Querträgern anschließen, deutlich größere Schnittgrößen auftreten, als bei Federplatten des Typs F2. Je länger die betrachtete Federplatte ist, desto größer ist der Schnittgrößenunterschied zwischen beiden Konstruktionsarten. Das Verhältnis des Biegemoments zwischen einer Federplatte des Typs F1 und des Typs F2 bei einer Länge von 4 m beträgt 2,43. Bei Federplatten mit der Länge 1 m beträgt dieses nur 1,59.

Lastverteilungsfaktor in Brückenquerrichtung für Träger

Der Lastverteilungsfaktor wird hier als ein Verhältnis zwischen der Verdrehung des betrachteten Trägers und der Summe der Verdrehungen aller parallelen Träger der betrachteten Auflagerreihe bei Belastung des betreffenden Felds mit der Verkehrslast definiert. Es wird somit der Aktivierungsgrad zum Lastabtrag des betrachteten Trägers gegen über dem Gesamtabtrag dargestellt.

$$\eta_i = \frac{\varphi_i}{\sum_{j=1}^n \varphi_j} \quad (6.2)$$

Die Tabelle 6.2 zeigt die Lastverteilungsfaktoren für Längsträger unter der Einwirkung eines ELM3-Fahrzeugs in der Mitte eines benachbarten Brückenfeldes einer untersuchten zweifeldrigen Brücke mit einem Schwerverkehrsstreifen (siehe auch die Abbildungen 6.2 und 6.3).

Träger 1	Träger 2	Träger 3	Träger 4
0,40	0,33	0,22	0,05

Tabelle 6.2: Lastverteilungsfaktor η_i für die nebeneinander angeordneten Brückenlängsträger infolge des ELM3 auf einem Schwerverkehrstreifen

Abbildung 6.10 stellt die Beziehung zwischen dem Verteilungsfaktor für den Randträger und die Anzahl der Überfahrten dar. Obwohl die Biegesteifigkeit der Fahrbahnplatte im Brückenträgerbereich bei einer großen Anzahl der Überfahrten stark abnimmt, bleibt der Lastverteilungsfaktor mit einem Wert von 0,4 bei der untersuchten Brücke konstant. Dies resultiert aus dem Tragverhalten der Querträger im Feld und am Ende der Längsträger.

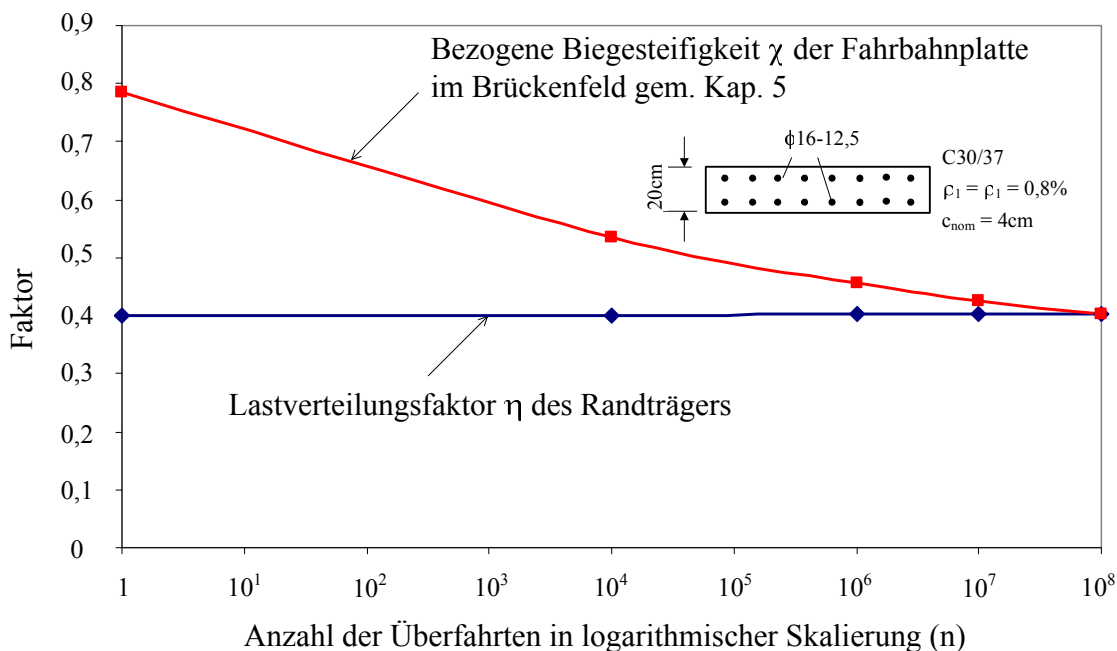


Abbildung 6.10: Lastverteilungsfaktor in Abhängigkeit von Lastspielen.

Es ist zu erkennen, dass die marginale Zunahme des Lastabtragsanteils des Randträgers mit der starken Abnahme der bezogenen Biegesteifigkeit der Fahrbahnplatte einhergeht.

Da der Lastverteilungsfaktor jedoch nahezu unabhängig von der Lastwechselzahl ist, kann für die folgende Parameterstudie das Modell vereinfacht werden.

b) Modellbildung für Parameterstudie

Zur Durchführung der Parameterstudie über das Ermüdungsverhalten von Federplatten wird ein Brückenlängsstreifen modelliert. Aus der zuvor dargestellten Analyse wird der Randträger mit Federplatte ausgewählt (siehe Abbildung 6.4b). Das Tragwerkssystem wird durch die Verwendung von Stabelementen abgebildet, die den Gesamtquerschnitt der

Träger (Fertigteilträger und Fahrbahnplatte) repräsentieren. Weiterhin erfolgt die Idealisierung der Träger unter der Annahme von unabhängig von der Lastwechselzahl konstanten Steifigkeiten.

Zur wirklichkeitsnahen Ermittlung der Schnittgrößen der Federplatte wird eine Kombination aus globaler und lokaler Berechnung gewählt. Da das lineare Berechnungsverfahren für die Schnittgrößenermittlung gewählt wurde, gilt in diesem Fall das Superpositionsprinzip. Dadurch können die Schnittgrößen der Federplatte aus direkten und indirekten Belastungen voneinander getrennt berechnet werden. Die Gesamtschnittgrößen ergeben sich aus der Summe der Schnittgrößenanteile der getrennten Berechnungen.

Zur Steigerung der Effizienz bei der Ermittlung von Schnittgrößen können Einflusslinien herangezogen werden. Im Folgenden werden die resultierenden Einflusslinien für das Biegemoment an der Anschlussstelle der Federplatte analysiert, die das Ergebnis aus unterschiedlichen Lastanordnungen sind. Hierzu wurde die Verkehrslast zum einen auf den Brückenfeldern und zum anderen direkt auf der Federplatte gesetzt. Die Werte der Einflusslinie beinhalten auch den Lastverteilungsfaktor η . Der Lastverteilungsfaktor variiert in Abhängigkeit von der Lastposition auf der Brücke. Dieser Faktor beträgt 0,4 für den Fall, dass die Einheitslast auf einem Feld angeordnet wird. Für den Fall, dass die Einheitslast auf der Federplatte angeordnet wird beträgt dieser 1,0.

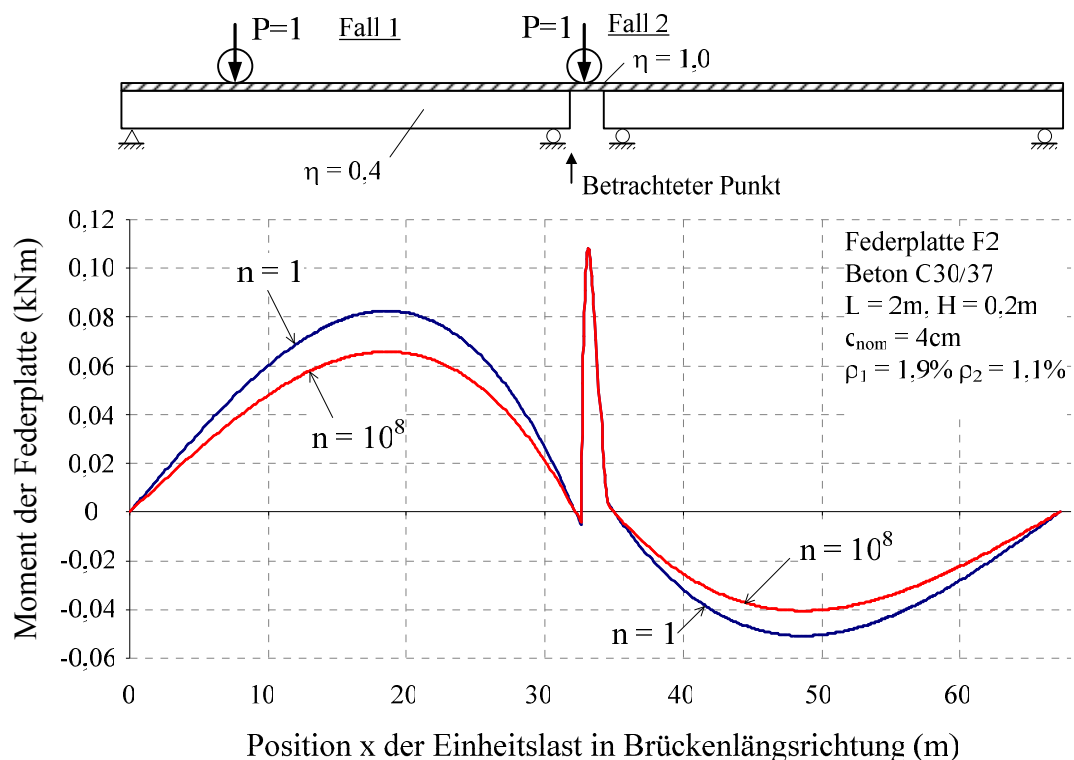


Abbildung 6.11: Einflusslinie des Momentes an der Anschlussstelle der Federplatte

Die Abbildung 6.11 zeigt zwei Momenteneinflusslinien einer untersuchten Federplatte für unterschiedliche Lastwechselzahlen. Es kann festgestellt werden, dass die Biegebeanspruchung der Federplatte mit dem Anstieg der Lastwechselzahl abnimmt, da eine Reduzierung der Biegesteifigkeit der Federplatte auftritt. Dies gilt aber nur für den Fall, dass die Achslast auf dem Feld angeordnet wird. Wenn die Verkehrslast auf der Federplatte steht, gibt es keine Änderung der Schnittgrößen der Federplatte nach den Lastwechseln, da die Schnittgrößen der Federplatte unter direkter Belastung nur von der Länge der Federplatte und von den Verbindungsbedingungen mit den Trägern abhängen. Die anderen Parameter, wie Bewehrungsgehalt, Betonfestigkeit, Betondeckung und Dicke der Federplatte, beeinflussen die Schnittgrößen der Federplatte nur bei indirekter Lastbeanspruchung in den benachbarten Feldern.

Schnittgrößen der Federplatte infolge LKW-Überfahrten

Überquert ein LKW die betrachtete Brücke, so wird in jedem Bauteil ein Schnittgrößenspektrum erzeugt. Aufgrund der relativ kurzen Länge und der Funktion als Verbindungselement zwischen den benachbarten Trägern erfährt die Federplatte unter Verkehrsbeanspruchung viele Lastwechselzyklen, in denen sich die Schnittgrößen ändern. Ein Beispiel für den Momentenverlauf der betrachteten Anschlussstelle der Federplatte F1 wird in Abbildung 6.12 dargestellt. In diesem Fall können vier signifikante Momentenmaxima erkannt werden, die durch jede der vier Lastachsen des Ermüdungslastmodells 3 bei der Überquerung der Federplatte ausgelöst werden. Das Diagramm zeigt weiterhin, dass der Schnittgrößenanteil infolge lokaler Lastbeanspruchung infolge des Verkehrs einen maßgebenden Einfluss auf die Gesamtschnittgrößen hat.

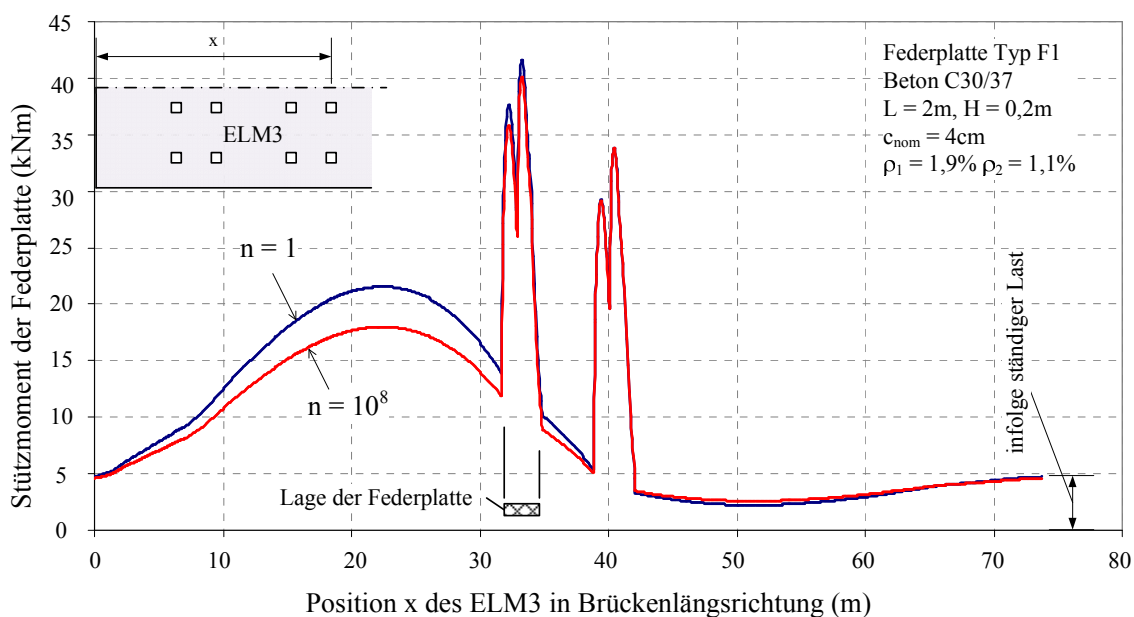


Abbildung 6.12: Momenteneinflusslinien für Federplatten des Typs F1 am Plattenanschnitt infolge einer ELM3-Überfahrt

Die Einflusslinienverläufe der Stahlspannungen für die obere und untere Bewehrung der Federplatte werden in Abbildung 6.13 dargestellt. Da bei Federplatten des Typs F1 nur Momente mit einem Vorzeichen entstehen, ist die Spannung des unteren Bewehrungsstahls sehr gering (Stahl in Betondruckzone). Hieraus resultiert, dass bei Federplatten der Querschnitt an der Anschlussstelle infolge der Beanspruchung der oberen Bewehrung maßgebend für die Lebensdauer ist. Die maximale Spannung für den unteren Bewehrungsstahl wird in Feldmitte der Federplatte unter der lokalen Belastung der Lastachse erreicht.

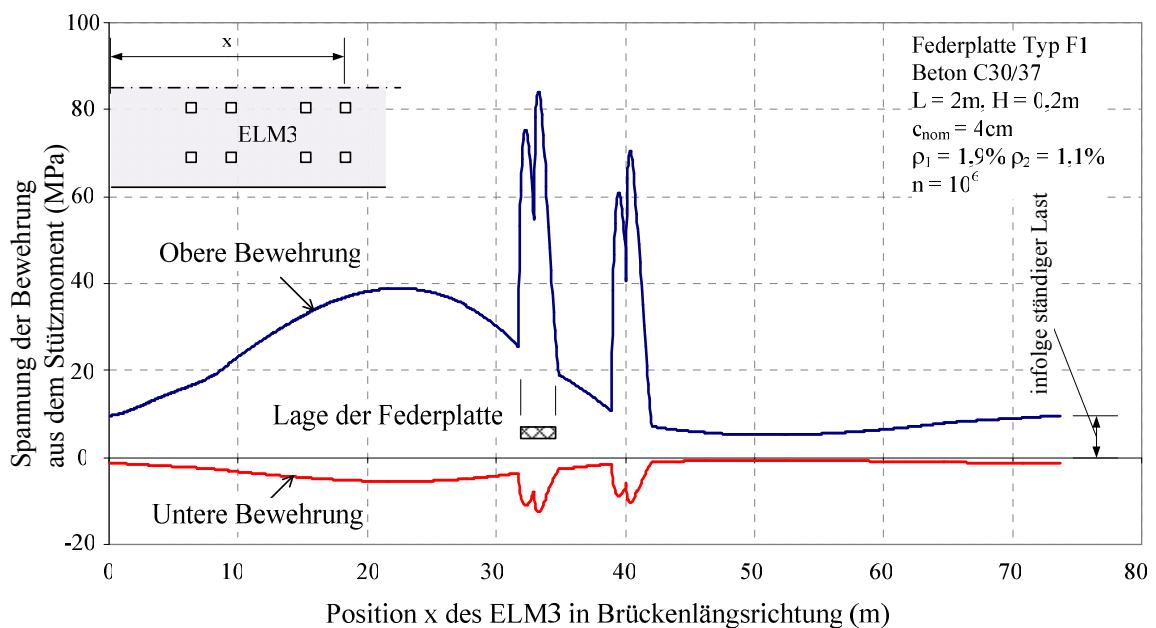


Abbildung 6.13: Stahlspannungseinflusslinien aus dem Stützmoment für Federplatten des Typs F1 infolge einer ELM3-Überfahrt

Einen annähernd ähnlichen Schnittgrößenverlauf lässt sich bei Federplatten des Typs F2 (siehe Abbildung 6.14 und Abbildung 6.15) erkennen. Der Unterschied zeigt sich in der Größenordnung der Spitzenwerte der Schnittgrößen. Im Gegensatz zum zuvor untersuchten System mit einer Federplatte des Typs F1 treten hier die maximalen Schnittgrößen dann auf, wenn die Position des Schwerverkehrs in einem benachbarten Brückenfeld liegt. Infolge der direkten Einbindung der Federplatte bei Systemen des Typs F2 in den Querträgern des Überbaus wirkt sich eine im Nachbarfeld angeordnete Verkehrslast deutlich stärker aus, als bei Systemen mit Federplatten des Typs F1.

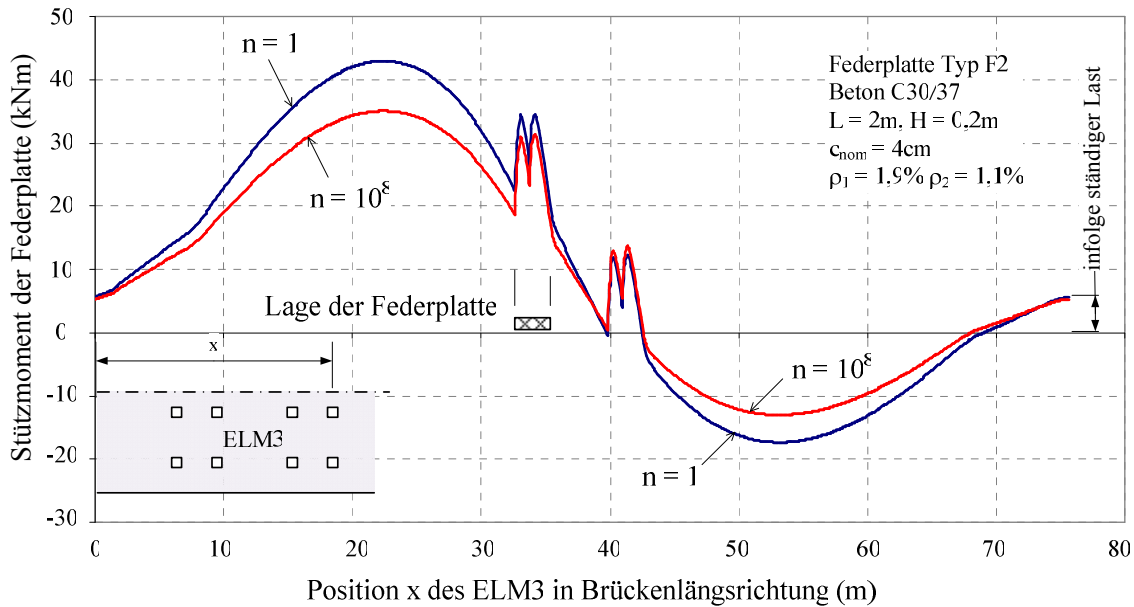


Abbildung 6.14: Momenteneinflusslinien für Federplatten des Typs F2 im Plattenanschnitt infolge einer ELM3-Überfahrt

Die Schwingbreiten der Stahlspannungen beider Bewehrungslagen der Federplatte des Typs F2 sind in diesem Fall auch deutlich größer, als die bei Typ F1 (siehe Abbildung 6.15). Dies ist dem Umstand begründet, dass bei dem hier gewählten Federplatten Typ F2 ein Abstand zwischen dem Plattenanschnitt und der Achse der Lager der Brückenlängsträger vorliegt. Eine Ermüdungsberechnung für beide Bewehrungslagen des Querschnittes an der Anschlussstelle der Federplatte, dem Plattenanschnitt, ist daher erforderlich.

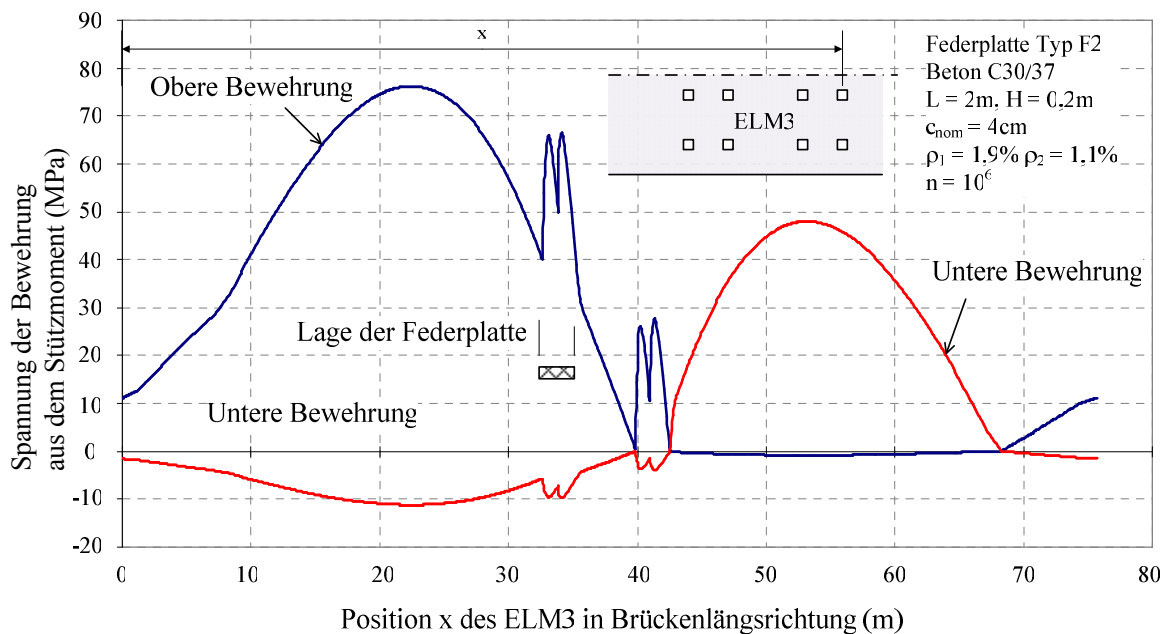


Abbildung 6.15: Stahlspannungseinflusslinien aus dem Stützmoment für Federplatten des Typs F2 infolge einer ELM3-Überfahrt

Die Ursache des Unterschieds zwischen den resultierenden Schnittgrößeneinflusslinien beider Federplattentypen beruht auf den unterschiedlich auftretenden Zwangsverformungen. Die Verformungsform beider Federplattentypen unter Verkehrsbelastung des linken Feldes ist in Abbildung 6.16 dargestellt. Durch die Belastung ergeben sich an der linken Anschlussstelle der Federplatte eine Verdrehung und eine vertikale Verschiebung. Aufgrund der unterschiedlichen Anordnungsmöglichkeiten der untersuchten Federplattentypen, insbesondere des unterschiedlichen bezogenen Abstands zwischen den Anschlussstellen der Federplatten und der Lagerachsen, resultieren hieraus unterschiedliche vertikale Verschiebungen an der Anschlussstelle der Federplatte. Bei Federplatten des Typs F1 erfolgt eine Verschiebung des Trägerendes nach unten, woraus günstigere Schnittgrößen resultieren, als bei Federplatten des Typs F2. Bei diesen ergeben sich aus der Anhebung des Trägerendes deutlich größere Schnittgrößen für die Federplatte (siehe Abbildung 6.16b).

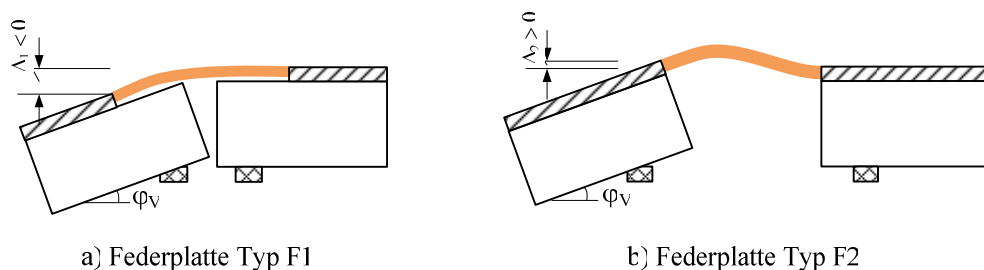


Abbildung 6.16: Verformung der Federplatte infolge indirekter Verkehrsbelastung

6.4 Ermüdungsberechnung

6.4.1 Allgemeines

Die Ermüdungslebensdauer eines Bauteils wird im Allgemeinen als die Anzahl der Spannungswechsel infolge wiederholter veränderlicher Beanspruchung bis zum Versagen definiert. Mit einer für eine Brücke vorgegebenen Verkehrsstärke pro Zeiteinheit kann die Lebensdauer auch in Tage oder in Jahre umgesetzt werden. Da der Beton im Brückenbau ein unbedeutendes Ermüdungsrisiko hat (siehe Kapitel 3.3.1), wird hier nur die Ermüdung der Federplattenbewehrung untersucht. Die Ermüdungsberechnung wird durch die Schadensakkumulation mit Hilfe der linearen Schädigungsakkumulationshypothese von Palmgren und Miner durchgeführt. Die Abschätzung der Lebensdauer besteht aus der Abstimmung zwischen der während der vorgesehenen Nutzungszeit erwarteten Betriebsbeanspruchungen entsprechend der linken Seite des Schemas in Abbildung 6.18 und der ertragbaren Bauteilbeanspruchungen entsprechend der rechten Seite des Schemas. Die ertragbaren Bauteilbeanspruchungen sind abhängig vom verwendeten Werkstoff, der Formzahl des betrachteten Konstruktionsdetails sowie den Umgebungsbedingungen.

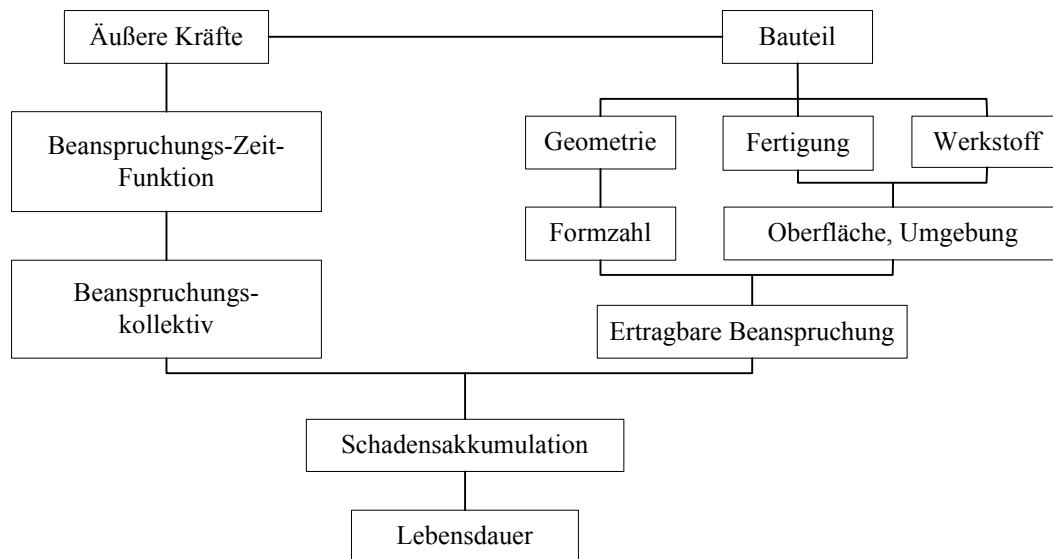


Abbildung 6.17: Prinzip einer Lebensdauervorhersage [Buxbaum (1992)]

Der Nachweis der Ermüdung des Bewehrungsstahls wird als Betriebsfestigkeitsnachweis geführt, welcher von der Wöhlerlinie des Stahls abhängt. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Wöhlerlinie nach DIN-FB 102 als ertragbare Beanspruchung herangezogen (siehe Abbildung 6.18). Zur Berücksichtigung der korrosionsfördernden Umgebungsbedingungen für Bewehrungsstähle in Federplatten wird die Wöhlerlinie über N^* hinaus mit dem Spannungsexponenten des Zeitfestigkeitsbereichs k_1 fortgesetzt. Das heißt, es gilt: $k_2 = k_1 = 5$. Von dem Ansatz einer geringeren Neigung der Wöhlerlinie durch einen Exponenten von $k_2 = 9$, wird aufgrund des potenziellen Korrosionsrisikos der Bewehrung mangels Kenntnisse der Umgebungsbedingungen, abgesehen. Da diese Wöhlerlinie charakteristische Werte darstellt, wird beim Nachweis der Ermüdung der Teilsicherheitsbeiwert für Stahl mit $\gamma_{s,fat} = 1,15$ angesetzt.

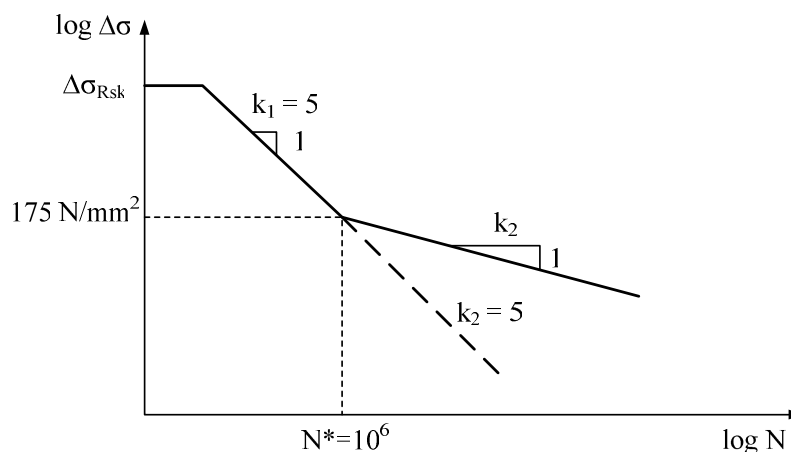


Abbildung 6.18: Wöhlerlinie für Betonstahl nach DIN-FB 102 (2009)

Für die folgenden dargestellten Berechnungen wurde von einer Verkehrsstärke mit $N_{\text{obs}} = 2 \cdot 10^6$ ELM3-Überfahrten pro Jahr ausgegangen. Da die Anzahl der Lastachsen vom Ermüdungslastmodell 3 vier ist, wird unter der Beanspruchung aus einer ELM3-Überfahrt mehr als ein Zyklus der Spannungsänderung der Federplatte erzeugt. Es resultiert im Allgemeinen jedoch nur eine signifikant hohe Schwingbreite, deren Wert deutlich größer ist als der, der übrigen Schwingbreiten (siehe Abbildung 6.13 und Abbildung 6.15). Daher kann die Lastwechselzahl zur Berücksichtigung der Schädigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl vereinfachend durch die Anzahl der Überfahrten angenommen werden.

6.4.2 Ablauf der Ermüdungsberechnung

Die Ermüdungsberechnung einer Federplatte wird im Rahmen der Betrachtung der Ermüdungsakkumulation in ihrer Nutzungsdauer durchgeführt, indem jede aus einer LKW-Überfahrt resultierte Teilschädigung zu den Schädigungen des Gesamtregimes akkumuliert wird. Da die Steifigkeit einer Federplatte nach einer Überfahrt der Ermüdungslast abnimmt, ist diese Berechnung ein iterativer Prozess. Die Berechnung ist beendet, wenn die Gesamtschädigung einen Wert von 1 erreicht. Der Ablauf der Berechnung wird in Abbildung 6.19 dargestellt.

Da die Steifigkeitsänderungen zwischen aufeinanderfolgenden Lastwechseln sehr gering sind, ist es effizienter, wenn die Berechnung nur mit ausgewählten Ersatzlastwechseln durchgeführt wird. Für die Ersatzlastwechsel wird hierzu für eine Partialmenge der Gesamtschwingspielzahl eine mittlere Schwingbreite aller Schwingbreiten dieser Partialmenge angesetzt. Zu beachten ist jedoch, dass bei frühen Lastwechselzahlen die Steifigkeitsabnahme schneller erfolgt, als nach großen Lastwechselzahlen. Diese Steifigkeitsabnahme ist von dem Verlauf der Abnahme des Verbundes zwischen Beton und Stahl abhängig. Eine mögliche Auswahl von Ersatzlastwechseln basiert auf einer logarithmischen Funktion in Abhängigkeit der Lastwechselzahl oder Anzahl der Überfahrten, in denen ein fest definierter Reduktionsanteil, der Abminderungsfaktor $\beta(n)$, entstehen kann. Die Schädigung ergibt sich durch die Akkumulation der als gleich schädigend angenommenen Stufen mithilfe des Abminderungsfaktor $\beta(n_i)$. Mit einer gewählten Anzahl der Ersatzlastwechsel N_v können die betrachteten Lastwechselzahlen in einer Größenordnung von 1 bis 10^9 wie folgt ermittelt werden:

$$n_i = 10^{\frac{9}{N_v} \cdot i}, i = 0..N_v \quad (6.3)$$

Die Anzahl der Lastwechsel zwischen zwei Ersatzlastwechseln ergibt sich aus:

$$m_i = n_{i+1} - n_i = 10^{\frac{9}{N_v} \cdot i} \left(10^{\frac{9}{N_v}} - 1 \right) \quad (6.4)$$

Ist $D(n_i)$ die Teilschädigung infolge der Überfahrt des LKWs n_i , wird die Schädigung für die Stufe des Abminderungsfaktors $\beta(n_i)$ wie folgt ermittelt:

$$D_{\beta(n_i)} = m_i \cdot D(n_i) \quad (6.5)$$

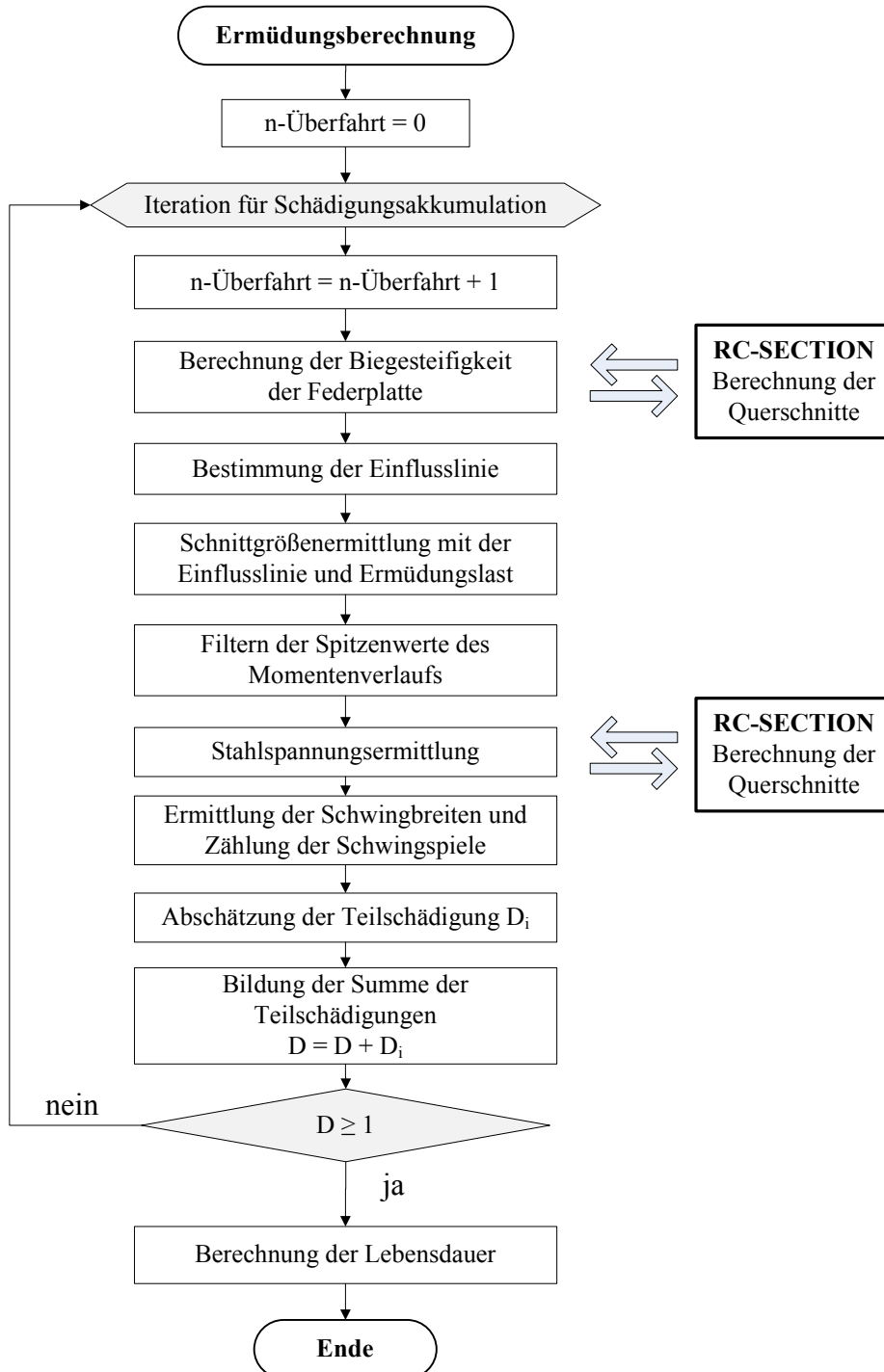


Abbildung 6.19: Ablauf der Ermüdungsberechnung des Programms BMAP

Abbildung 6.20 stellt eine Wahl von Ersatzlastwechseln mit $N_V = 10$ dar. Zur Gewährleistung einer hohen Genauigkeit für die in dieser Arbeit dargestellten Berechnungsergebnisse, wurde für die Anzahl der betrachteten Lastwechsel ein Wert von 300 Partialmengen festgelegt, mit dem eine Abweichung von nur ca. 0,5% gegenüber der Verwendung zu einer direkten Berechnung entsteht.

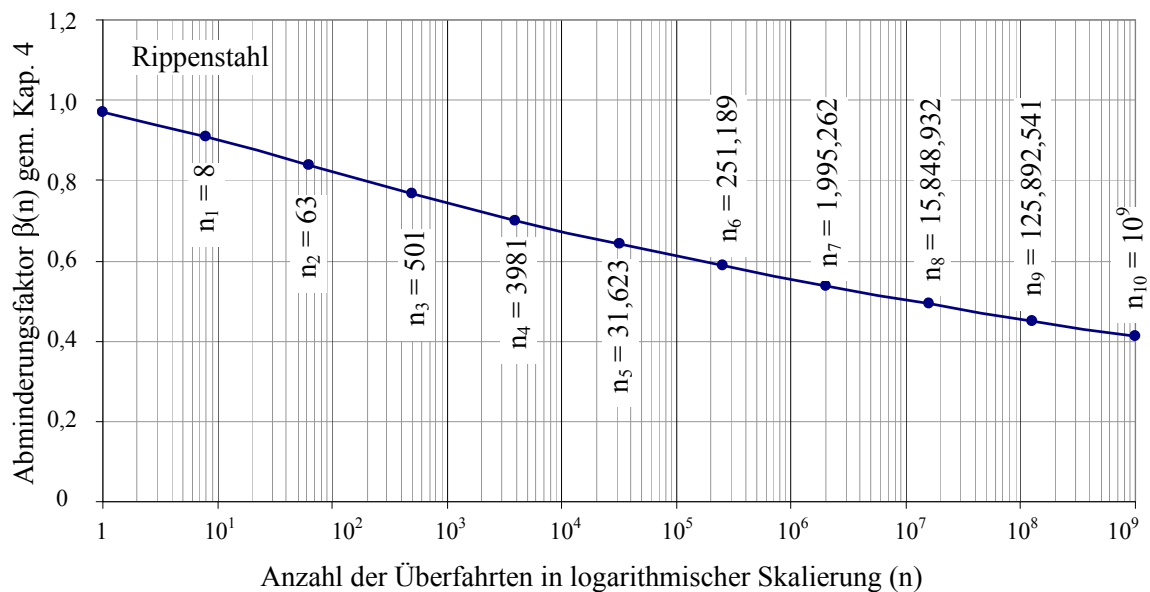


Abbildung 6.20: Beispiel für die Wahl betrachteter Lastwechselzahlen von Partialmengen

Nach jeder Bestimmung des Spektrums der auftretenden Biegemomente in der Federplatte wird die Spannung des Stahls, durch Verwendung des Moduls RC-SEC, für eine Querschnittsberechnung ermittelt. Da nur die Spitzenwerte der Stahlspannungen bei der Ermüdungsberechnung bedeutend sind, werden daher zur Reduzierung der Rechenzeit auch nur die Spitzenwerte des ermittelten Momentes verwendet. Um diese Spitzenwerte des Momentes zu bestimmen, wird ein „Filter“-Submodul eingesetzt. Die Anordnung der Schnittgrößen, bezogen auf die Zeitsachse, bleibt unverändert.

Zur Abschätzung der Schädigung wird das Spannungsspektrum in Spannungsschwingbreiten getrennt. Hier wird das Rainflow-Verfahren zur Zählung der auftretenden Spannungsschwingbreiten verwendet. Da die Beanspruchungsschwankungen unterschiedliche Größen haben, wurde ein Programmmodul für die Zählung der Schwingbreiten entwickelt, um eine automatische Zählung durchführen zu können. Eine Beschreibung des Algorithmus zum Rainflow-Verfahren lässt sich in Ariduru (2004) finden.

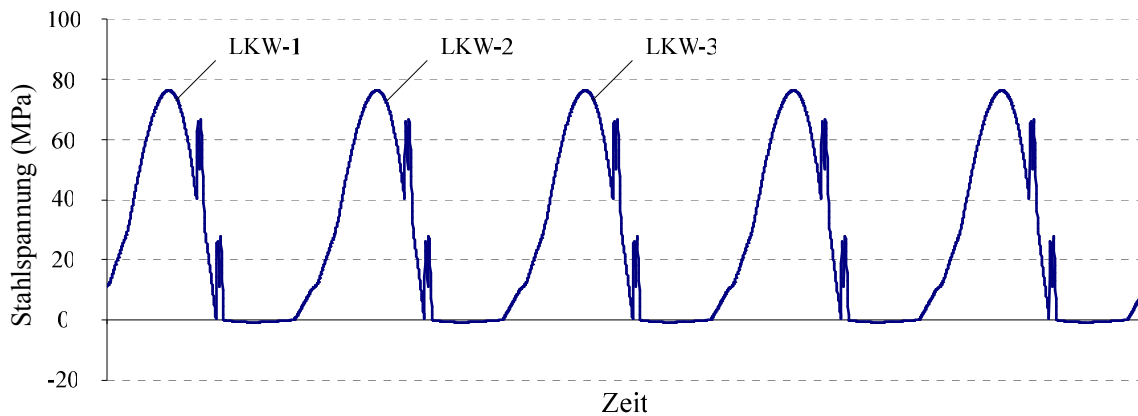


Abbildung 6.21: Exemplarische Spannungs-Zeit-Funktion eines Bewehrungsstahls einer Federplatte

Da die Abschätzung der Schädigung durch die Berücksichtigung der Beanspruchung bei den gewählten Lastwechseln durchgeführt wird, werden zur Ermittlung der Teilschädigung die Schwingbreiten der Spannungen der Federplatte infolge einer Überfahrt bei dem betrachteten Lastwechsel berechnet. Da der Verlauf der Spannungsänderung eine kontinuierliche Kurve ist (siehe Abbildung 6.21), werden zur Ermittlung der Schwingbreiten alle Überfahrten ganzheitlich berücksichtigt.

Die Abschätzung der rechnerischen Lebensdauer einer Federplatte infolge Ermüdungslast aus Verkehr hat eine große Bedeutung für die Bestimmung ihrer Tragfähigkeit - nicht nur für bestehende Brücken, sondern auch für neue Entwürfe von Federplatten. Um die wesentlichen Einflussgrößen auf die Lebensdauer von Federplatten zu untersuchen, wurde zunächst eine Parameterstudie durchgeführt. Die Untersuchungen beschränken sich auf die Verwendung des Ermüdungslastmodells 3.

6.5 Parameterstudie

6.5.1 Allgemeines

Ziel dieser Parameterstudie ist die Identifizierung der wesentlichen Parameter, welche die Ermüdungslebensdauer der Federplatte beeinflussen. In den folgenden Abschnitten zur Parameterstudie werden die Ergebnisse der Ermüdungsberechnungen für die zwei Federplattentypen F1 und F2 dargestellt. Die Berechnungen beschränken sich auf Brücken mit I-förmigen Trägern und dem in Abbildung 6.2 dargestellten Brückenquerschnitt. Für die Berechnung wurden das entwickelte Modell und das Programm BMAP aus Kapitel 4 verwendet.

6.5.2 Auswertung der Ergebnisse

Da die Schnittgrößen der Federplatte an dem Verbindungspunkt im Allgemeinen den maximalen Wert erreichen, werden hier nur die Ergebnisse der Ermüdungsberechnung für den Querschnitt an den Anschlussstellen der Federplatte zu den Brückenträgern dargestellt.

a) Einfluss der Federplattenlänge

Eine der maßgebenden Einflussgrößen auf die Ermüdungslasttragfähigkeit einer Federplatte ist die Länge der Federplatte. Aufgrund des Konstruktionsprinzips von Federplatten sollte die Länge zur Reduzierung der Schnittgrößen infolge Zwangsverformung aus benachbarten Trägern nicht zu kurz gewählt werden. Jedoch ist die Federplattenlänge zur Verminderung der Beanspruchung aus direkten Achslasten des Schwerverkehrs sinnvoll einzuschränken.

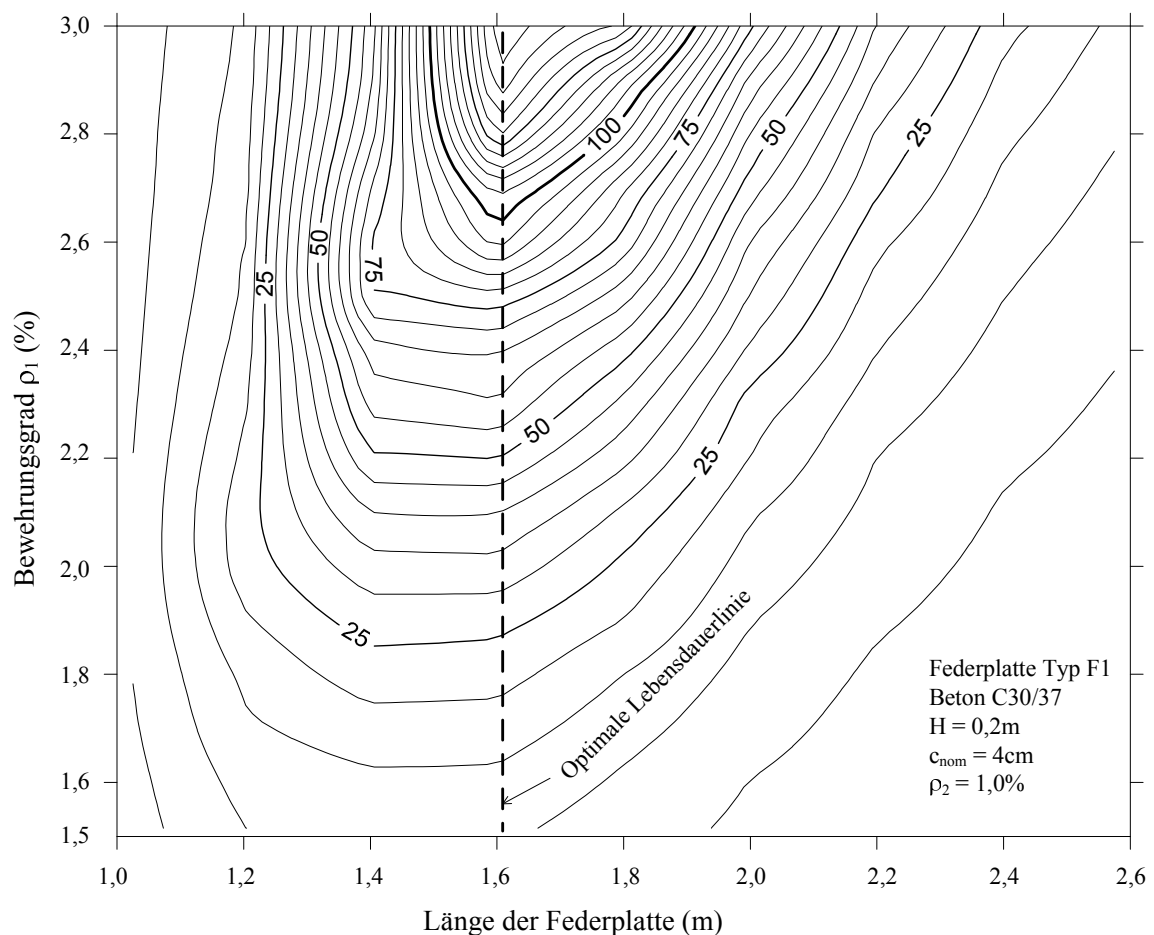


Abbildung 6.22: Einfluss der Länge und des Bewehrungsgrades auf die Lebensdauer einer Federplatte des Typs F1 im Plattenanschnitt

Abbildung 6.22 stellt die Beziehungen zwischen der Lebensdauer, dem Bewehrungsgrad und der Länge einer Federplatte in Form eines Konturdiagramms dar. Die Konturlinien entsprechen der Lebensdauer und haben einen Abstand von jeweils fünf Jahren. Reduzierte Lebensdauern resultieren sowohl bei kurzen als auch langen Federplatten aus geringen Bewehrungsgraden. Rechnerische Lebensdauern mit einem Wert größer als 100 Jahre sind von Federplatten mit Längen im Bereich zwischen 1,5 m bis 1,9 m sowie einem Bewehrungsgrad ρ_1 größer als ca. 2,6% erreichbar. Die optimale Länge der Federplatte Typ F1 beträgt in diesem Fall ca. 1,6 m.

Eine detaillierte Darstellung der Federplattenlebensdauer in Abhängigkeit der Länge und des Bewehrungsgrades ist in Abbildung 6.23 enthalten. Der Kurvenverlauf der Lebensdauer steigt zusammen mit der Länge zu Beginn stark an und erreicht den maximalen Wert bei der optimalen Länge der Federplatte (in diesem Fall ca. 1,5 m). Der Kurvenverlauf fällt dann langsam bei weiterer Zunahme der Länge der Federplatte ab. Die Änderungsrate der Lebensdauer des ansteigenden Astes ist deutlich größer als die Rate des absteigenden Astes. Durch die Analyse der Beziehung zwischen Schnittgrößen und Beanspruchung der Federplatte lässt sich zeigen, dass die Schnittgrößen infolge indirekter Verkehrsbeanspruchung dem Verlauf einer längenabhängigen Parabelfunktion und infolge direkter Beanspruchungen dem Verlauf einer linearen Funktion folgen. Dies ist in Abbildung 6.23 und Abbildung 6.24 zu erkennen. Aus diesem Zusammenhang resultiert die Form des Verlaufs der Lebensdauerkurve in Abhängigkeit der Federplattenlänge. Daraus kann geschlossen werden, dass der Verlauf der Lebensdauer in Abhängigkeit der Länge der Federplatte einen ungefähren Parabelverlauf darstellt.

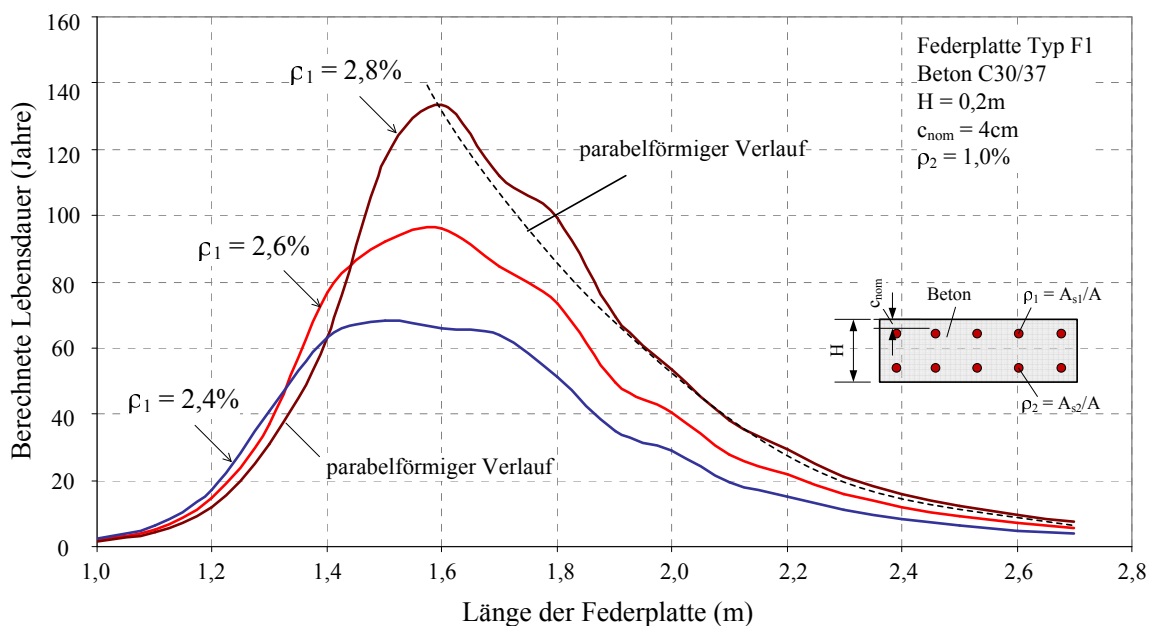


Abbildung 6.23: Einfluss der Länge auf die Lebensdauer einer Federplatte des Typs F1 im Plattenanschnitt

Bei kurzen Federplatten kann man eine höhere Lebensdauer bei geringeren Bewehrungsgraden erkennen (siehe die Verläufe der Lebensdauer im linken Bereich der Abbildung 6.23). In diesem Fall resultiert die maßgebende Beanspruchung aus der Verkehrsbelastung des benachbarten Brückenfeldes (siehe hierzu Abbildung 6.24 für als ausgewähltes Beispiel mit der $L = 1,2\text{m}$).

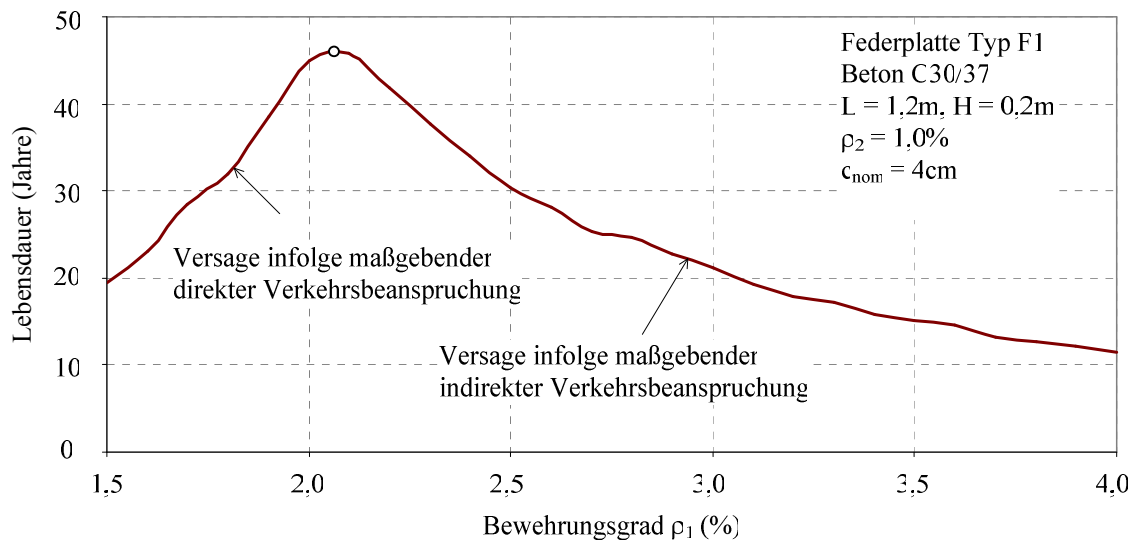


Abbildung 6.24: Zusammenhang zwischen der Lebensdauer und dem Bewehrungsgrad ρ_1 bei einer kurzen Federplatte des Typs F1 im Plattenanschnitt

Aus Abbildung 6.22 bzw. Abbildung 6.23 lässt sich eine Federplattenmindestlänge für den Typ F1 von 1,5 m ableiten. Dies ist konform zu den Definitionen in EZTV-K Bayern (1990). Hier beträgt die optimale Federplattenlänge ca. 1,6 m.

Der Kurvenverlauf der die Beziehung zwischen der Lebensdauer und der Länge für Federplatten des Typs F2 herstellt ist ähnlich mit dem Kurvenverlauf für Federplatten des Typs F1. Hierbei ist die optimale Länge für Federplatten des Typs F2 größer als für Federplatten des Typs F1. Dies resultiert aus den deutlich größeren indirekten Verkehrsbeanspruchungen der benachbarten Felder. Die optimale Länge der Federplatte verhält sich proportional zu den Bewehrungsgraden. Bei einem Bewehrungsgrad von 2% für jede Lage beträgt die optimale Länge 2,2 m. Dieser Wert steigt auf 2,4 m an bei einem Bewehrungsgrad von 3% wie es in Abbildung 6.25 entnommen werden kann.

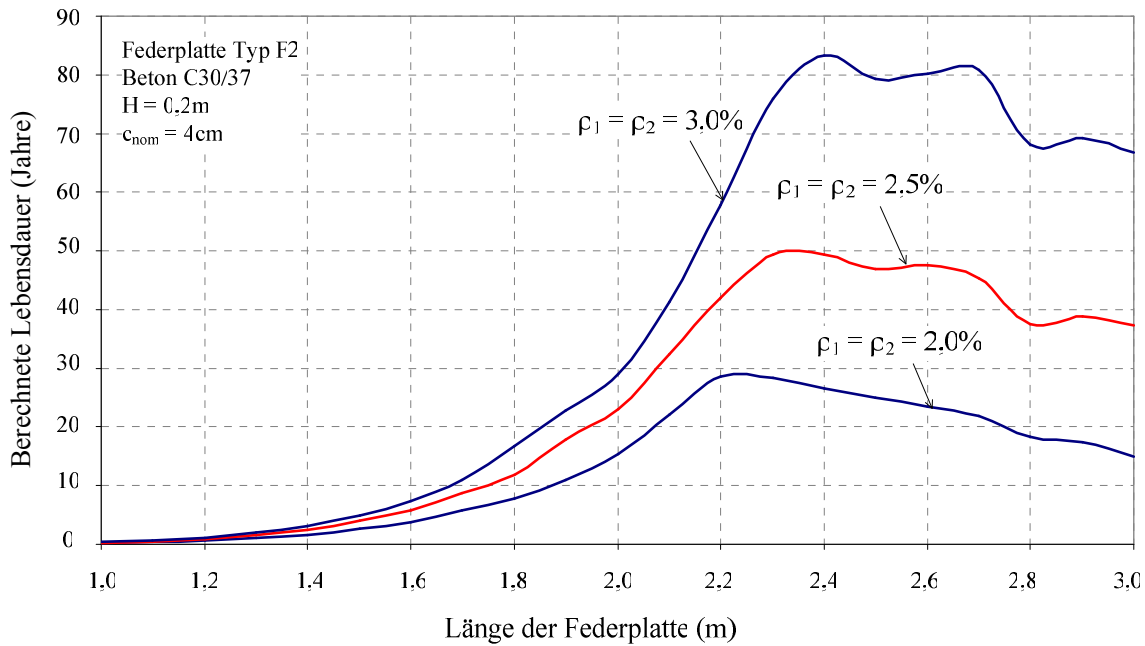


Abbildung 6.25: Einfluss der Länge auf die Lebensdauer bei Federplatten des Typs F2 im Plattenanschnitt

Abbildung 6.26 stellt die Beziehung zwischen der Lebensdauer, der Länge und dem Bewehrungsgrad dar. Bei gleichem Bewehrungsgrad für beide Lagen kann das Versagen der Federplatten unter Ermüdungslast in der oberen Bewehrungslage festgestellt werden. Durch die Verbindung der einzelnen maximalen Lebensdauern, die jeweils einem Bewehrungsgrad zugeordnet sind, wird eine optimale Linie definiert, die den Kurvenverlauf in zwei Bereiche einteilt. Auf der linken Seite der optimalen Linie ist ein Ermüdungsversagen aufgrund maßgebender Beanspruchung aus indirektem Verkehr zu erwarten. Die Wahl eines höheren Bewehrungsgrades führt hier nicht zu einer Erhöhung der Lebensdauer. Im Gegensatz hierzu wird der Kurvenverlauf rechts von der optimalen Linie durch Versagen infolge einer maßgebenden Beanspruchung aus direkter Verkehrsbelastung bestimmt. Die Lebensdauer ist in diesem Fall proportional zu dem Bewehrungsgrad. Die Linie beschreibt somit die Lebensdauern mit äquivalentem Schädigungspotential der direkten und indirekten Beanspruchungen. Im Allgemeinen ist der erforderliche Bewehrungsgrad zur Sicherstellung einer Lebensdauer von 100 Jahre für Federplatten des Typs F2 sehr hoch. In diesem Fall betragen die Bewehrungsgrade $\rho_1 = \rho_2 = 3,2\%$ bei einer Länge von 2,4 m.

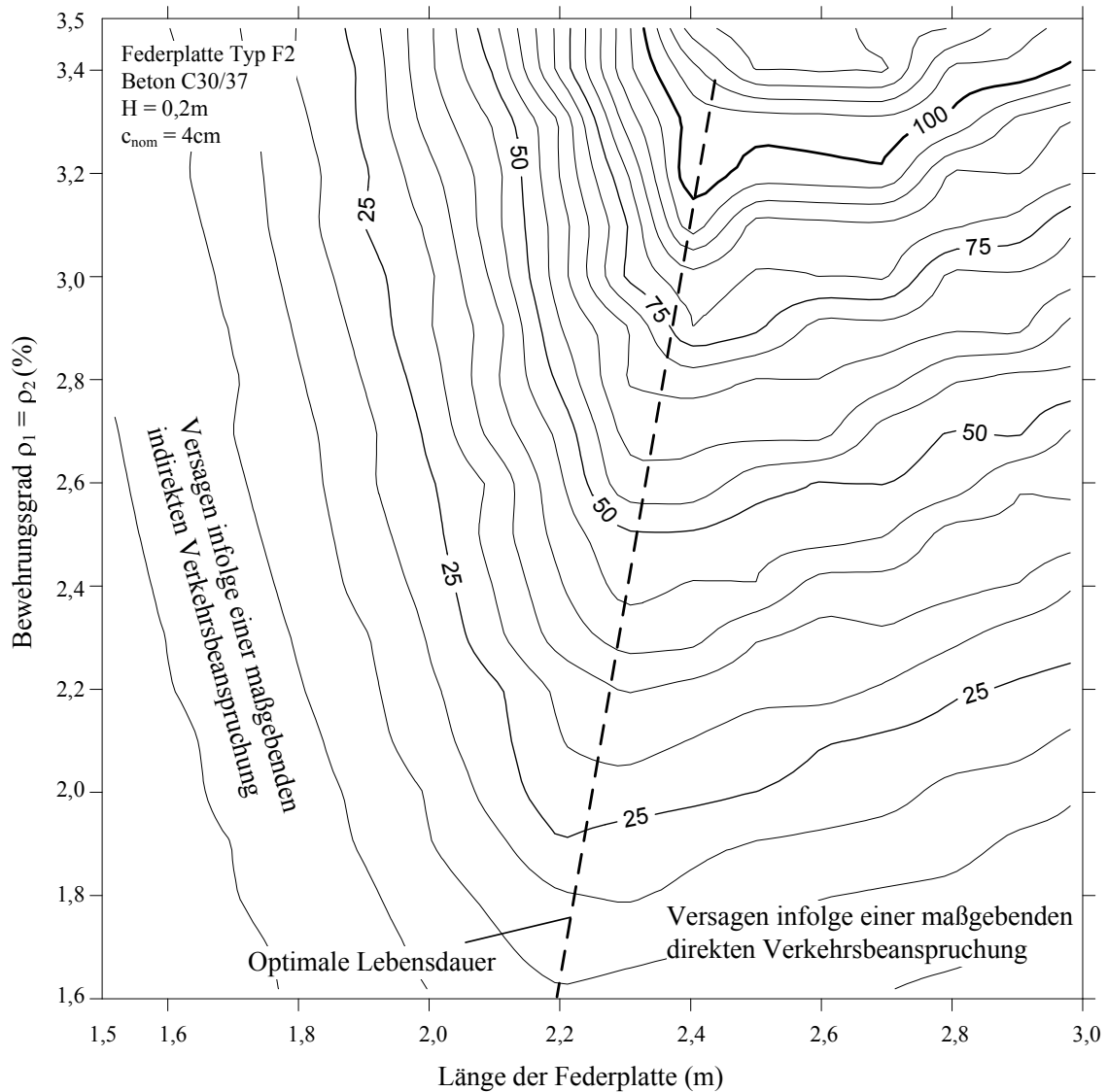


Abbildung 6.26: Lebensdauer des Federplattentyps F2 im Plattenanschnitt in Abhängigkeit von Länge und Bewehrungsgrad

b) Einfluss der Federplattendicke

Die Federplattendicke hat einen sehr großen Einfluss auf die Biegesteifigkeit und somit auf die Ermüdungslebensdauer der Federplatte. Innerhalb der in Kapitel 5.2.4 ausführlich dargestellten Analyse wurde gezeigt, dass aus der Zunahme der Dicke eine höhere Biegesteifigkeit der Federplatte resultiert. Damit werden die Schnittgrößen der Federplatte infolge der Zwangsverdrehung aus indirekter Verkehrsbeanspruchung größer sein, allerdings steigt auch der Hebelarm der inneren Kräfte geringfügig an.

Ein besonderer Punkt bei Federplatten des Typs F1 mit einer ausreichenden Länge ist, dass in einem begrenzten Bereich, die Federplattenlebensdauer mit Zunahme der betrachteten Dicke bei konstantem Bewehrungsgrad zunimmt. Bei sehr großen Dicken nimmt die

Lebensdauer der Federplatte schnell ab. Die in Abbildung 6.27 dargestellten Beispiele zeigen die Beziehungen zwischen Lebensdauer und Dicke einer Federplatte des Typs F1 mit einer Länge von 2,0 m und unterschiedlichen Bewehrungsgraden. Aus dem Diagramm lässt sich ablesen, dass die Lebensdauer einer Federplatte mit einer konstanten Bewehrungsfläche von $A_{s1} = 52,0 \text{ cm}^2/\text{m}$ bei einer Erhöhung der Dicke von 0,20 m auf 0,29 m von ca. 40 Jahren auf den möglichen maximalen Wert von 140 Jahren gesteigert werden kann.

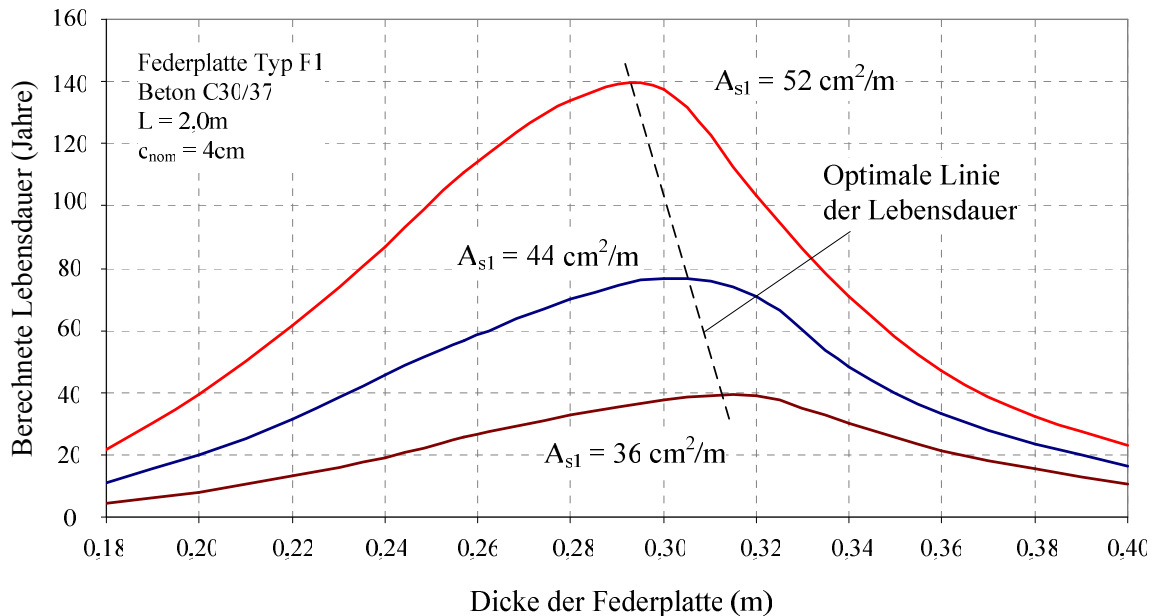


Abbildung 6.27: Einfluss der Dicke auf die Lebensdauer von Federplatten des Typs F1 im Plattenanschnitt

Zur Erklärung dieses Phänomens wird ein Momentenverlauf infolge einer ELM3-Überfahrt in Abbildung 6.28 dargestellt. Hier stellen S0 bis S11 die Spitzenwerte dar, die durch die wandernde Ermüdungslast an den entsprechenden Positionen hervorgerufen werden. Die Spitzenwerte S1 und S10 resultieren neben ständigen Lasten aus der indirekten Verkehrsbeanspruchung, dagegen werden die Spitzenwerte S2 bis S9 neben ständigen Lasten von direkten und indirekten Verkehrsbeanspruchungen beeinflusst. Da die Lebensdauer einer Federplatte hauptsächlich durch große Schwingbreiten vermindert wird, kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Lebensdauer in diesem Fall von den Werten S1, S3 und S10 entschieden wird.

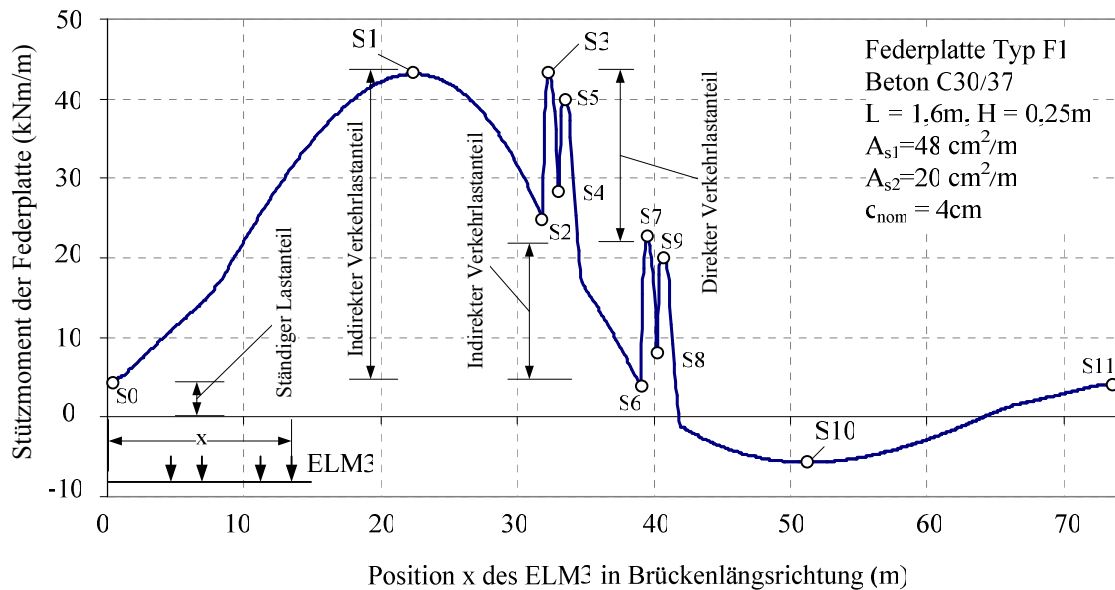


Abbildung 6.28: Beispiel zur Darstellung des Stützmomentes einer Federplatte des Typs F1 für den Fall optimierter Eingangsgrößen

In Abhängigkeit von der Länge, der Dicke und des Bewehrungsgrades der Federplatte kann sich ein relativer Unterschied zwischen den Werten $S1$ und $S3$ ergeben. Dieser Unterschied entscheidet über den möglichen Versagensfall und damit über die Ermüdungslebensdauer der Federplatte. Bei dem in Abbildung 6.28 dargestellten Beispiel der Federplatte F1 mit der Länge $L = 2,0\text{ m}$ und einer geringen Dicke von $0,25\text{ m}$ tritt das maximale Moment unter der maßgebenden direkten Verkehrsbeanspruchung auf. Das heißt, $S3$ ist größer als $S1$. Das Versagen der Federplatte tritt somit hauptsächlich infolge $S3$ auf, wobei für den Fall optimierter Eingangsgrößen $S1$ und $S3$ nahezu gleich sind. Wird die Dicke der Federplatte erhöht, so vergrößert sich der aus indirekter Verkehrsbeanspruchung stammende Momentenanteil infolge der erhöhten Biegesteifigkeit. Die Zunahme des Momentenanteils ist bei $S1$ größer als bei $S3$, da bei $S3$ aus indirekter Verkehrsbeanspruchung ein geringeres Moment resultiert, während der Momentenanteil infolge direkter Verkehrsbeanspruchung relativ konstant bleibt. Andererseits bewirkt die Zunahme der Dicke der Federplatte einen größeren Hebelarm, infolge dessen sich tendenziell eine geringere Spannung im Bewehrungsstahl in der Zugzone einstellt.

Solange $S1$ kleiner ist als $S3$, hat der Spitzenwert $S3$ einen entscheidenden Einfluss auf die Lebensdauer der Federplatte. Da der Effekt der zunehmenden Schnittgrößen bei $S3$ infolge der erhöhten Biegesteifigkeit kleiner ist als der Effekt des zunehmenden Hebelarms vom Querschnitt, verlängert sich die Lebensdauer der Federplatte. Dies ist in dem Bereich links der optimalen Linie in Abbildung 6.27 zu erkennen.

Wenn die Dicke der Federplatte weiter erhöht wird, dass heißt S1 größer als S3 wird und das Versagen der Ermüdung hauptsächlich infolge S1 eintritt, ist der Effekt der zunehmenden Schnittgrößen bei S1 aufgrund der erhöhten Biegesteifigkeit deutlich größer als der Effekt des zunehmenden Hebelarms im Querschnitt. Hieraus resultiert eine starke Abnahme der Lebensdauer der Federplatte (siehe Bereich rechts der optimalen Linie in Abbildung 6.27).

Im Allgemeinen wird die für einen gewählten Bewehrungsgrad zugehörige maximale Lebensdauer erreicht, wenn die Spitzenwerte S1 und S3 gleich sind. Das heißt, die maximalen Schnittgrößen infolge direkter und indirekter Verkehrsbeanspruchung sind annähernd identisch.

Die Abbildung 6.29 zeigt Beispiele des Federplattentyps F1 mit der Länge $L = 2$ m mit unterschiedlichen Dicken. Die Lebensdauer von 100 Jahren kann mit einer Dicke von 0,28 m und einer Bewehrungsfläche von $A_{s1} = 48 \text{ cm}^2/\text{m}$ erreicht werden. Im Vergleich dazu beträgt die Lebensdauer bei gleicher Bewehrungsfläche, jedoch mit einer geringeren Dicke von 0,2 m, nur 25 Jahre.

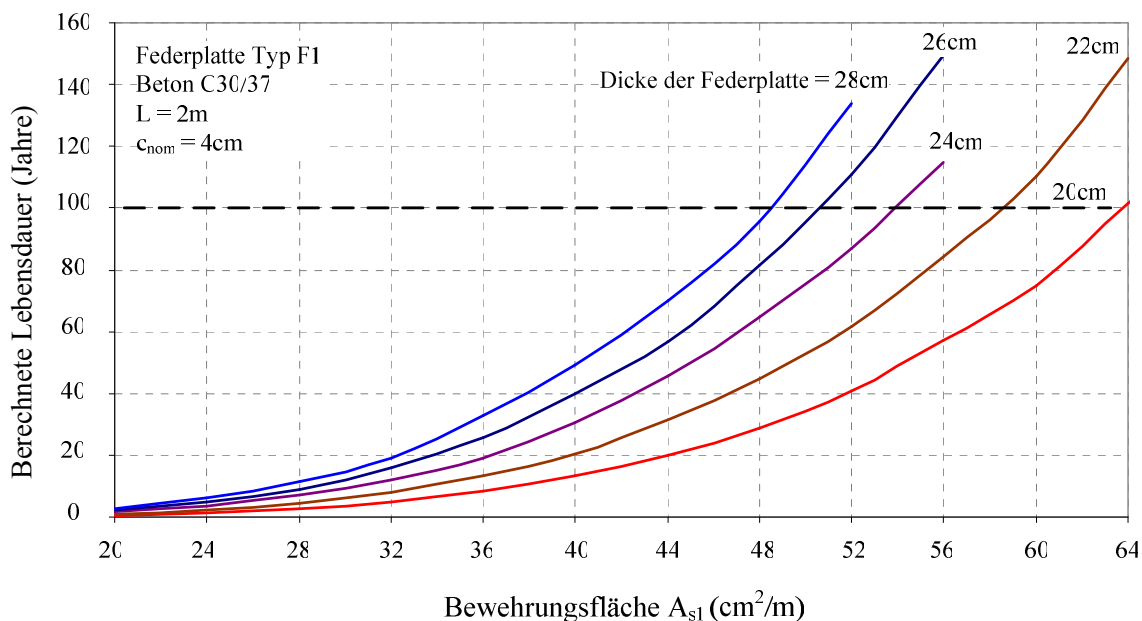


Abbildung 6.29: Lebensdauer der Federplatte des Typs F1 in Abhängigkeit von Dicke und Bewehrungsgrad im Plattenanschnitt

Die Beziehung zwischen Lebensdauer, Dicke und Länge des Federplattentyps F1 ist mit Hilfe eines Konturdiagramms in Abbildung 6.30 zusammenfassend dargestellt. Es ist zu erkennen, dass für eine Federplatte mit einer Bewehrungsfläche von $48 \text{ cm}^2/\text{m}$ die optimalen Abmessungen aus einer Länge von 1,8 m und einer Dicke von 0,26 m bestehen. In diesem Fall beträgt der Bewehrungsgrad entsprechend $\rho_1 = 1,85\%$.

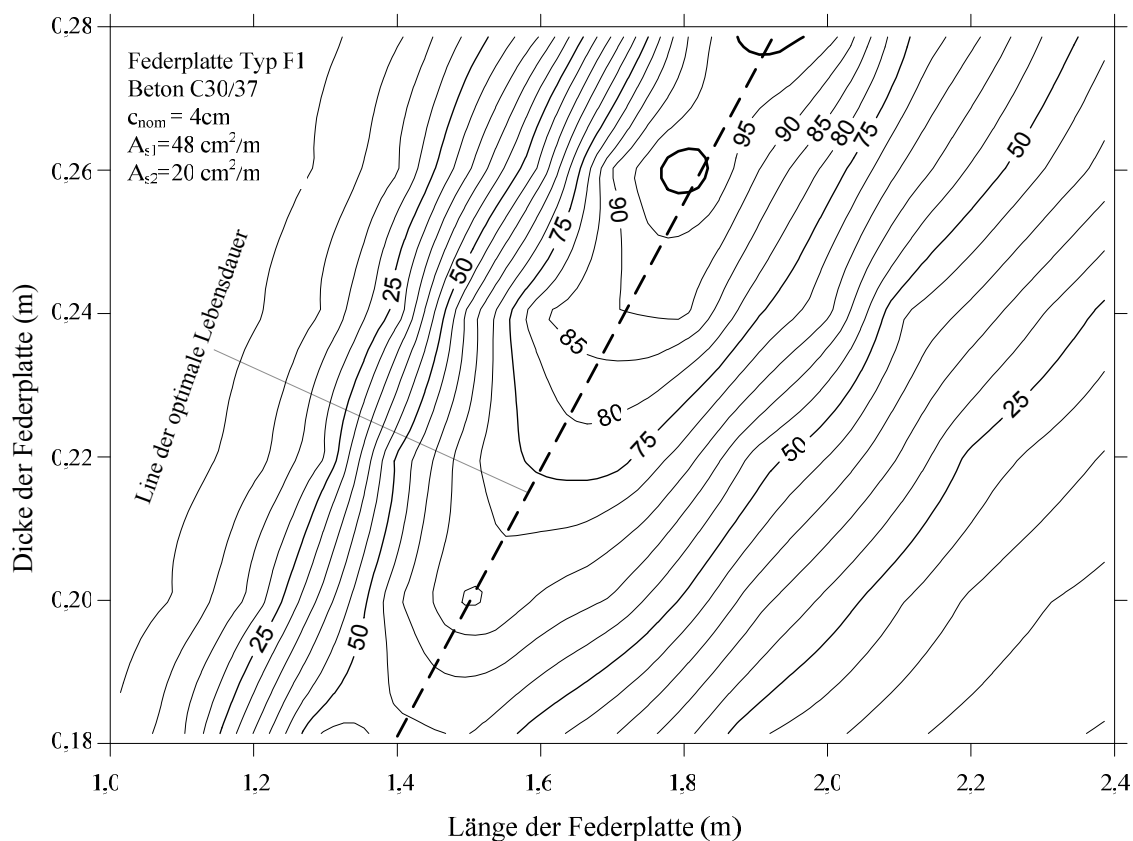


Abbildung 6.30: Lebensdauer der Federplatten des Typs F1 im Plattenanschnitt in Abhängigkeit von Dicke und Länge

Die Beziehung zwischen der Lebensdauer und der Dicke einer Federplatte des Typs F2 mit einer Länge von 2 m ist in Abbildung 6.31 dargestellt. Da der Federplattentyp F2 in diesem Fall infolge indirekter Verkehrsbelastung maßgebend beansprucht wird, ergibt sich aus der Erhöhung der Dicke keine Steigerung der Lebensdauer. Vielmehr nimmt die Lebensdauer dagegen mit zunehmender Dicke ab.

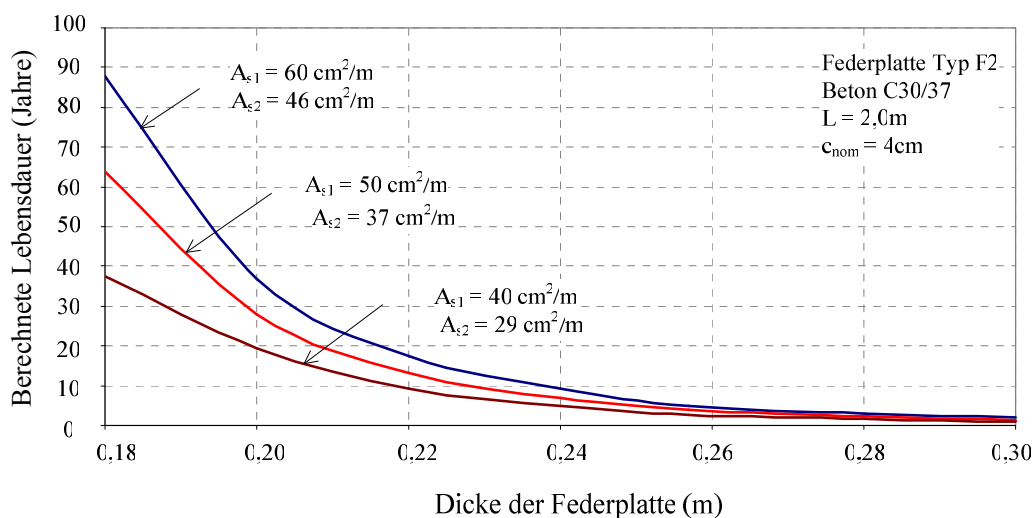


Abbildung 6.31: Einfluss der Dicke auf die Lebensdauer der Federplatten des Typs F2 im Plattenanschnitt

c) Einfluss des Bewehrungsgrades

Der Einfluss des Bewehrungsgrades wurde teilweise schon im Zusammenhang mit den Einflüssen der Federplattenabmessungen dargestellt. Im Allgemeinen wurde gezeigt, dass eine lange Lebensdauer mithilfe eines hohen Bewehrungsgrades erzielt werden kann. In diesem Teil wird eine zusätzliche Analyse durchgeführt, auf Grundlage derer der Einfluss des Bewehrungsgrads bei dem Federplattentyp F2 dargestellt werden soll.

Abbildung 6.32 stellt die Beziehung zwischen der Lebensdauer und den Bewehrungsgraden ρ_1 und ρ_2 für eine Federplatte von Typ F2 mit der Länge $L = 2,0$ m und der Dicke $H = 0,2$ m dar. In diesem Fall kann ein Versagen der oberen oder unteren Bewehrungslage auftreten, da beide Momente mit alternierenden Vorzeichen an der Anschlussstelle der Federplatte ausgesetzt sind.

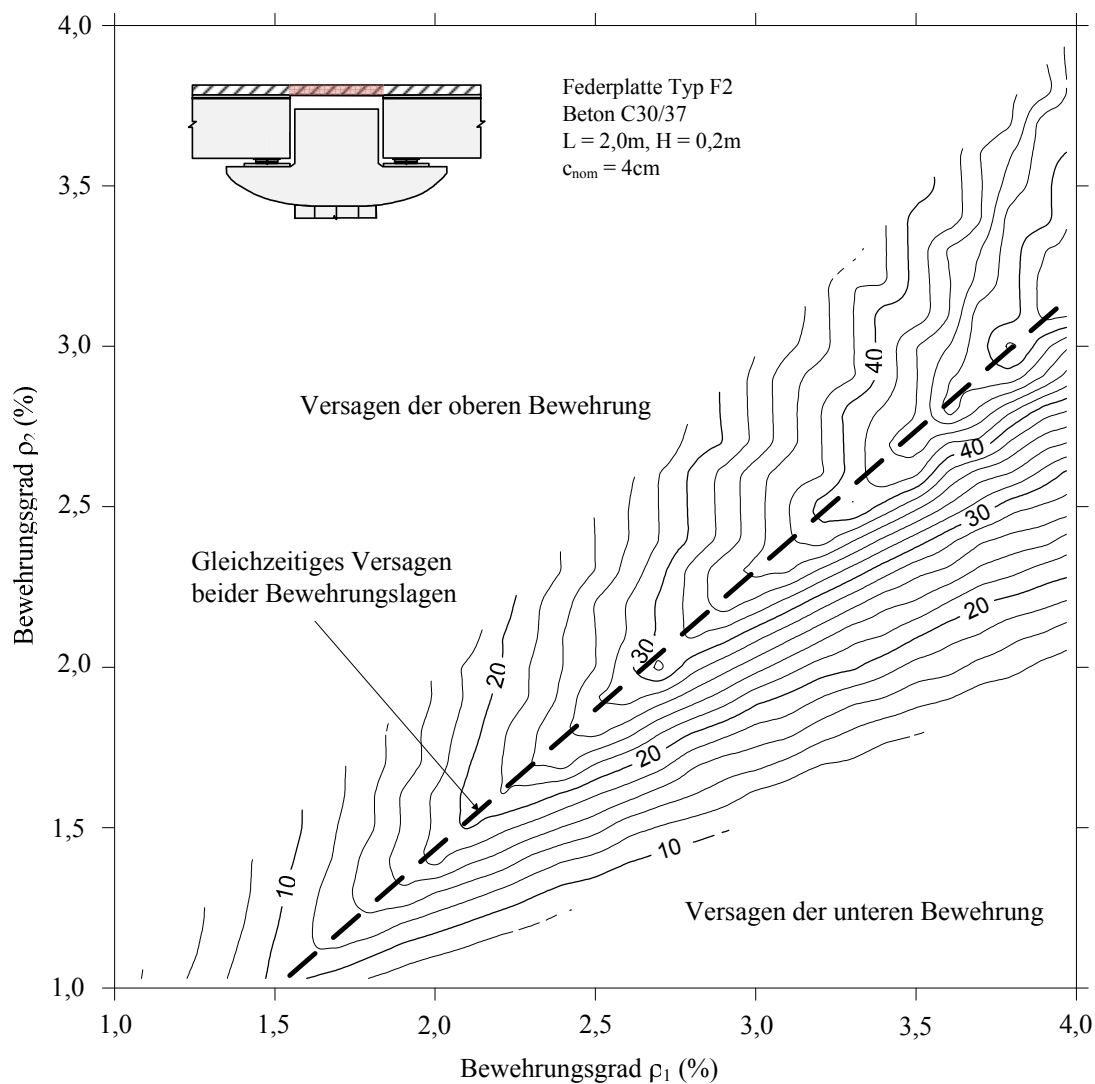


Abbildung 6.32: Berechnete Lebensdauer der Federplatte des Typs F2 im Plattenanschnitt in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades in Jahren

Aufgrund der Interaktion der Bewehrungsgrade ρ_1 und ρ_2 ist es plausibel, dass die Wahl eines zu geringen oder zu großen Bewehrungsgrads sich negativ auf die Lebensdauer auswirken kann. Dies ist in Abbildung 6.32 auch ohne nähere Erläuterung leicht erkennbar. Die Bewehrungsgrade sollten daher in einem angemessenen Verhältnis zueinander gewählt sein. Das optimale Verhältnis zwischen beiden Bewehrungsgraden wird in Abbildung 6.32 durch die optimale Linie gekennzeichnet. Entlang dieser Linie kann ein gleichzeitiges Versagen beider Bewehrungslagen infolge Ermüdung unterstellt werden. Weiterhin zeigt das Diagramm, dass eine rechnerische Lebensdauer von 100 Jahren für den dargestellten Federplattentyp F2 unter Verwendung der gewählten jedoch auch in der Praxis üblichen Parameter, nicht möglich ist.

d) Einfluss der Betonfestigkeit von Federplatten auf die Lebensdauer

Unter der Vielzahl wichtiger Einflussgrößen, die die Eigenschaften der Tragfähigkeit von Beton darstellen, stellt die Eigenschaft der Betonfestigkeit einen Schlüsselparameter dar. Sie hat einen, einer sehr geringen Varianz unterliegenden, Zusammenhang mit dem E-Modul, den kritischen Dehnungen und ist auch entscheidend für den Kriechvorgang des Betons unter Beanspruchungen. Nach DIN-1045-1 (2008) kann das Tangentenmodul des Normalbetons im Ursprung durch die Betondruckfestigkeit wie folgt ermittelt werden:

$$E_{c0m} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (6.6)$$

Wie schon in Kapitel 4 und 5 aufgezeigt, beeinflusst das Tangentenmodul des Betons E_{c0m} die Steifigkeit der Stahlbetonquerschnitte unter wiederholter Beanspruchung maßgebend. Zum einen wird über die Steifigkeit, das einwirkende Lastregime gemäß der Steifigkeitsverteilung von Trägern und Federplatte beeinflusst. Zum anderen definiert die Betonfestigkeit und somit proportional der E-Modul des Betons die Ausgangswerte des Verbundes zwischen Stahl und Beton und beeinflusst dementsprechend den Degradationsprozess der Verbundwirkung infolge Kriechen. Das heißt, die Betonfestigkeit beeinflusst somit direkt das Ermüdungsverhalten und die Lebensdauer der Bauteile. Abbildung 6.33 zeigt den Zusammenhang zwischen Lebensdauer und Betonfestigkeit von Federplatten des Typs F1. Festzustellen ist eine Abnahme der Lebensdauer bei großen Betonfestigkeiten. Die zu erwartende Lebensdauer einer Federplatte des Typs F1 mit der Betonfestigkeitsklasse C40/50 fällt ca. 20% geringer aus als die mit der Betonfestigkeitsklasse C30/37. Bei Federplatten des Typs F2 lässt sich der Einfluss der Betonfestigkeit auf die Lebensdauer ähnlich darstellen (siehe Abbildung 6.34).

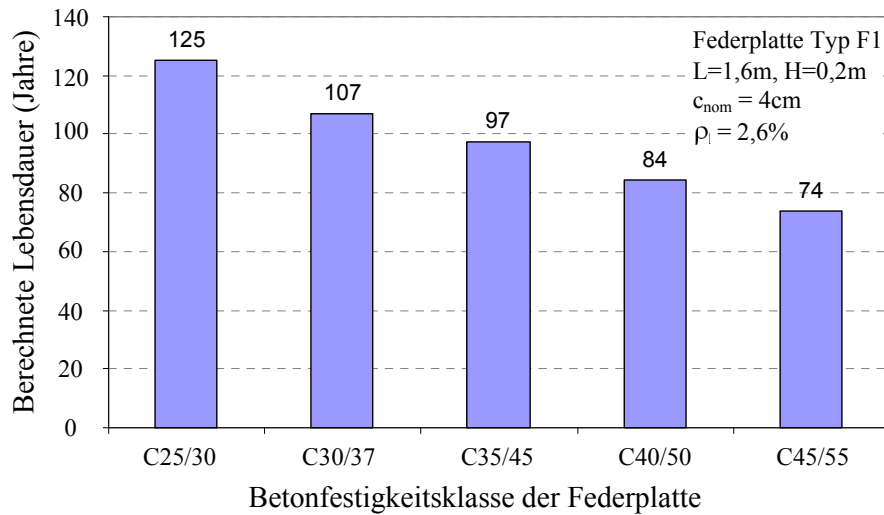


Abbildung 6.33: Einfluss der Betonfestigkeit auf die Lebensdauer der Federplatten des Typs F1 im Plattenanschnitt

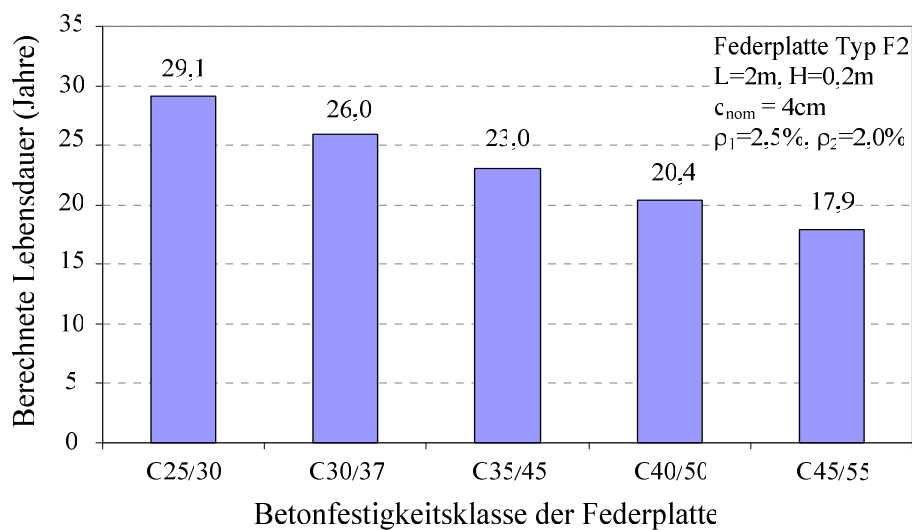


Abbildung 6.34: Einfluss der Betonfestigkeit auf die Lebensdauer der Federplatten des Typs F2 im Plattenanschnitt

e) Einfluss der Verkehrsintensität

Die bisherigen dargestellten Berechnungsergebnisse basieren auf einer Verkehrsstärke N_{obs} von $2 \cdot 10^6$ LKW des ELM3 pro Jahr für eine Hauptspur. Zur Darstellung des Einflusses der Verkehrsstärke auf die Lebensdauer der Federplatten wurde ein Beispiel einer Federplatte des Typs F2 mit der Länge 2,0 m und der Dicke 0,2 m aus Beton C30/37 ausgewertet. Die Beziehung zwischen der Federplattenlebensdauer und der Verkehrsstärke ist in Abbildung

6.35 dargestellt. Da die Lebensdauer sich umgekehrt zur Frequenz der Wechselbeanspruchung verhält, nimmt sie stark zu, sobald die Verkehrstärke geringer wird. Dies ermöglicht einen breiten Anwendungsbereich der Federplatte in der Praxis. Zum Beispiel kann eine Federplatte des Typs F2 bei Straßenbrücken mit geringeren Verkehrsstärken eingesetzt werden.

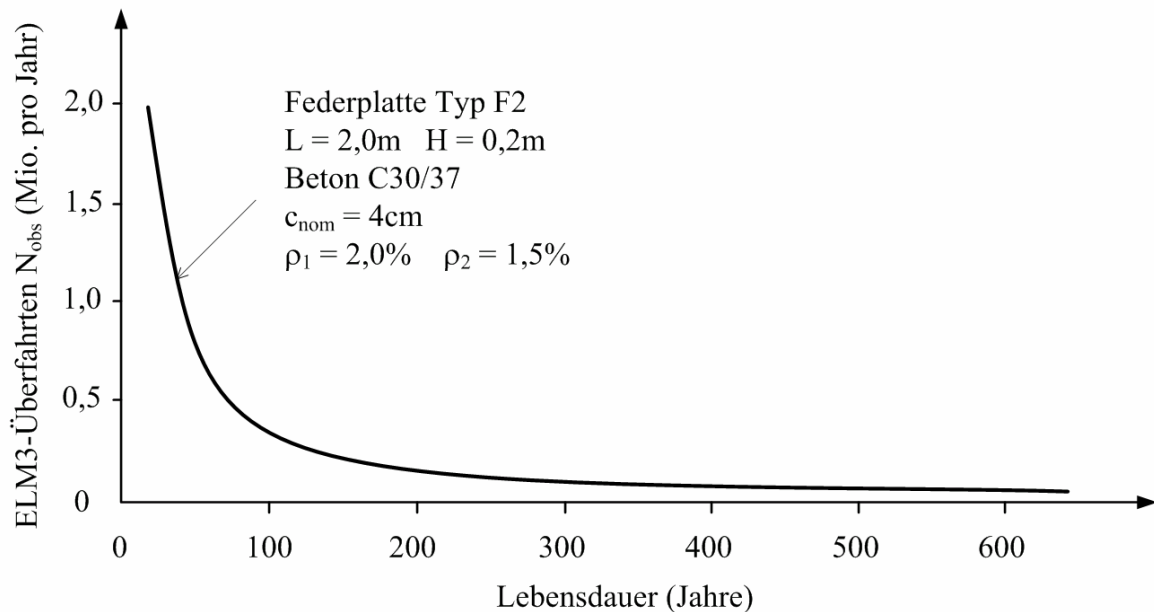


Abbildung 6.35: Lebensdauer der Federplatte des Typs F2 im Plattenanschnitt in Abhängigkeit der Verkehrstärke

6.5.3 Diskussion der Ergebnisse der zwei untersuchten Federplattentypen

Aus den dargestellten Ergebnissen der zwei untersuchten Federplattentypen erfolgt nun, durch nachfolgende Zusammenfassung, ein Vergleich der wesentlichen Eigenschaften der Federplatten hinsichtlich der Ermüdung.

Die aus der Beanspruchung der Ermüdungslasten resultierenden Schnittgrößen einer Federplatte bestehen aus zwei maßgebenden Anteilen: Schnittgrößen aus indirekten und direkten Belastungen des Verkehrs. Diese hängen von der Ermüdungslastposition ab. Aufgrund der unterschiedlichen Anordnungen tritt auch ein unterschiedlicher Anteil der Verkehrsbeanspruchungen bei jeder Federplatte auf. Bei der Federplatte des Typs F1 stellt sich ein Versagen der Bewehrung infolge Ermüdung unter der maßgebenden Verkehrsbeanspruchung aus direkter Verkehrsbelastung ein. Im Gegensatz dazu wirken sich bei Federplatten des Typs F2 die indirekten Verkehrsbelastungen maßgeblich aus.

Nr.	Federplatte Typ F1	Federplatte Typ F2
1	<i>Maßgebende Verkehrsbeanspruchung, aus der ein Versagen des Bewehrungsstahls resultiert</i> direkte Verkehrsbelastung (Achslast auf der Federplatte)	indirekte Verkehrsbelastung (Verkehrslast in einem Brückenfeld)
2	<i>Günstiger Bereich der Plattenlänge</i> von 1,5 m bis 1,9 m	von 2,2 m bis 2,4 m
3	<i>Erforderliche Mindestbewehrung für den Fall einer Dicke von $H = 0,2$ m und eine Ziellebensdauer von 100 Jahren</i> $\rho_1 = 2,6\%$ (52 cm ² /m) ρ_2 – konstruktiv, bei $L = 1,6$ m	$\rho_1 = 3,1\%$ (62 cm ² /m) $\rho_2 = 2,4\%$ (48 cm ² /m) bei $L = 2,4$ m
4	<i>Erforderliche Mindestbewehrung für den Fall einer Dicke von $H \geq 0,2$ m und Ziellebensdauer von 100 Jahren</i> $A_{s1} = 48$ cm ² /m A_{s2} – konstruktiv, bei $H = 0,26$ m und $L = 1,8$ m	$A_{s1} = 62$ cm ² /m; $A_{s2} = 48$ cm ² /m bei $H = 0,2$ m und $L = 2,4$ m

Tabelle 6.3: Vergleich der wichtigsten Kenngrößen der Federplattentypen F1 und F2 für eine Ziellebensdauer von 100 Jahren

Da die Schnittgrößen von Federplatten des Typs F1 im Allgemeinen kleiner sind als die der Federplatten des Typs F2, liegt ihre günstige Länge deutlich unterhalb der Federplatten des Typs F2. Die Länge des Typs F2 ist weiterhin aufgrund der vorgegebenen Abmessungen der Pfeiler begrenzt. Der optimale Wert, wie in Tabelle 6.3 dargestellt, ist daher in der Anwendung schwer umsetzbar.

Ausgeführte Federplatten des Typs F2 mit Längen zwischen 1,8 m und 2,0 m sowie einer Dicke von 0,2 m bei Brücken aus 33 m langen I-förmigen Fertigteilträgern finden sich in Vietnam. Diese Längen liegen aber außerhalb des günstigen Bereichs (von 2,2 m bis 2,4 m). Die mit Ermüdungslasten beaufschlagten Federplatten sind daher sowohl in ökonomischer, als auch in technischer Hinsicht optimiert.

Die Berechnungsergebnisse weisen eine Konformität der günstigen rechnerischen Länge (von 1,5 m bis 1,9 m) des Federplattentyps F1 zu der in EZTV-K (1990) definierten Mindestlänge (1,5 m) auf. Die von Caner und Zia (1998) empfohlene Länge für die Federplatten des Typs F1, für die eine freie Länge von 5% der Feldlänge aus jedem Feld angenommen wird, was in diesem Beispiel den Wert von 3,22m entspricht, liegt sehr weit außerhalb des günstigen Bereichs. Daher könnte ein früheres Ermüdungsversagen von Federplatten in der Nutzungsdauer auftreten. Das heißt, dass die von Caner und Zia (1998)

empfohlene Länge für die Federplatte für die Praxis als nicht empfehlenswert anzunehmen ist.

Für vergleichbare Lebensdauern sind für Federplatten des Typs F2 höhere Bewehrungsgrade im Verhältnis zu Federplatten des Typs F1 erforderlich. Die Erstellung eines Entwurfes einer Federplatte des Typs F2, die für eine Lebensdauer von 100 Jahren sowie einer Verkehrstärke von $2 \cdot 10^6$ Lastkraftwagen pro Jahr auszulegen ist, ist nahezu unmöglich, da der erforderliche Bewehrungsgehalt und auch die erforderliche Länge sehr groß wären.

Die Tabelle 6.3 hat gezeigt, dass Federplatten des Typs F1 durch die Änderungsmöglichkeit der Dicke einen großen Vorteil gegenüber Federplatten des Typs F2 besitzen. Aus der dargestellten Analyse geht hervor, dass durch eine Erhöhung der Dicke eine längere Lebensdauer einer Federplatte resultieren kann. Bei der untersuchten Brücke mit Federplatten des Typs F1 ergibt sich eine Mindestbewehrungsfläche von $A_{s1} = 48 \text{ cm}^2/\text{m}$ bei einer Dicke von 0,26 m und einer Länge von 1,8 m sowie einer Verkehrstärke von $2 \cdot 10^6$ Lastkraftwagen pro Jahr und für eine Ziellebensdauer von 100 Jahren.

Bei Verwendung einer höheren Betonfestigkeitsklasse ergeben sich für beide Federplattentypen keine Vorteile gegen Ermüdungsversagen. Bei der Verwendung der nächst höheren Betonfestigkeitsklasse, kann von einer Reduzierung der Lebensdauer in Höhe von mehr als 10% ausgegangen werden.

6.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Ermüdungsberechnungen von Federplatten durchgeführt. Mithilfe des entwickelten Programms „BMAP“ und der Verwendung des neuen Berechnungsmodells aus Kapitel 4 wurden Brücken mit zwei Federplattentypen modelliert. Bei diesen handelt es sich um die Federplatten des Typs F1, mit einem geringen Abstand zwischen den Trägerenden, und um die Federplatten des Typs F2, mit einem großen Abstand zwischen den Trägerenden in Brückenlängsrichtung. Anschließend wurden für beide untersuchten Federplattentypen die wesentlichen Einflussparameter auf die Lebensdauer identifiziert.

Die Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen haben gezeigt, dass sich in Zusammenhang der geometrischen Randbedingungen Verkehrslasten bei Federplatten des Typs F2 deutlicher auswirken, als bei Federplatten des Typs F1. Basierend auf einer ausführlichen Analyse von Federplatten mit indirekten und direkten Verkehrsbeanspruchungsanteilen wurden die Einflussgrößen auf ihren Ermüdungswiderstand quantifiziert und der Zusammenhang zwischen Lebensdauer, Länge, Dicke und Bewehrungsgrad aufgezeigt. Dabei wurde entdeckt, dass eine optimale Arbeitsbedingung für die Federplatte gegen

Ermüdung entsteht, wenn ein Gleichgewicht zwischen den maximalen Auswirkungen auf Federplatten infolge direkter und indirekter Verkehrsbeanspruchung erreicht ist.

Bei Federplatten des Typs F1 kann ein Entwurf für eine beliebige Ziellebensdauer bis über 100 Jahre problemlos realisiert werden. Hierzu sind die Dicke und die Länge derart anzupassen, dass damit eine längere Lebensdauer ermöglicht wird. Die dargestellten Untersuchungsergebnisse haben auch die Mindestlänge der Federplatte (1,5 m) nach ZTV-K (1990) bestätigt. Weiterhin wurde gezeigt, dass die von Caner und Zia (1998) empfohlene Länge für Federplatten des Typs F1 dazu führt, dass bei den Federplatten die erforderliche Lebensdauer nicht mit Sicherheit erreicht wird und daher in der Praxis nicht zur Anwendung kommen sollte.

Im Gegensatz zu den Vorteilen der Federplatten des Typs F1, ist die Länge bei Federplatten des Typs F2 aufgrund der vorgegebenen, im Allgemeinen begrenzten, Abmessungen der Pfeiler zu nennen. Dies führt zu ungünstigen Betriebsbedingungen für Federplatten. Dabei ergeben sich aus der Änderung der Dicke nur Nachteile für den Ermüdungslastwiderstand einer Federplatte. Weiterhin ist die erforderliche Bewehrung in beiden Lagen sehr groß, da das Moment mit großen Amplituden zwischen negativen und positiven Bereichen schwankt. Da eine Lebensdauer von 100 Jahre unter der vorgegebenen Verkehrsstärke für Federplatten des Typs F2 im Allgemeinen nicht erreicht werden kann, werden Federplatten des Typs F2 nur für Straßenbrücken mit geringen Verkehrsstärken empfohlen.

Abschließend kann festgestellt werden, dass es hinsichtlich des Ermüdungslastwiderstands rechnerisch kein Vorteil ist, wenn Betone mit höheren Druckfestigkeiten verwendet werden. Die Lebensdauer verhält sich umgekehrt proportional zu der Betondruckfestigkeit. Für die Bemessung von Federplatten sollte daher die Betonfestigkeitsklasse nach anderen Kriterien, z.B. der Dauerhaftigkeit gewählt werden.

Die Erkenntnisse aus der ausführlichen Analyse der wesentlichen Einflussparameter auf die Lebensdauer von Federplatten bildet die Grundlage zu einer Optimierung der Federplattenkonstruktion. Basierend auf dieser Grundlage können Federplattenvarianten hinsichtlich eines besseren Ermüdungswiderstands entwickelt werden. Eine davon wird im folgenden Kapitel vorgestellt.

7 VORSCHLAG EINES NEUEN FEDERPLATTENTYPS

7.1 Einleitung

In Kapitel 6 wurde gezeigt, dass die bestehenden Konzepte zur Ausführung von Federplatten neben vielen Vorteilen auch Nachteile in ihren Widerständen gegen Ermüdung aufweisen, was im Allgemeinen eine geringe Lebensdauer der Federplatte verursacht. Auf Grundlage der an zwei Federplatten identifizierten konstruktionsbedingten Vor- und Nachteile, wird in diesem Kapitel die Entwicklung eines neuen hybriden Federplattentyps vorgestellt. Zunächst wird das Prinzip der neu entwickelten Federplatte dargestellt, indem die wichtigen konstruktiven Eigenschaften der neuen Federplatte erläutert werden. Anschließend werden die wesentlichen Einflussgrößen auf die Lebensdauer der Federplatte untersucht. Diese in den voranstehenden Kapitel dargestellten Grundlagen werden damit für eine Optimierung der Federplatte verwendet. Das Kapitel schließt mit einem Vergleich der Tragfähigkeit gegen Ermüdung zwischen dem neuentwickelten hybriden Typ und den bestehenden Federplattenkonzepten, wobei die Besonderheiten des neuen Federplattentyps zusammengefasst werden.

7.2 Beschreibung des Prinzips des neuen Federplattentyps

Das Prinzip der vorgeschlagenen Federplatte besteht darin, dass die Federplattenenden mit den Lagerachsen des Querträgers überlagert werden. Die neue Federplatte (F3) ist eine Verbesserung der Federplatte des Typs F2 in Kombination der Vorteile der Federplatte des Typs F1.

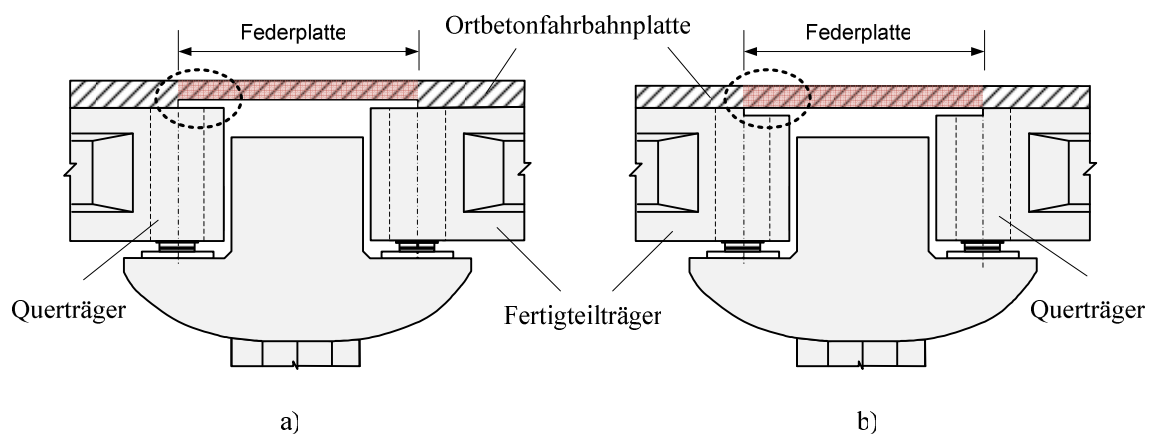


Abbildung 7.1: Mögliche Anordnungen der vorgeschlagenen Federplatte F3

In Abhängigkeit von der Dicke der Fahrbahnplatte gibt es zwei mögliche Anordnungen der neuen Federplatte F3 wie in Abbildung 7.1 bereits dargestellt ist. Hierbei wird für den Abstand zwischen der Federplatte und der Trägeroberkante 2 cm gewählt, um einen Kontakt der Bauteile auszuschließen. Diese konstruktive Maßnahme hat sich im Typ F1 bereits bewährt. Die Breite der Querträger sollte groß genug sein, um eine optimale Lastverteilung für die Federplatte aus der Unterstützung des Querträgers zu ermöglichen. Die Verwendung großer Querträger in der Lagerposition bringt neben einer guten Lastverteilung in Brückenquerrichtung auch noch einen weiteren Vorteil bei der Anordnung der Lager. So können anstatt vieler kleiner Lager am Ende der Längsträger einige große Lager direkt unter dem Querträger angeordnet werden.

Neben einer Reduzierung der Schnittgrößen bei der neuen Federplatte im Vergleich zu Typ F2, erlaubt die neue Ausbildung der Federplatte darüber hinaus die Verlagerung der Federplattenenden in Richtung Brückenfeld, was eine längere Federplatte ermöglicht. Dies führt im Allgemeinen zu günstigeren Schnittgrößen in der Federplatte infolge indirekter Verkehrsbeanspruchung.

7.3 Optimierung der wesentlichen Abmessungen

Zur Untersuchung der wesentlichen Einflussgrößen des Widerstandes gegen Ermüdung des neuen Federplattentyps, wird das Brückensystem entsprechend Kapitel 6 gewählt. Die Modellierung der Brücke mit der Federplatte F3 vom neuen Typ, wird ähnlich wie bei den Federplatten des Typs F1 und F2 durchgeführt. Die Berechnungsergebnisse werden in diesem Kapitel für den Fall der Verkehrsstärke $N_{\text{obs}} = 2$ Mio. LKW des ELM3 pro Jahr je Fahrstreifen dargestellt. Die Optimierung der Abmessungen der Federplatte beruht im Prinzip auf einer Betrachtung der Länge, der Dicke und dem Bewehrungsgehalt der Federplatte. Um die Beziehung zwischen den betrachteten Parametern zu zeigen, werden die Ergebnisse durch den Zusammenhang zwischen ausgewählten Einflussgrößen paarweise dargestellt.

7.3.1 Einfluss des Bewehrungsgrades

Abbildung 7.2 stellt den Zusammenhang zwischen der Lebensdauer der Federplatte des Typs F3 und den Bewehrungsgrad für beide Bewehrungslagen dar. Es zeigt sich, dass die Verwendung eines hohen Bewehrungsgrades ρ_2 keine Verlängerung der Lebensdauer der Federplatte bringt. Andererseits kann die Lebensdauer im Falle eines großen Unterschiedes zwischen den Bewehrungsgraden der oberen und unteren Lage deutlich abfallen. Die Lebensdauer mit einem Zielwert von 100 Jahren wird für Typ F3 bei relativ kleinen

Bewehrungsgraden ρ_1 und ρ_2 im Vergleich zu der Federplatte des Typs F2 bei gleicher Länge erreicht (siehe auch die Abbildung 6.32).

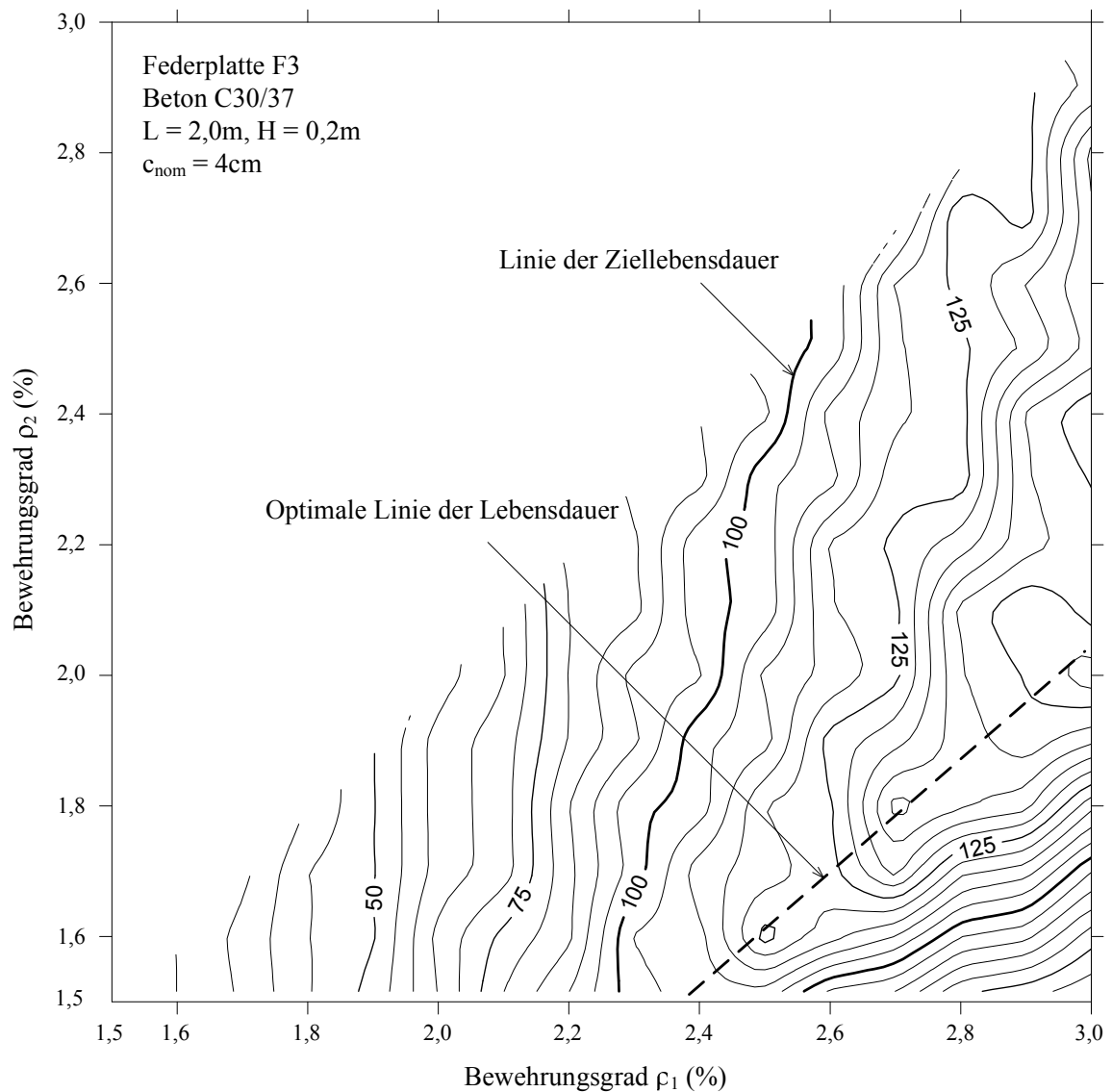


Abbildung 7.2: Lebensdauer in Abhängigkeit der Bewehrungsgrade

Zur Erzielung eines optimalen Ermüdungswiderstandes sollten die Bewehrungsgrade in einem Verhältnis stehen, welches das Erreichen der geforderten Lebensdauern sicherstellt. Man erkennt, dass dies bei einem Verhältnis $\rho_2/\rho_1 \approx 2/3$ erreicht wird.

7.3.2 Länge und Bewehrungsgrad

Ähnlich wie bei den Federplatten des Typs F1 und F2, beeinflussen Länge und Bewehrungsgrad die Lebensdauer der Federplatte des Typs F3 stark. Aufgrund seines geringen Einflusses auf die Lebensdauer wird hier zur Darstellung des Zusammenhangs

zwischen Lebensdauer, Systemlänge und den Bewehrungsgraden, der Bewehrungsgrad ρ_2 mit einem konstanten Wert von 1,5% angesetzt. Die zugehörigen Berechnungsergebnisse können der Abbildung 7.3 entnommen werden.

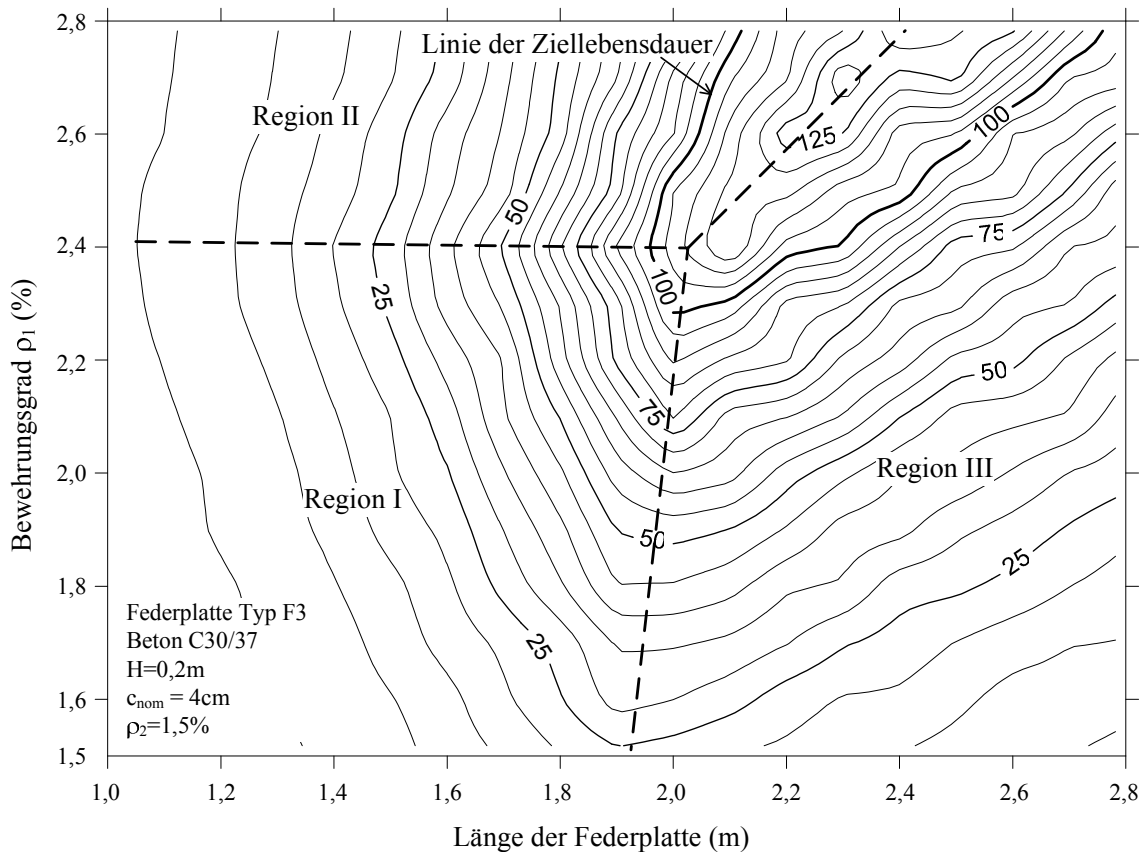


Abbildung 7.3: Lebensdauer der Federplatte des Typs F3 im Plattenanschnitt in Abhängigkeit von Länge und Bewehrungsgrad ρ_1

Zur Darstellung der Beziehung untereinander wird das Diagramm in drei unterschiedliche Regionen aufgeteilt. Hierbei stellt jede Region besondere Eigenschaften der Federplatte anhand der Lebensdauer dar. Die Grenzlinien zwischen den Regionen sind durch drei gestrichelte Linien dargestellt. Die Besonderheiten einer jeden Region werden nachfolgend zusammengefasst.

In der Region I, bei der die Länge und der Bewehrungsgrad ρ_1 klein sind, ist die Lebensdauer proportional zu der Länge L und dem Bewehrungsgrad ρ_1 der Federplatte. Es ist zu beobachten, dass mit zunehmender Größe von L und ρ_1 die Lebensdauer überproportional schnell anwächst. Der maximale Wert der Lebensdauer in der Region I liegt daher bei der maximalen Länge L und dem maximalen Bewehrungsgrad ρ_1 für diese Region.

Nr.	Region	Lebensdauer ist	
		proportional zu	reziprok zu
1	Region I (<i>kleine Länge L und kleiner Bewehrungsgrad ρ_1</i>)	L ρ_1	- -
2	Region II (<i>hoher Bewehrungsgrad ρ_1</i>)	L	ρ_1
3	Region III (<i>große Länge L</i>)	ρ_1	L

Tabelle 7.1: Beziehung zwischen der Lebensdauer, Länge und Bewehrungsgrad ρ_1

In der Region II bringt eine weitere Steigerung des Bewehrungsgrades keinen positiven Effekt hinsichtlich der Lebensdauer. Die Lebensdauer der Federplatte kann hier nur durch die Verwendung einer größeren Länge erhöht werden. Im Gegensatz zu der Region II stellt die Vergrößerung der Länge der Federplatte in der Region III kein probates Mittel zur Steigerung der Lebensdauer dar. Um die Lebensdauer zu verlängern, ist hier der Bewehrungsgrad zu erhöhen.

Man kann erkennen, dass die dargestellten Grenzlinien die maximalen Werte für die Lebensdauer der Federplatte definieren. Ein Beispiel für die Optimierung des Bewehrungsgrades lässt sich in der Region I und II finden. Hier stellt die Grenzlinie den optimalen Wert der Beziehung zwischen der Größe des Bewehrungsgrades ρ_1 und der Länge der Federplatte dar. Entsprechend der Neigung der Grenzlinie ist bei diesem Beispiel der optimale Wert des Bewehrungsgrades ρ_1 fast konstant bei 2,4% und dessen Unterschied zu dem Wert der Bewehrungsgrad ρ_2 , welcher schon bei Abbildung 7.2 erläutert wurde, beträgt etwa 0,9%.

Analog zum vorgestellten Zusammenhang, stellt die Grenzlinie zwischen Region I und III die optimale Länge für jeden konstanten Bewehrungsgrad ρ_1 dar. Diese Linie ist nach rechts aufsteigend geneigt, da bei hohen Bewehrungsgraden die Biegesteifigkeit der Federplatte groß ist und damit eine adaptierte größere Länge der Federplatte zur Reduzierung der Schnittgrößen und Herstellung eines neuen optimalen Gleichgewichtszustands führt.

Aus Abbildung 7.3 und Tabelle 7.1 ist auch ersichtlich, dass die Grenzlinie zwischen den Regionen II und III die optimalen Werte für Länge und Bewehrungsgrad ρ_1 der Federplatte darstellt. Die Neigung der Konturlinien der Lebensdauer in Region II zur rechten Seite führt auch zu einer größeren Neigung der Grenzlinie zwischen den Regionen II und III im

Vergleich zu der Grenzlinie zwischen den Regionen I und III. In diesem Beispiel liegt die optimale Länge der Federplatte und dem zugehörigen Bewehrungsgrad ρ_1 auf der Isolinie für 100 Jahre. Diese Werte liegen zwischen den günstigen Bereichen der Länge der Federplatten F1 und F2, die in Kapitel 6.5.3 bereits dargestellt wurden. Betrachtet man in diesem Zusammenhang auch ökonomische Aspekte, so lässt sich das Optimum auf den Punkt, auf der 100-Jahre-Isolinie, mit dem geringsten Abstand zum Ursprung festlegen ($\rho_1 = 2,5\%$; $L = 2,0$ m).

Es ist zu sehen, dass die drei Regionen mit den zugehörigen Grenzlinien des dargestellten Diagramms für die Federplatte des Typs F3 viele Eigenschaften der Einflussgrößen bei der Federplatten F1 und F2 zusammenfassen. Die Federplatte des Typs F3 stellt schlussendlich eine optimierte Kombination der Federplatten des Typs F1 und des Typs F2 dar.

7.3.3 Länge und Dicke

Der Zusammenhang zwischen der Lebensdauer, der Länge und der Dicke der Federplatte des Typs F3 für den Fall einer konstanten Bewehrung ist in Abbildung 7.4 dargestellt. Ähnlich wie bei der Federplatte des Typs F1 (siehe Abbildung 6.30), gibt es hier auch eine optimale Linie im Bereich der betrachteten Längen und Dicken der Federplatte, welche die optimalen Werte-Paare Länge-Dicke für die Ziellebensdauer darstellt.

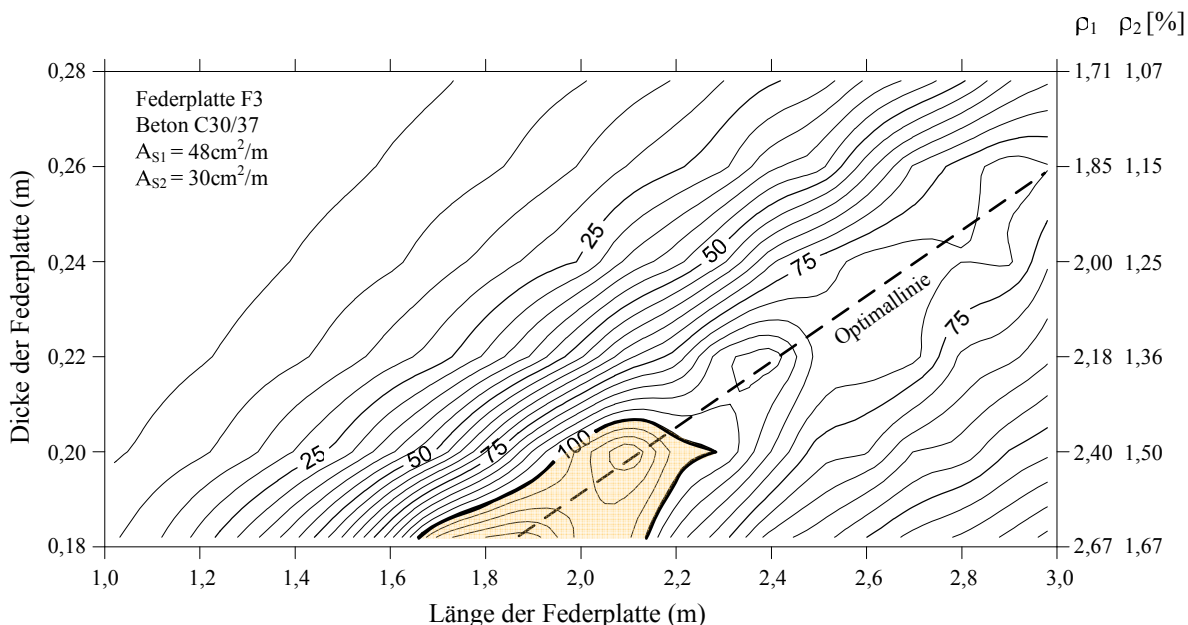


Abbildung 7.4: Lebensdauer in Abhängigkeit von Dicke und Länge der Federplatte des Typs F3 im Plattenanschnitt

Man kann erkennen, dass die Erhöhung der Dicke die größte Wirkung bei einer Länge der Federplatte von ca. 1,9 m aufweist, da hier die Isolinien eng zusammen liegen. Besonders erwähnenswert ist der Umstand, dass hier die maximale Lebensdauer bei einer relativ geringen Dicke (0,18 m) erreicht wird. Für die Federplatte des Typs F1 mit gleicher Bewehrungsfläche ergibt sich die maximale Lebensdauer bei einer Dicke von 0,26 m. Dies entspricht genau der Ziellebensdauer von 100 Jahren (siehe Abbildung 6.30). Dies zeigt den Vorteil der Federplatte des Typs F3 gegenüber der Federplatte des Typs F2, insbesondere wenn eine große Dicke der Federplatte, technisch nicht möglich ist.

7.3.4 Breite des Auflagerbereichs zwischen Fahrbahnplatte und Querträger am Ende der Federplatte

Die Breite des Auflagerbereichs zwischen Fahrbahnplatte und Querträger am Ende der Federplatte beeinflusst direkt auch die Lastverteilung bei der Federplatte. Die Beziehung zwischen der Lebensdauer und dieser Breite für ein Beispiel der Federplatte des Typs F3 ist in Abbildung 7.5 dargestellt.

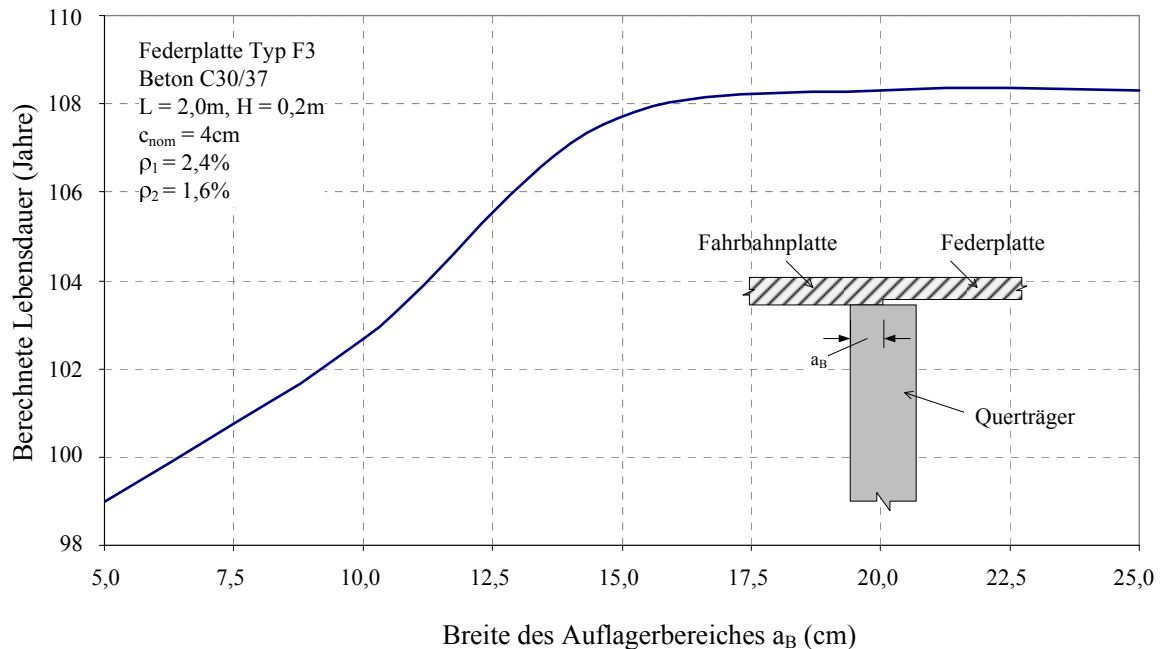


Abbildung 7.5: Lebensdauer in Abhängigkeit von der Breite des Auflagerbereiches zwischen dem Querträger und der Fahrbahnplatte am Ende der Federplatte des Typs F3

Dabei ist die Lebensdauer proportional zu der Breite a_B . Die Lebensdauer ändert sich aber ab einer Breite a_B von 15 cm nicht mehr nennenswert. Deshalb kann ein Wert von 15 cm als Mindestbreite für eine optimale Lebensdauer für das untersuchte Beispiel angesetzt werden. Die entsprechende Mindestbreite der Querträger beträgt dementsprechend 30 cm.

7.4 Vergleich mit bestehenden Federplattentypen

Zur Beurteilung der vorgeschlagenen Federplatte des Typs F3 wird eine Vergleichsberechnung der Lebensdauer in Abhängigkeit der Federplattenlänge für alle drei Typen F1, F2 und F3 bei konstanter Dicke (0,20 m) und konstanten Bewehrungsgraden ($\rho_1 = 2,4\%$ und $\rho_2 = 1,5\%$) durchgeführt. Die erhaltenen Berechnungsergebnisse werden in Abbildung 7.6 dargestellt.

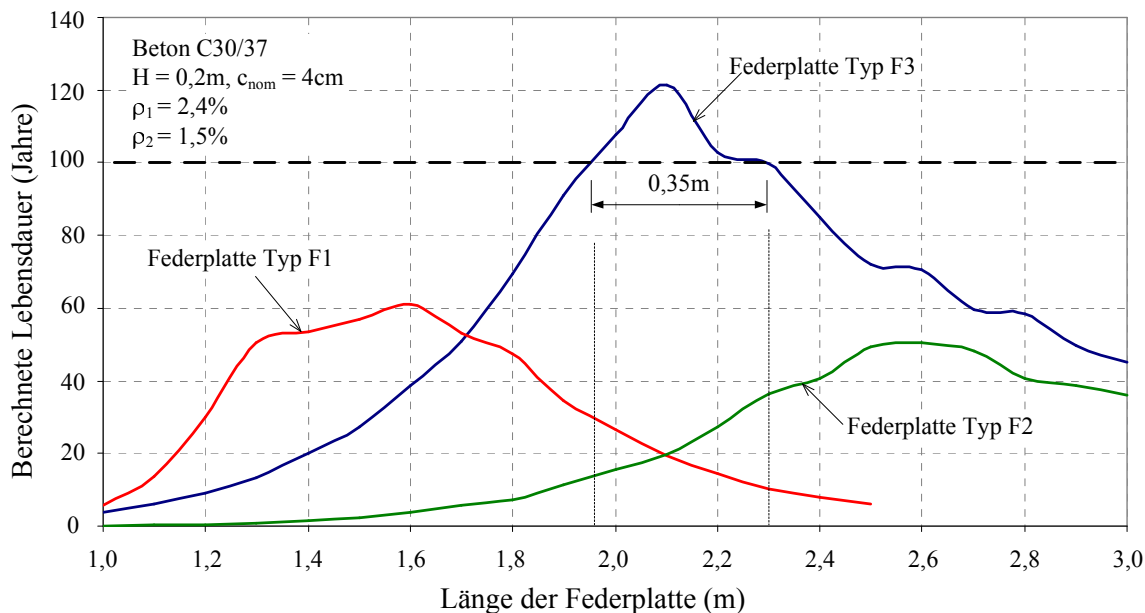


Abbildung 7.6: Vergleich der Lebensdauer in Abhängigkeit der Länge bei Federplatten des Typs F1, F2 und F3 im Plattenanschnitt

Der Abbildung 7.6 kann entnommen werden, dass die Federplatte des Typs F1 eine hohe Effizienz bei kurzen Längen L_F aufweist (siehe den ansteigenden Ast der Federplatte des Typs F1). Für die Federplatte des Typs F2 liegt der günstige Bereich der Längen bei größeren Werten. Die Lebensdauer der Federplatte des Typs F1 ist zudem deutlich größer als die der Federplatte des Typs F2, da für Federplatten des Typs F2 in der Praxis häufig konstruktionsbedingt die Länge auf einen maximalen Wert von 2,2 m begrenzt ist. In diesem Beispiel erreicht die Lebensdauer der Federplatte des Typs F3 einen maximalen Wert bei einer Länge von 2,1 m. Dies liegt gerade zwischen den optimalen Längen der

Federplatten des Typs F1 (1,6 m) und F2 (2,6 m). Der maximale Wert der Lebensdauer bei der Federplatte des Typs F3 ist mit einem Faktor von etwa 2 deutlich größer als die der Federplatten des Typs F1 und F2. Es wird darauf hingewiesen, dass bei gleicher Bewehrungsfläche die Lebensdauer der Federplatte des Typs F1 durch Vergrößerung der Dicke erhöht werden kann. Dieser maximale Wert der Lebensdauer bei der Federplatte des Typs F1 (ca. 100 Jahre bei einer Dicke von 0,26 m, siehe Abbildung 6.30) ist allerdings immer noch kleiner als der bei der Federplatte des Typs F3 (ca. 120 Jahre).

In diesem Beispiel zeigt sich zudem, dass es für den Typ F3 einen Bereich mit einer Spannweite von 0,35 m gibt, indem die Lebensdauer mindesten 100 Jahre beträgt. Dies eröffnet die Möglichkeit der Ausbildung von variablen Federplattenlängen zum Beispiel bei Brücken mit gekrümmter Trassierung. Hierbei kann die Federplatte mit konstantem Bewehrungsgrad in Brückenlängsrichtung ausgeführt werden. Für einen breiten Brückenquerschnitt mit mehreren Fahrstreifen sollte eine Optimierung des Bewehrungsgehalts für jeden Fahrstreifen der Brücken durchgeführt werden, um Bewehrungsstahl sowohl ökonomisch, als letztlich auch ökologisch sinnvoll einzusetzen.

7.5 Zusammenfassung

Im diesem Kapitel wurde ein neuer Federplattentyp mit einem verbesserten Widerstand gegen Ermüdung vorgestellt. Das konstruktive Prinzip beruht auf der Verwendung steifer Querträger an den Enden der Federplatte und auf der Beseitigung des negativen Einflusses auf die Schnittgrößen infolge des relativen Abstands zwischen den Lagern und Federplattenenden durch Zusammenlegen von Plattenende und Lagerachse. Die vorgeschlagene Federplatte des Typs F3 ist eine Kombination aus den Federplattentypen F1 und F2, wobei die Vorteile beider Konstruktionsweisen übernommen wurden.

Die Federplatte des Typs F3 weist bezüglich der Lebensdauer eine außerordentliche Effizienz bei geringen Dicken und günstigen Plattenlängen auf und vermeidet daher die Nachteile einer großen Dicke bei der Federplatte des Typs F1 und einer großen Länge bei der Federplatte des Typs F2. Die berechnete Lebensdauer der Federplatte des Typs F3 ist deutlich größer als die der bestehenden Federplattentypen. Der erforderliche Bewehrungsgehalt kann gegenüber den Typen F1 und F2 verringert werden.

Darüber hinaus ermöglicht die Anordnung steifer Querträger an den Lagerpositionen auch die Anordnung weniger großer Lager anstatt mehrerer kleiner Lager, was insbesondere unter dem Aspekt der Wartungskosten während der Betriebszeit einer Brücke wirtschaftliche Vorteile bedingt.

Abschließend ist festzustellen, dass der neue Federplattentyp mit optimierten Abmessungen ein erhöhtes Anwendungspotenzial aufweist.

8 HILFSMITTEL ZUR BEMESSUNG DER FEDERPLATTE GEGEN ERMÜDUNG

8.1 Einleitung

Die Bemessung einer Federplatte basiert im Allgemeinen auf einer statischen Berechnung, bei der die angesetzte Steifigkeit der Federplatte eine entscheidende Rolle spielt. Da die Steifigkeit von vielen Parametern wie Bewehrungsgrad, Dicke und Länge abhängt, stellt Bemessung einen iterativen Prozess dar.

Um eine Vereinfachung bei der Bemessung der Federplatte zu ermöglichen, wird im Rahmen dieses Kapitels ein einfaches Verfahren zur Berechnung und Bestimmung der wesentlichen Parameter der Federplatte vorgestellt. Eine Vielzahl neu entwickelter Hilfsformeln, die auf analytische Verfahren basierend entwickelt wurden, werden vorgestellt.

Zunächst wird ein einfaches Verfahren zur Abschätzung der Steifigkeit der Brückentragwerkselemente infolge wiederholter Belastung entwickelt. Die zugehörigen Formeln, insbesondere für die Abschätzung der Querschnittssteifigkeiten, wurden dabei für die Stahlbeton- und Spannbetonbauweise erarbeitet. Anschließend wird ein einfaches Berechnungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung der Federplatte unter Berücksichtigung des Ermüdungslastmodells 3 vorgestellt. Dieses Verfahren wird in allgemeinen Formeln dargestellt und kann für alle Federplattentypen adaptiert werden.

Weiterhin wird eine einfache Methode zur Bestimmung des erforderlichen Bewehrungsgehaltes der Federplatte unter Biegebeanspruchung ausführlich dargestellt. Die entwickelte Methode beruht auf der Spannungskontrolle, welche mit einem Nachweis, z.B. gegen Ermüdung, kombiniert ist. Ein Vorschlag für das Verhältnis der Bewehrungsgrade für die Bewehrung in der Ober- und Unterseite wird dargestellt.

Zur Optimierung der Federplatte wird eine Formel zur Bestimmung der optimalen Länge vorgestellt. Das vorliegende Kapitel wird abschließend anhand eines praxisrelevanten Beispiels abgerundet.

8.2 Abschätzung der Querschnittssteifigkeiten unter wechselnder Belastung

Jedes Tragwerkselement erfährt einen Lastbeanspruchungsanteil entsprechend seiner Tragfähigkeit und in Abhängigkeit der Lastverteilung sowie der Verbindung mit anderen Elementen. Im Allgemeinen wird die Schnittgrößenverteilung in einem Tragsystem einer Brücke mit Federplatten durch die Steifigkeitsverteilung determiniert. Wenn eine Abnahme der Steifigkeit bei einem Element auftritt, folgt im Regelfall eine Umlagerung der Schnittgrößen zu benachbarten Elementen, um einen neuen Gleichgewichtszustand zu erzielen. Zur wirklichkeitsnahen Berechnung der Schnittgrößen des Tragwerks spielt daher die Abschätzung der Steifigkeiten eines jeden Elementes eine entscheidende Rolle. Bei Stahlbetontragwerken stellte die Abschätzung der Elementsteifigkeiten eine Herausforderung dar, da jedes Bauteil in Abhängigkeit von Lasthöhe und Lasteigenschaften unterschiedliche Zustände bzw. Steifigkeiten aufweist. Dies gilt insbesondere wenn Rissbildung auftritt. Vorgespannte Brücken aus Fertigteilträgern und Federplatten weisen in diesem Zusammenhang einen signifikanten Unterschied zwischen den Querschnittssteifigkeiten der Spannbetonträger und denen der Federplatten aus Stahlbeton auf.

Unter wiederholter Belastung weist der Beton einen hohen Elastizitätsmodul auf. Wie schon in Kapitel 3 und 4 dargestellt, entspricht dieser Elastizitätsmodul ungefähr dem Tangentenmodul E_{c0m} . In diesem Abschnitt wird daher die wirksame Steifigkeit des Querschnittes in Abhängigkeit des Tangentenmodul E_{c0m} beschrieben.

8.2.1 Spannbetonquerschnitt

Bei Spannbetonbauteilen sollte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit keine Rissbildung auftreten, um die erforderliche Dauerhaftigkeit der Spannglieder sicherzustellen. Daher bleiben die Bauteile im Zustand I. Die Biegesteifigkeit des Querschnittes kann wie folgt ermittelt werden:

$$B_I = E_{c0m} \cdot I \quad (8.1)$$

Hierbei sollte die Bewehrung bei der Ermittlung der Biegetragfähigkeit I berücksichtigt werden. Wird von einem doppelsymmetrischen Querschnitt ausgegangen, kann die Biegetragfähigkeit des Gesamtquerschnittes wie folgt ermittelt werden:

$$I = I_b \cdot \left[1 + \left(\frac{E_s}{E_{c0m}} - 1 \right) \frac{A_s}{A_b} \right] = I_b \cdot [1 + (\alpha_{e0} - 1) \cdot \rho] \quad (8.2)$$

Hierbei sind:

I_b die Biegetragfähigkeit des Querschnittes ohne Bewehrung,

ρ - dimensionslos, der Bewehrungsgrad inklusive Betonstahl und Spannstahl und

$\alpha_{e0} = \frac{E_s}{E_{c0m}}$ das Verhältnis zwischen den Elastizitätsmodulen von Stahl und Beton.

Die Biegesteifigkeit des Querschnittes wird dann wie folgt ermittelt:

$$B_I = E_{c0m} \cdot I_b \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho] \quad (8.3)$$

In der Praxis wird sehr oft die Biegesteifigkeit eines Querschnittes im Zustand I durch die Verwendung des Sekantenmoduls E_{cm} wie folgt ermittelt:

$$B_{I,0} = E_{cm} \cdot I_b \quad (8.4)$$

Mit

$$E_{c0m} \approx 1,1 E_{cm} \quad (8.5)$$

und

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (8.6)$$

kann das Verhältnis zwischen beiden dargestellten Biegesteifigkeiten dann wie folgt ermittelt werden:

$$\frac{B_I}{B_{I,0}} \approx 1,1 \cdot \left[1 + \left(\frac{\alpha_e}{1,1} - 1 \right) \cdot \rho \right] \quad (8.7)$$

Bei einem üblichen Bewehrungsgrad $\rho = 2\%$ und einer Betonfestigkeit C45/55 für Brückenträger beträgt dieses Verhältnis 1,2. Das heißt, das Ergebnis der Verformungsberechnung im ersten Fall ist um nachstehenden Faktor k kleiner als bei der normalen Berechnung:

$$k = \frac{1}{1,2} = 0,83 \quad (8.8)$$

Da die Bewehrung häufig weit entfernt von der Nulllinie im Querschnitt angeordnet ist, wird dieser Faktor im Allgemeinen noch kleiner ausfallen. In diesem Fall sollte eine genaue Berechnung der Biegetragfähigkeit unter Berücksichtigung der Bewehrungslagen durchgeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Fahrbahnplatte bei der Ermittlung der Biegesteifigkeit des Trägerquerschnittes berücksichtigt.

8.2.2 Stahlbetonquerschnitt

Bei gerissenen Stahlbetonquerschnitten stellt die Abschätzung der wirklichkeitsnahen Biegesteifigkeit ein besonderes Problem dar. Zur Vereinfachung wird in der Praxis oft die von Grasser vorgeschlagene Formel verwendet (siehe Kapitel 1, Tabelle 1.1 bzw. Grasser (1972)). Auch in EZTV-K (1990) ist die Formel von Grasser für die Schnittgrößenermittlung der Federplatte enthalten (siehe Gleichung 8.10).

$$K_{B,II} = [0,2 + 6(\rho_1 + \rho_2)] \cdot E_b I_b \quad (8.9)$$

Hier sind:

ρ_1 und ρ_2 – die Bewehrungsgrade für Zug- und Druckseite des Querschnittes. Die Bewehrung ist annähernd symmetrisch über den Querschnitt verteilt.

Diese Formel gilt aber nur bei Bauteilen mit sehr hoher Längszugkraft, wenn die Mitwirkung des Betons auf Zug entsprechend klein ist. Das heißt, diese Formel findet insbesondere bei der Bestimmung der erforderlichen Bewehrung der Federplatte zur Beschränkung der Rissbreite infolge Temperaturbeanspruchung Anwendung, die bei langen Brücken mit vielen Feldern auftreten kann. Für andere Fälle stellt die Anwendung der Formel nach Grasser (1972) eine Unterschätzung der Biegesteifigkeit der Federplatte dar. Dies führt zu kleinen Schnittgrößen und daher zu einem nicht auf der sicheren Seite liegenden Bewehrungsgrad der Federplatte.

Wie bereits in Kapitel 5 dargestellt, wird die Biegesteifigkeit der Federplatte durch die maximale aufgetretene Verdrehung der benachbarten Trägerenden determiniert. Bei einer vorgegebenen Länge kann die mittlere der maximalen Krümmung der Federplatte wie folgt ermittelt werden:

$$\kappa_{\max} = \frac{2\varphi_{\max}}{L_F} \quad (8.10)$$

Um eine neue Formel zur Abschätzung der wirksamen Biegesteifigkeit der Federplatte zu formulieren, wurden im Rahmen dieser Arbeit zahlreiche Berechnungen für Rechteckquerschnitte mit einer Dicke von 0,18 m bis 0,30 m und unterschiedlichen Bewehrungsgraden bei unterschiedlichen Lastwechselzahlen und veränderlichen Krümmungen durchgeführt. Die Durchführung aller Berechnungen basiert auf dem entwickelten Modell der Querschnitte unter wiederholter Belastung und der Verwendung des entwickelten Programms BMAP. Nach der Auswertung aller Ergebnisse konnten die Zusammenhänge zwischen wichtigen Einflussparametern identifiziert werden. Die Abschätzung der Biegesteifigkeit des Querschnittes kann daher in einer vereinfachten Formel zusammengefasst und wie folgt dargestellt werden:

$$K_B = [0,2 + (11\rho_1 + \rho_2) - 0,0039 \cdot (\kappa_{\max} \cdot H)^{-0,9339} \cdot (\nu - 0,035)] \cdot E_c I_c \quad (8.11)$$

$$K_{B,\min} \leq K_B \leq K_{B,\max} \quad (8.12)$$

Hierin sind:

ρ_1 und ρ_2 – die Bewehrungsgrade für Zug- und Druckseite des Querschnittes,

κ_{\max} – die maximale Krümmung des betrachteten Querschnittes; bei Federplatten kann sie nach Gleichung 8.11 bestimmt werden.

H – die Dicke des Querschnittes,

ν – die bezogene Normalkraft, $\nu = \frac{N}{b \cdot H \cdot f_{cm}}$,

$E_c I_c$ – die Biegesteifigkeit des reinen Betonquerschnittes ohne Berücksichtigung der Bewehrung. Der Elastizitätsmodul E_c ist als Tangentenmodul E_{c0m} definiert, und

$K_{B,\min}$, $K_{B,\max}$ – minimale und maximale Biegesteifigkeit des Querschnittes.

Für die Anwendung der Formel 8.11 ist zu beachten, dass der Wichtungsansatz für die Bewehrung und die ermittelten Koeffizienten nur für praxisübliche Bewehrungsgrade $\rho_i \leq 2,5\%$ gute Werte liefert.

Die maximale Biegesteifigkeit eines Querschnittes stellt sich bei einem vollständig überdrückten Querschnitt ein. In diesem Fall kann die Biegesteifigkeit B_{\max} annähernd wie folgt abgeschätzt werden:

$$K_{B,\max} \approx E_c \cdot \left[\frac{b \cdot H^3}{12} + 3 \cdot (\rho_1 + \rho_2) \cdot (\alpha_{e,0} - 1) \cdot \frac{b \cdot H \cdot (H - 2a)^2}{12} \right] \quad (8.13)$$

Weist der Querschnitt eine große Dicke auf oder ist das Verhältnis zwischen Betondeckung und Dicke des Querschnittes relativ klein, kann die Gleichung 8.13 vereinfachend wie folgt geschrieben werden:

$$K_{B,\max} \approx E_c I_c \cdot [1 + 3 \cdot (\rho_1 + \rho_2) \cdot (\alpha_{e,0} - 1)] \quad (8.14)$$

Im Gegensatz zur maximalen Biegesteifigkeit stellt sich die minimale Biegesteifigkeit eines Querschnittes bei einem vollständig dekomprimierten Querschnitt mit sehr geringer Betonzugspannung im gesamten Querschnitt ($\sigma_c \approx 0$) dar. In diesem Fall wirken nur die Bewehrungsstähle und die Biegesteifigkeit hängt hauptsächlich vom Abstand der Bewehrungslagen (obere und untere Seite) und den Bewehrungsgraden ab (siehe Gleichung 8.15).

$$K_{B,\min} = E_c \cdot \frac{b \cdot H \cdot (H - 2a)^2}{12} \cdot \frac{12 \cdot \alpha_{e,0} \cdot \rho_1 \cdot \rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)} \quad (8.15)$$

Für den Fall, dass auf den Querschnitt eine bezogene Normalkraft $\nu \approx 0,035$ wirkt, kann die wirksame Biegesteifigkeit des Querschnittes wie folgt abgeschätzt werden:

$$K_B = [0,2 + (11\rho_1 + \rho_2)] \cdot E_c I_c \quad (8.16)$$

Die Gleichung 8.11 und die Gleichung 8.16 verdeutlichen, dass die Bewehrung durch einen Wichtungsansatz für jede Bewehrungslage berücksichtigt werden kann, wobei die Bewehrung in der Zugzone gegenüber der Druckzone einen deutlich größeren Einfluss auf die wirksame Biegesteifigkeit des Querschnittes aufweist. Beide Formeln haben eine ähnliche Form wie die Formel von Grassler (siehe Gleichung 8.9). Wenn die Bewehrungsgrade ρ_1 und ρ_2 annähernd gleich sind, ergibt sich die Formel 8.16 zusammenfassend wie folgt:

$$K_B = [0,2 + 6(\rho_1 + \rho_2)] \cdot E_c I_c \quad (8.17)$$

Die Gleichung 8.17 und die Gleichung 8.9 stehen dann in Übereinstimmung. Dies bestätigt indirekt die Plausibilität der entwickelten Formeln.

8.3 Schnittgrößenermittlung

Da die Biegesteifigkeit der Federplatte um ein Vielfaches kleiner ist als die des Trägers, kann der Einfluss der Biegesteifigkeit der Federplatte auf die Trägerverformung vernachlässigt werden. Bei der Berechnung sollte der Querschnitt am Ende und in der Mitte der Federplatte betrachtet werden, da an diesen Stellen große Schnittgrößen wirken. Unter Verkehrsbeanspruchung, insbesondere wenn die Lastachse direkt auf der Federplatte steht, tritt im Allgemeinen keine Rissbildung an der Unterseite der Federplatte auf. Rissbildung kann aber bei langen Brücken mit vielen Feldern unter Temperaturbeanspruchung dann auftreten, wenn die Längszugkraft in der Federplatte sehr groß wird. In diesem Fall sollte auch die Bewehrung an der Unterseite der Federplatte gegen Ermüdung nachgewiesen werden.

Um die Schnittgrößenberechnung der Federplatte einfach durchführen zu können, wird die Federplatte in zwei getrennten Berechnungen, entsprechend der indirekten und direkten Beanspruchung infolge des Verkehrs, betrachtet.

8.3.1 Schnittgrößenermittlung infolge indirekter Beanspruchung

Die indirekte Belastung beansprucht die Federplatte durch eine Zwangsverformung (Verdrehung und Verschiebung) am Ende der Federplatte. Zur Berechnung der maximalen Schnittgrößen der Federplatte wird ein Berechnungsmodell für die Federplatte wie in Abbildung 8.1a gewählt. Da die Biegesteifigkeit der Federplatte sehr klein im Vergleich zu der der benachbarten Trägern ist, wird unter Belastung, z.B. auf dem linken Feld, nur eine

Verformung am Ende der linken Seite der Federplatte auftreten. Beide Endpunkte der Federplatte können sich in Brückenlängsrichtung mit einer gleichen freien Verschiebung Δx bewegen. Dies folgt aus der Annahme, dass die horizontale Steifigkeit der Lager mit Ausnahme eines einzelnen Festpunktlagers in Brückenlängsrichtung schon aus Zwangsgründen im Allgemeinen beabsichtigt klein ist und daher vernachlässigt werden kann. Die Verdrehung des Trägerendes φ auf der linken Seite verursacht zwei Verformungsbestandteile für die Federplatte: Die Verdrehung φ am linken Endpunkt und die Verschiebung Δy in vertikaler Richtung (siehe Abbildung 8.1a).

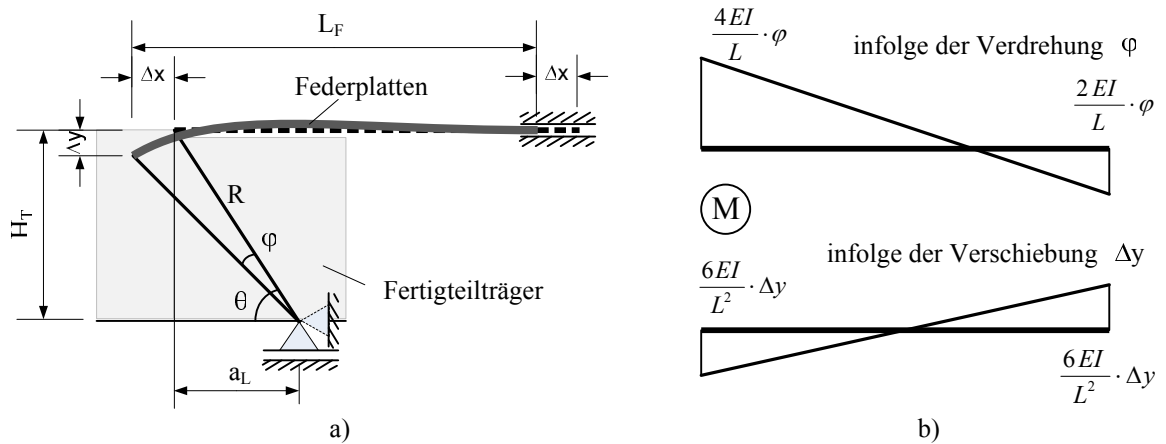


Abbildung 8.1: Berechnungsmodell und Momentenverlauf der Federplatte infolge einer Zwangsverformung

Mit einer vorgegebenen Biegesteifigkeit der Federplatte B_F , die aus einer Berechnung unter Verwendung der Formel von Kapitel 8.2 abgeschätzt wird, kann das Moment am linken Endpunkt der Federplatte wie folgt ermittelt werden:

$$M_L = -\frac{4B_F}{L_F} \cdot \varphi + \frac{6B_F}{L_F^2} \cdot \Delta y \quad (8.18)$$

Ähnlich ergibt sich das Moment am rechten Endpunkt der Federplatte:

$$M_R = \frac{2B_F}{L_F} \cdot \varphi - \frac{6B_F}{L_F^2} \cdot \Delta y \quad (8.19)$$

Die Verschiebung Δy wird durch den relativen Abstand a_L zwischen dem Lager und der Anschlussstelle der Federplatte an den Trägern und durch die Verdrehung des Trägerendes φ wie folgt ermittelt.

$$\Delta y = R \cdot [\sin \theta - \sin(\theta - \varphi)] = H_T \cdot (1 - \cos \varphi) + a_L \cdot \sin \varphi \quad (8.20)$$

Da der Winkel φ relativ klein ist, kann die Verschiebung Δy wie folgt vereinfachend abgeschätzt werden:

$$\Delta y = a_L \cdot \varphi \quad (8.21)$$

Durch Einsetzen der Gleichung 8.21 in die Gleichung 8.18 und in die Gleichung 8.19 folgen daraus die Gleichungen:

$$M_L = -\frac{6B_F\varphi}{L_F} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) \quad (8.22)$$

$$M_R = -\frac{6B_F\varphi}{L_F} \cdot \left(-\frac{1}{3} + \frac{a_L}{L_F} \right) \quad (8.23)$$

Diese Gleichungen zeigen, dass die Momente am Ende der Federplatte eine Parabelfunktion darstellen. Wenn a_L den Wert von $0,5L_F$ annimmt, wirkt ein konstantes Moment in der Federplatte in Längsrichtung. Das Moment in der Federplatte beträgt in diesem Fall:

$$M_L = M_R = -\frac{B_F\varphi}{L_F} \quad (8.24)$$

Der Zusammenhang zwischen der Biegebeanspruchung der Federplatte und dem bezogenen Lagerabstand a_L/L_F wird in Abbildung 8.2 dargestellt. Das Diagramm zeigt, dass infolge einer gleichen Zwangsverdrehung φ die Schnittgrößen der Federplatte des Typs F1 deutlich kleiner als die bei der Federplatte des Typs F2 sind, besonders wenn die Endpunkte der Federplatte tief im Inneren der Felder liegen. Die Werte der Schnittgrößen bei Federplatte des Typs F3 liegen zwischen denen des Typs F1 und des Typs F2 und stellen somit die Grenzen der Plattentypen F1 und F2 dar.

Aus Gleichung 8.22 und Gleichung 8.24 kann der Anwendungsbereich des Ansatzes von Caner und Zia (1998) sowie von Li und Kim (2003) ausgewertet werden. Damit ist die Gleichung 2.1 in Kapitel 2 gültig für den Lastfall der Verkehrsbelastung auf einer Seite der Federplatte und wenn die bezogene Lagerposition a/L_F größer als $1/3$ ist. Diese Bedingung ist in der Praxis aber im Allgemeinen nicht erfüllt, da die Länge der Federplatte sehr groß sein muss (ca. 3 m).

Unter Verkehrsbelastung auf einem Feld wird der Endpunkt der Federplatte normalerweise wegen der Senkung der Brückenlager mit gesenkt. Diese Absenkung kann einen Anteil des Momentes der Federplatte verursachen. Die Absenkung ist aber relativ klein im Vergleich zu der Verschiebung infolge der Zwangsverdrehung aus den Trägern. Bei der Berechnung des Momentes der Federplatte liegt dieser Anteil auf der sicheren Seite und kann daher vernachlässigt werden.

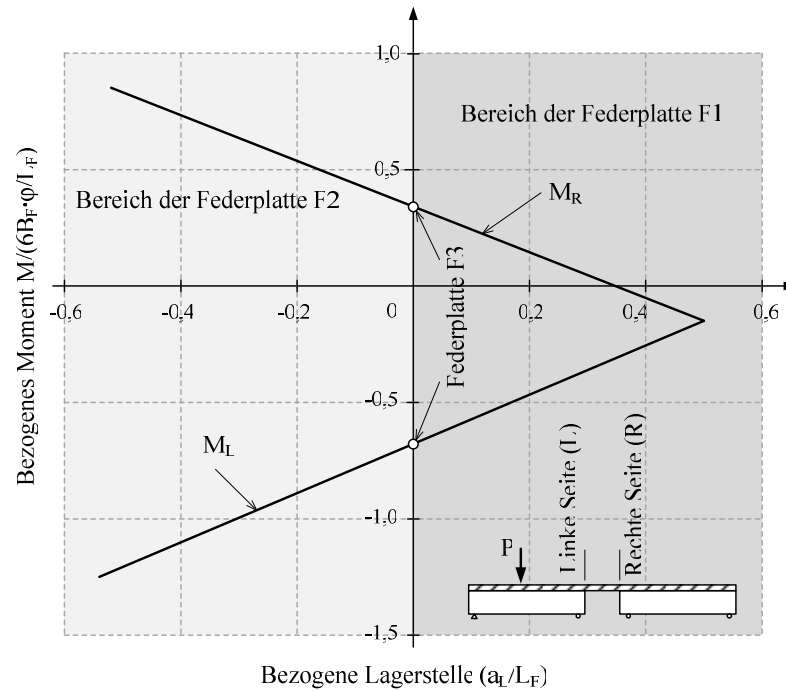


Abbildung 8.2: Beziehung zwischen Stützmomenten und der bezogenen Lagerstelle

Durch eine ähnliche Analyse ergibt sich die Querkraft in Abhängigkeit von der Zwangsverdrehung und der bezogenen Lagerstelle, die in Gleichung 8.25 und in Abbildung 8.3 dargestellt wird.

$$V_L = V_R = \frac{6B_F \cdot \varphi}{L_F^2} - \frac{12B_F \cdot \Delta y}{L_F^3} = \frac{6B_F \cdot \varphi}{L_F^2} \left(1 - \frac{2a_L}{L_F} \right) \quad (8.25)$$

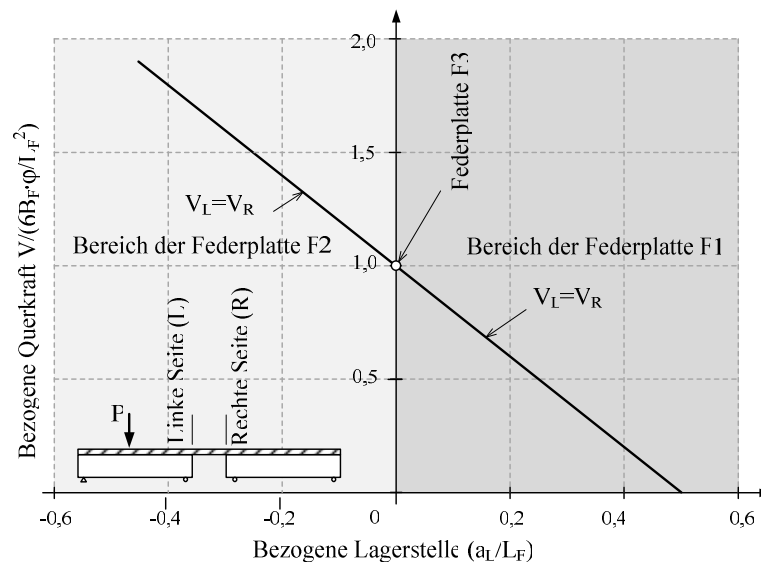


Abbildung 8.3: Querkraft der Federplatte

Um den Einfluss der Lagerposition zu illustrieren, wird ein Beispiel gezeigt. In Abbildung 8.4 sind drei Typen der Federplatten mit einer Länge von 2,0 m dargestellt.

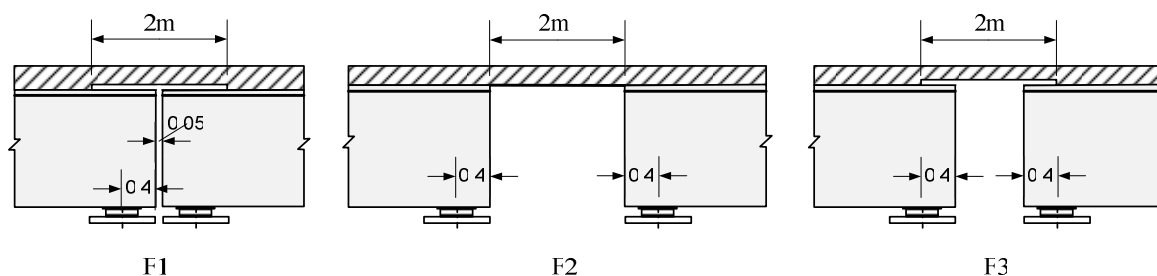


Abbildung 8.4: Beispiel der Federplatten Typen F1, F2 und F3

Unter Ansatz einer Zwangsverdrehung auf einer Seite, wird das Moment am zwangsseitigen Anschnitt der Federplatte für jeden Federplattentyp bestimmt. Hierzu wurde der Brückenträger eines benachbarten Feldes für alle Plattentypen mit einer Last belegt. Aus der Biegebeanspruchung der Durchlaufwirkung ergaben sich die Momente. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8.1 zusammengefasst. Hier ist M_3 das Moment der Federplatte des Typs F3, auf dem die übrigen Momente bezogen sind. Die Ergebnisse zeigen, dass in diesem Beispiel das maximal bezogene Moment bei der Federplatte des Typs F1 mehr als die Hälfte kleiner ist, als das bei der Federplatte des Typs F2 ist. Es ist in diesem Zusammenhang jedoch zu beachten, dass der Faktor zur Berücksichtigung lokaler Schnittgrößenkonzentration gemäß Kapitel 6 noch nicht einbezogen wurde. Wurde dieser durch Abschätzung beaufschlagt, so ist bei dem Typ F1 ein deutlich größeres Moment zu erwarten.

Federplatte	Bezogene Lagerposition a_L/L_F	M_i/M_3
F1	0,2875	0,56875
F2	-0,2000	1,30000
F3	0	1

Tabelle 8.1: Verhältnis der Momente der Federplatten infolge indirekter Lastbeanspruchung

Zur Bestimmung der Verdrehung des Trägerendes bzw. der Verdrehung am Ende der Federplatte, werden im Folgenden zwei Lastfälle berücksichtigt: Die ständige Last und die Verkehrslast. Die Schnittgrößen der Federplatte infolge dieser Lasten werden nachfolgend dargestellt.

a) Verdrehung des Trägerendes infolge Gleichlasten

Die ständige Last, die eine Zwangsverformung der Federplatte verursacht, beinhaltet die Lasten aus den Eigengewichten von Belag, Geländer und Gesims, die nach dem Betonieren der Federplatte einwirken. Die Verdrehung des Trägerendes wird wie folgt ermittelt:

$$\varphi = \frac{q \cdot L_0^2}{24 \cdot B_T} \quad (8.26)$$

Hier sind

q – die Summe der Gleichlasten,

L_0 – die berechnete Länge des Trägers (Abstand zwischen den Lagern in Brückenlängsachse),

B_T – die Biegesteifigkeit des Trägers.

b) Verdrehung des Trägerendes infolge Ermüdungslast ELM3

Die Verdrehung des Trägerendes unter der Beanspruchung von einer Achslast P im Feld wird wie folgt berechnet.

$$\varphi_1 = -\frac{P \cdot \eta \cdot L_0^2}{6B_T} (\alpha^3 - \alpha) \quad (8.27)$$

Hier sind:

α – die bezogene Stelle der Last, $\alpha = x/L_0$ (siehe auch Abbildung 8.5),

P – erste Lastachse des ELM3, $P = 120$ kN,

η – der Lastverteilungsfaktor in Brückenquerrichtung vom betrachteten Träger.

Ähnlich können die Verdrehung des Trägers für die Fälle der zweiten, dritten und vierten Lastachse des ELM3 im Feld beschrieben werden (siehe Gleichung 8.28, Gleichung 8.29 und Gleichung 8.30):

$$\varphi_2 = -\frac{P \cdot \eta \cdot L_0^2}{6B_T} \left[2\alpha^3 + \frac{3,6}{L_0} \alpha^2 + \left(\frac{1,44}{L_0^2} - 2 \right) \alpha + \left(\frac{1,728}{L_0^3} - \frac{1,2}{L_0} \right) \right] \quad (8.28)$$

$$\varphi_3 = -\frac{P \cdot \eta \cdot L_0^2}{6B_T} \left[3\alpha^3 + \frac{25,2}{L_0} \alpha^2 + \left(\frac{53,28}{L_0^2} - 3 \right) \alpha + \left(\frac{374,976}{L_0^3} - \frac{8,4}{L_0} \right) \right] \quad (8.29)$$

$$\varphi_4 = -\frac{P \cdot \eta \cdot L_0^2}{6B_T} \left[4\alpha^3 + \frac{50,4}{L_0} \alpha^2 + \left(\frac{371,52}{L_0^2} - 4 \right) \alpha + \left(\frac{967,68}{L_0^3} - \frac{16,8}{L_0} \right) \right] \quad (8.30)$$

Bei dem Fall der Einwirkung aus dem ELM3 auf dem Feld (voll mit vier Lastachsen), erreicht die Verdrehung des Trägerendes genau dann den maximalen Wert, wenn die bezogene Stelle des ELM3 den folgenden Wert α erreicht:

$$\alpha = \alpha_0 = \frac{1}{L_0} \left(\frac{\sqrt{L_0^2 - 39,96}}{\sqrt{3}} - 4,2 \right) \quad (8.31)$$

Die Beziehung zwischen der bezogenen Stelle des ELM3 α_0 und der berechneten Länge L_0 wird in Abbildung 8.5 dargestellt.

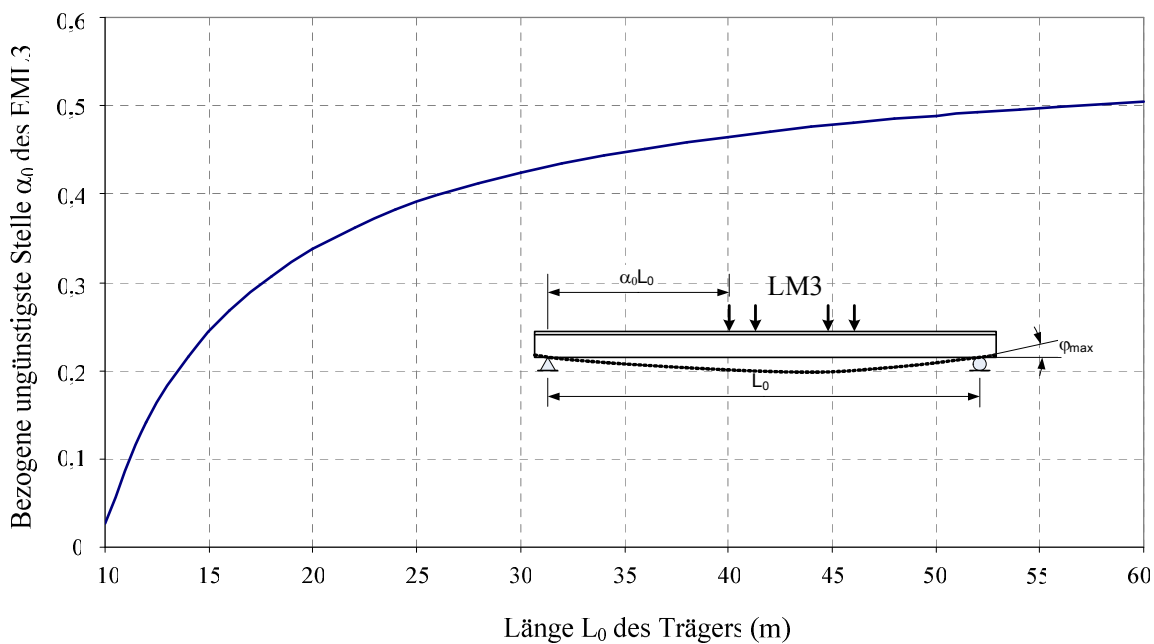


Abbildung 8.5: Zusammenhang zwischen der bezogenen ungünstigsten Stelle des ELM3 und der Länge L_0 des Trägers

Unter Verwendung der bezogenen Verdrehung

$$\phi = \phi_{4,\max} \cdot \frac{B_T}{\eta \cdot L_0^2} \quad (8.32)$$

wird die Beziehung zwischen der bezogenen Verdrehung des Trägerendes ϕ und der berechneten Länge L_0 des Trägers in Abbildung 8.6 dargestellt.

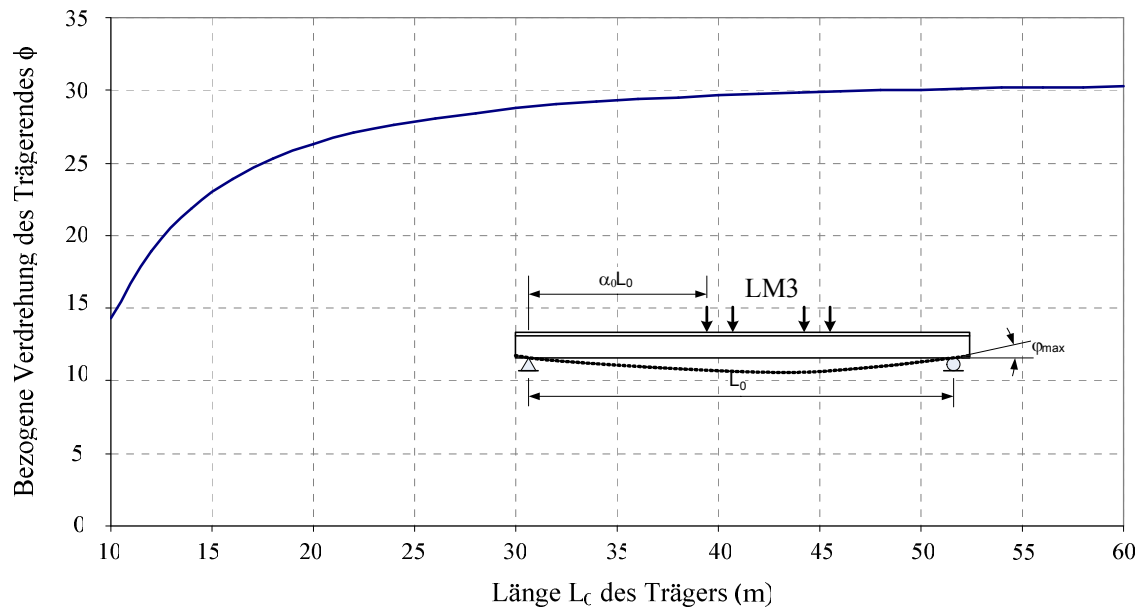


Abbildung 8.6: Zusammenhang zwischen der bezogenen maximalen Verdrehung des Trägerendes und der Länge L_0 des Trägers infolge des ELM3

Die maximale Verdrehung des Trägerendes kann direkt durch die Verwendung der Gleichung 8.30 oder durch das Ablesen der Werte aus Abbildung 8.5 und Abbildung 8.6 bestimmt werden.

8.3.2 Schnittgrößen infolge lokaler Belastung

Die Radlast bei dem Ermüdungslastmodell ELM3 ergibt sich aus der halben Achslast und beträgt $P_{0,5} = 60\text{kN}$. Sie wirkt in einer Fläche von $0,4\text{ m} \times 0,4\text{ m}$ an der Oberfläche der Federplatte. Zur Vereinfachung in der Schnittgrößenermittlung wird hier ein Streifen der Federplatte mit einer Breite von 1 m als ein Stabelement mit eingespannten Enden modelliert (siehe Abbildung 8.7). Das Moment am Ende der Federplatte aus einer linearen Berechnung mit dem Stabelement wird daher mit einem Faktor k_m korrigiert. Der Korrekturfaktor berücksichtigt die Randbedingung sowie die Lastverteilung in der Federplatte und dadurch eine Schnittgrößenkonzentration infolge unterschiedlicher Lagerungsrandbedingungen der Federplattentypen (siehe auch Kapitel 6). Da nur die maximalen Werte der Schnittgrößen interessieren, kann bei bestimmten Geometriebedingungen am Rand der Federplatte ein konstanter Faktor k_m verwendet werden.

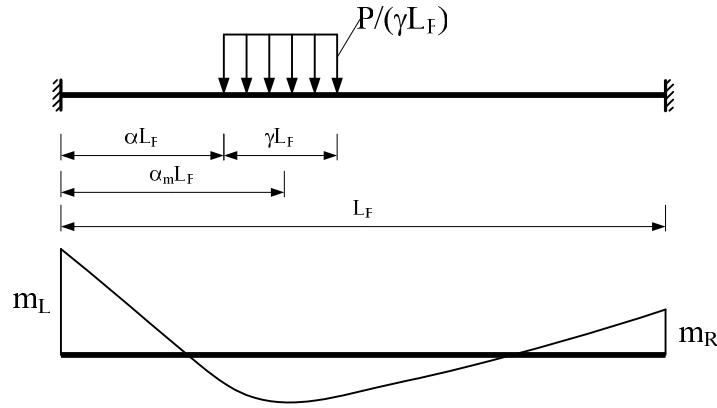


Abbildung 8.7: Maximales Moment der Federplatte infolge direkter Verkehrsbelastung

Sind α und γ die bezogene Stelle der Lastachse und die bezogene Lastverteilungslänge, so kann das Moment am Anschnitt der Federplatte wie folgt ermittelt werden:

$$m_L = \left(\frac{1}{2}(\alpha + \gamma)^2 - \frac{2}{3}(\alpha + \gamma)^3 + \frac{1}{4}(\alpha + \gamma)^4 - \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{2}{3}\alpha^3 - \frac{1}{4}\alpha^4 \right) \cdot P_{0,5} \cdot k_m \cdot L_F \quad (8.33)$$

Das Moment m_L erreicht den maximalen Wert an der bezogenen Stelle der Lastachse:

$$\alpha = \frac{(4 - 3\gamma) - \sqrt{4 - 3\gamma^2}}{6} \quad (8.34)$$

Die bezogene Position der Lastachse α_m (im Mittelpunkt der Lastverteilungslänge) wird wie folgt ermittelt:

$$\alpha_m = \alpha_{\max} + \frac{\gamma}{2} = \frac{(4 - 3\gamma) - \sqrt{4 - 3\gamma^2}}{6} + \frac{\gamma}{2} = \frac{4 - \sqrt{4 - 3\gamma^2}}{6} \approx \frac{1}{3} \quad (8.35)$$

Für eine einfache Berechnung mit Betrachtung der Achslast als eine Punktlast, kann das Moment wie folgt ermittelt werden:

$$m_L = \alpha \cdot (1 - \alpha)^2 \cdot P_{0,5} \cdot L_F \quad (8.36)$$

Das Moment m_L erreicht den maximalen Wert bei der bezogenen Position der Lastachse $\alpha = 1/3$. Der maximale Momentenwert ist in diesem Fall:

$$m_{L,\max} = \frac{4}{27} \cdot P_{0,5} \cdot L_F \cdot k_m = \left(\frac{4}{27} \cdot P_{0,5} \cdot k_m \right) \cdot L_F \quad (8.37)$$

Für den Fall der Federplatten F2 und F3 (mit Einspannung beider Enden der Federplatte) beträgt der Korrekturfaktor $k_m = 0,73$. Dieser Faktor kann durch eine Vergleichsrechnung unter Verwendung von Schalenelementen bestimmt werden.

8.4 Abschätzung des Verhältnisses der Bewehrungsgrade

Ist Rissbildung an beiden Seiten der Federplatte zu erwarten, so ist die Ermüdung an Ober- und Unterseite zu kontrollieren. Wie bereits in Kapitel 6 und 7 dargestellt, wird die maximale Lebensdauer der Federplatte erreicht, wenn die Bewehrungsgrade in einem günstigen Verhältnis zueinander stehen. Ein großer oder besonders kleiner Unterschied zwischen den Bewehrungsgraden bringt hier keine wirtschaftliche Effizienz.

Abbildung 8.8 zeigt, dass die größten Spannungen in den Bewehrungsstählen bei den Extremalmomenten m_1 und m_6 erzielt werden. Die maximale Schwingbreite der Stahlspannung kann wie folgt ermittelt werden:

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_1^+ - \sigma_1^- \quad (8.38)$$

$$\Delta\sigma_2 = \sigma_2^+ - \sigma_2^- \quad (8.39)$$

Hier sind:

σ_1^+, σ_2^+ - die Stahlspannung in der Zugseite infolge der Momente m_1 und m_6 ,

σ_1^-, σ_2^- - die Stahlspannung in der Druckseite infolge der Momente m_1 und m_6 .

Da die Stahlspannungen in der Druckzone relativ klein sind, kann die Schwingbreite der Spannung annähernd wie folgt ermittelt werden:

$$\Delta\sigma_1 \approx \sigma_1^+ \quad (8.40)$$

$$\Delta\sigma_2 \approx \sigma_2^+ \quad (8.41)$$

Diese Spannungen stehen in linearem Zusammenhang mit den Momenten und sind umgekehrt proportional zu den Bewehrungsgraden. Um bei gleichzeitigem Versagen beider Bewehrungslagen eine optimale Ermüdungstragfähigkeit zu erzielen, müssen die Schwingbreiten annähernd gleich sein. Dies führt daher zu der folgenden Gleichung:

$$k_R = \frac{\rho_1}{\rho_2} \approx \frac{m_{1,\max}}{m_{6,\max}} = k_M \quad (8.42)$$

Gleichung 8.42 zeigt den ungefähren Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der Bewehrungsgrade und dem Verhältnis der maximalen Momente. Die maximalen Momente m_1 und m_6 werden wie folgt ermittelt:

$$m_{1,\max} = m_S + m_{L,\max} = m_S + \frac{\varphi_{4,\max} \cdot 6B_F}{L_F} \left(\frac{2}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) \quad (8.43)$$

$$m_{6,\max} = m_S + m_{R,\max} = m_S + \frac{\varphi_{4,\max} \cdot 6B_F}{L_F} \left(-\frac{1}{3} + \frac{a_L}{L_F} \right) \quad (8.44)$$

Hier ist m_s das Moment infolge ständiger Lasten. Da im Allgemeinen $m_1 > m_6$ und $\rho_1 > \rho_2$ ist, folgt für die Spannung $|\sigma_1| < |\sigma_2|$. Die Gleichung 8.42 kann daher wie folgt geschrieben werden:

$$k_R = \frac{\rho_1}{\rho_2} < \frac{m_{1,\max}}{m_{6,\max}} = k_M \quad (8.45)$$

Die Gleichung 8.42 und 8.45 ermöglichen eine relativ gute Abschätzung der Bewehrungsgrade, was zu einer Vereinfachung bei der Bemessung führt. Ergeben sich für die Unterseite im Plattenanschnitt derart kleine Schnittgrößen, so dass keine Rissbildung an der Unterseite folgt, ist die Stahlspannung an dieser Seite ebenfalls klein, womit sie bei der Ermüdungsberechnung vernachlässigt werden kann. Das bedeutet, dass die Gleichungen 8.42 und 8.45 in diesem Sonderfall als gegenstandslos erachtet werden können.

8.5 Bestimmung der Optimallänge der Federplatte

Wie schon in Kapitel 6 erläutert, wird eine Optimallänge der Federplatte erreicht, wenn die maximalen Momente am Ende der Federplatte infolge indirekter und direkter Verkehrsbeanspruchungen gleich sind. Das heißt, $m_1 = m_2$ oder $m_1 = m_3$ (siehe Abbildung 8.8).

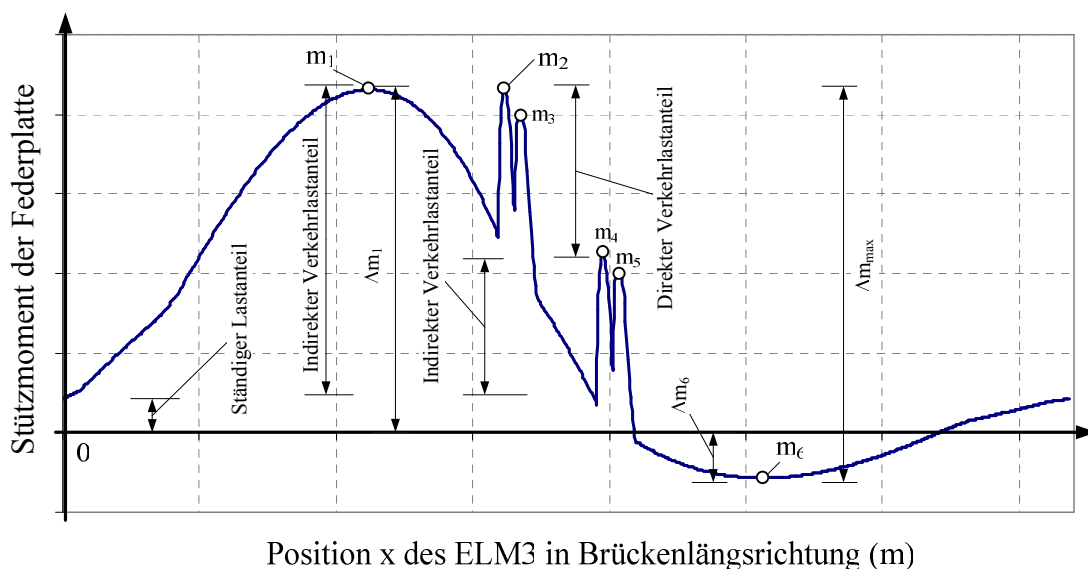
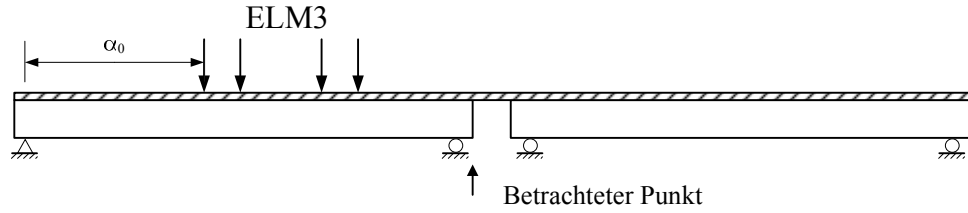


Abbildung 8.8: Allgemeiner Momentenverlauf der Federplatte infolge einer ELM3-Überfahrt

Die Anordnungen des ELM3 zur Berechnung der maximalen Momente m_1 und m_2 werden entsprechend in Abbildung 8.9a und Abbildung 8.9b dargestellt. Dabei erreicht das Moment m_2 den maximalen Wert, wenn eine Lastachse auf der Federplatte bei einer bezogenen Stelle von ca. $1/3$ der Länge der Federplatte steht.

a) Zur Berechnung der maximalen Verdrehung φ_4
bei maximalem Moment m_1



b) Zur Berechnung der Verdrehung φ_3
bei maximalem Moment m_2

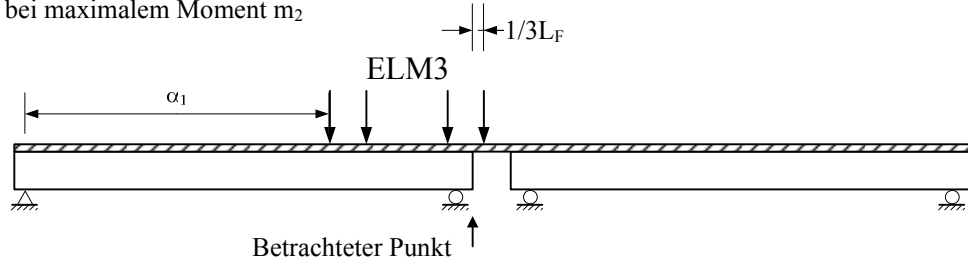


Abbildung 8.9: Anordnung des ELM3 zur Berechnung der Stützmomente m_1 und m_2

Die Momente m_1 und m_2 werden wie folgt ermittelt:

$$m_1 = \varphi_{4,\max} \cdot \frac{6B_F}{L_F} \left(\frac{2}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) \quad (8.46)$$

$$m_2 = \varphi_3 \cdot \frac{6B_F}{L_F} \left(\frac{2}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) + \left(\frac{4}{27} \cdot P_{60} \cdot k_m \right) \cdot L_F \quad (8.47)$$

Die optimale Länge L_F kann durch eine Auslösung der Gleichung 8.48 bestimmt werden.

$$m_1 - m_2 = 0 \quad (8.48)$$

Mit einer Setzung aus der Differenz der Verdrehungen am Trägerende aus beiden Verkehrsanordnungen von

$$\Delta\varphi = (\varphi_{4,\max} - \varphi_3) \quad (8.49)$$

kann die Gleichung 8.48 wie folgt beschrieben werden:

$$\Delta\varphi \cdot \frac{6B_F}{L_F} \left(\frac{2}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) - \left(\frac{4}{27} \cdot P_{60} \cdot k_m \right) \cdot L_F = 0 \quad (8.50)$$

Die Gleichung 8.50 wird dann als eine kubische Gleichung wie folgt umgesetzt:

$$\Delta\varphi \cdot (4B_F \cdot L_F - 6a_L) - \left(\frac{4}{27} \cdot P_{0,5} \cdot k_m \right) \cdot L_F^3 = 0 \quad (8.51)$$

oder

$$\left(\frac{2}{27} \cdot P_{0,5} \cdot k_m \right) \cdot L_F^3 - \Delta\varphi \cdot 2B_F \cdot L_F + \Delta\varphi \cdot 3B_F \cdot a_L = 0 \quad (8.52)$$

Für den Federplattentyp F3 ($a_L = 0$) wird die optimale Länge der Federplatte wie folgt ermittelt:

$$L_{F,opt} = \sqrt{\frac{\Delta\varphi \cdot 27B_F}{P_{0,5} \cdot k_m}} \quad (8.53)$$

Die Gleichung 8.53 zeigt, dass $L_{F,opt}$ proportional zu der Verdrehungsdifferenz am Trägerende und zur Biegesteifigkeit der Federplatte ist. Das heißt, je größer die Biegesteifigkeit, desto größer die optimale Länge. Außerdem ist die optimale Länge umgekehrt proportional zu der Größe der Achslast.

Die allgemeine Lösung der kubischen Gleichung 8.52 wird wie folgt dargestellt. Hier wird nur die reelle Lösung mit dem Wert größer als Null verwendet.

$$D = \frac{4}{9} \Delta\varphi \cdot P_{0,5} \cdot k_m \cdot B_F \quad (8.54)$$

$$p = \frac{-2P_{0,5}^2 \cdot k_m^2 \cdot \Delta\varphi \cdot B_F \cdot a_L}{9 \cdot \sqrt{|D|^3}} \quad (8.55)$$

Wenn $|p| \leq 1$ ist, ergibt sich die $L_{F,opt}$ der Federplatte zu:

$$L_{F,opt} = \frac{9\sqrt{D} \cos\left(\frac{\arccos(p)}{3}\right)}{P_{0,5} \cdot k_m} \quad (8.56)$$

Wenn $|p| > 1$ ist, wird die $L_{F,opt}$ der Federplatte wie folgt ermittelt:

$$L_{F,opt} = \frac{9\sqrt{D}|p|}{2P_{0,5} \cdot k_m \cdot p} \left(\sqrt[3]{|p| + \sqrt{p^2 - 1}} + \sqrt[3]{|p| - \sqrt{p^2 - 1}} \right) \quad (8.57)$$

8.6 Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche

Die Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche wird im Rahmen des Nachweises gegen Ermüdung durchgeführt. Wenn die Schnittgrößen bereits gegeben sind, stellt sich der allgemeine Ablauf der Berechnung wie folgt dar:

1. Annahme einer Bewehrungsfläche A_s
2. Ermittlung der Spannungen in den Bewehrungsstäben. Die Berechnung ist ein iterativer Prozess, indem die Krümmung und Dehnung des Querschnittes ständig geändert werden, bis ein Gleichgewicht zwischen Einwirkung und Widerstand erreicht ist.
3. Durchführung des Spannungsnachweises. Für den Ermüdungsnachweis ist die Wahl einer zulässigen Schwingbreite der Spannung erforderlich.
4. Änderung der Bewehrungsfläche (Schritt 1) und Wiederholung der Schritte 2 und 3 bis zum Erreichen einer optimierten Bewehrungsfläche.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein einfaches Verfahren zur Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche, basierend auf einer analytischen Lösung, entwickelt. Dabei ist keine iterative Berechnung erforderlich und die Lösung ist exakt. Zunächst werden das Prinzip des neuen Ansatzes sowie die detaillierte Lösung dargestellt.

Das Hauptprinzip des neu entwickelten Verfahrens besteht darin, dass eine gewünschte Spannung des Bewehrungsstahls als Eingangsparameter der Berechnung festgelegt wird. Mit dieser kann die Dehnung des Bewehrungsstahls in der Zugzone bestimmt werden. Die Bestimmung der Verformungsebene reduziert sich dann nur auf die Bestimmung der Krümmung. Basierend auf der Gleichgewichtsbedingung zwischen inneren und äußeren Kräften, welche zu einer kubischen Gleichung mit der Krümmung als einzige Variable führt, wird die zugehörige Krümmung berechnet.

Die Berechnung wird am gerissenen Querschnitt des Bauteils durchgeführt. Abbildung 8.10 zeigt die Dehnung und Spannung eines Rechteckquerschnittes unter dem Moment M und Normalkraft N . Da die Dehnung des Betons in der Druckzone unter Ermüdungslast relativ klein ist, wird hier die vereinfachte Annahme der Dreiecksverteilung der Betonspannung in der Druckzone verwendet. Die Betonspannung kann daher durch die Dehnung und den Elastizitätsmodul ermittelt werden. Diese Beziehung ist wie folgt dargestellt:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c \quad (8.58)$$

Wird Kriechen berücksichtigt, kann die Gleichung 8.59 verwendet werden.

$$\sigma_c = \frac{E_c}{1 + \varphi_c} \cdot \varepsilon_c \quad (8.59)$$

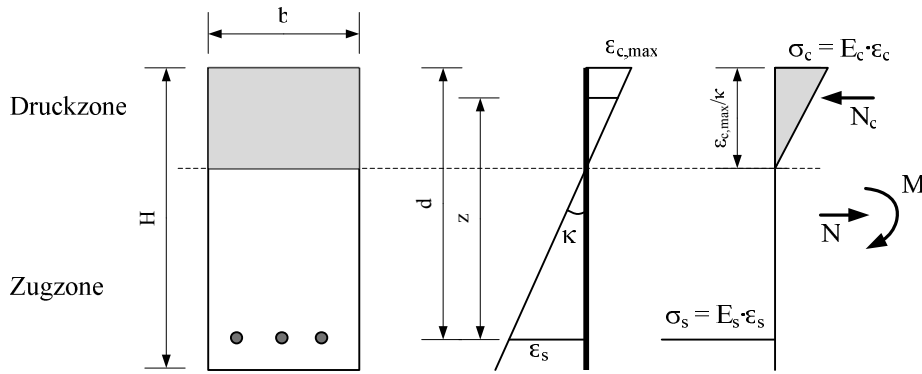


Abbildung 8.10: Berechnungsmodell für einen Rechteckquerschnitt

Wenn die Stahlspannung $\sigma_{s,fat}$ in der Zugzone vorgegeben ist, wird die Dehnung der Stahlbewehrung wie folgt ermittelt:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_{s,fat}}{E_s} \quad (8.60)$$

Die maximale Dehnung des Betons in der Druckzone kann durch die Krümmung beschrieben werden (siehe Gleichung 8.61).

$$\varepsilon_{c,max} = \kappa \cdot d - \varepsilon_s \quad (8.61)$$

Der Hebelarm wird wie folgt beschrieben:

$$z = d - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{c,max}}{\kappa} \quad (8.62)$$

Die Betondruckkraft in der Druckzone ist ein Integral der Betonspannung in der Druckzonenfläche. Aufgrund der geringen Betonspannungen kann in diesem Fall die Betondruckkraft vereinfacht wie folgt ermittelt werden:

$$N_c = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{c,max} \cdot \frac{\varepsilon_{c,max}}{\kappa} \right) \cdot b \cdot \frac{E_c}{1 + \varphi_c} \quad (8.63)$$

Die Beziehung zwischen Moment M, Normalkräften N und N_c wird wie folgt beschrieben:

$$M + N \cdot \left(d - \frac{H}{2} \right) = N_c \cdot z = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{c,max}^2}{\kappa} \cdot b \cdot \frac{E_c}{1 + \varphi_c} \cdot \left(d - \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_{c,max}}{\kappa} \right) \quad (8.64)$$

Durch Einsetzen der Gleichung 8.63 in die Gleichung 8.64 ergibt sich folgende Gleichung:

$$M + N \cdot \left(d - \frac{H}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{(\kappa \cdot d - \varepsilon_s)^2}{\kappa} \left(d - \frac{\kappa \cdot d - \varepsilon_s}{3\kappa} \right) \cdot b \cdot \frac{E_c}{1 + \varphi_c} \quad (8.65)$$

Nach Umstellen und Kürzen in der Gleichung 8.65 führt dies zu einer kubischen Gleichung zur Beschreibung der Krümmung.

$$2d^3\kappa^3 - \left(3d^2\varepsilon_s + \frac{3(2M + N \cdot (2d - H)) \cdot (1 + \varphi_c)}{b \cdot E_c} \right) \kappa^2 + \varepsilon_s^3 = 0 \quad (8.66)$$

Durch Auflösung der Gleichung nach κ folgt:

$$\kappa = \frac{2\sqrt{D} \cos\left(\frac{\arccos(p)}{3}\right) - \left(3d^2\varepsilon_s + \frac{3(2M + N \cdot (2d - H)) \cdot (1 + \varphi_c)}{b \cdot E_c} \right)}{6d^3} \quad (8.67)$$

Hier sind:

$$D = \left(3d^2\varepsilon_s + \frac{3(2M + N \cdot (2d - H)) \cdot (1 + \varphi_c)}{b \cdot E_c} \right)^2 \quad (8.68)$$

$$p = \frac{- \left(3d^2\varepsilon_s + \frac{3(2M + N \cdot (2d - H)) \cdot (1 + \varphi_c)}{b \cdot E_c} \right)^3 - 27d^3\varepsilon_s^3}{\sqrt{|D|}} \quad (8.69)$$

Mit der Lösung für die Krümmung κ kann unter Verwendung der Gleichung 8.63 und den gegebenen Größen N und $\sigma_{s,fat}$ die erforderliche Bewehrungsfläche wie folgt berechnet werden:

$$A_s = \frac{N + N_c}{\sigma_{s,fat}} \quad (8.70)$$

Dieses Verfahren kann auch für andere Bemessungsfälle erweitert werden – z.B. bei der Ermittlung der erforderlichen Bewehrungsfläche zur Beschränkung der Rissbreite. Wenn eine große Dehnung des Betons im Druckbereich erwartet wird, sollte ein Faktor zur Berücksichtigung der Betonspannungsverteilung in den Formeln verwendet werden.

Zur Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche der Federplatte gegen Ermüdung wird die maximale Differenz des Momentes Δm verwendet. Diese Schwingbreite des Momentes (siehe auch Abbildung 8.8) kann wie folgt bestimmt werden:

Fall 1: wenn $m_6 \geq 0$ ist, hat m_6 das gleiche Vorzeichen wie m_1 .

$$\Delta m = \max(m_1, m_2, m_3) - m_6 \quad (8.71)$$

Fall 2: wenn $m_6 < 0$ ist, dann hat m_6 ein anderes Vorzeichen als m_1 . Die Spannung des Bewehrungsstahls infolge m_6 ist relativ klein, da die Bewehrung in der Druckzone liegt. Daher wird vereinfachend dieser Spannungsanteil, wie bereits in Kapitel 8.4 beschrieben, vernachlässigt werden.

$$\Delta m = \max(m_1, m_2, m_3) \quad (8.72)$$

Zur Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche der Federplatte, werden die Grenzwerte der Stahlspannung entsprechend der Anzahl der Lastwechsel verwendet. Aus der Wöhlerlinie des Stahls mit der Annahme der Neigung $k = 5$ kann die Grenzspannung σ_i in Abhängigkeit von der maximale Lastwechselzahl N_i wie folgt ermittelt werden:

$$\sigma_i = \frac{175}{1,15} \cdot \left(\frac{10^6}{N_i} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (8.73)$$

Zur Anpassung mit den Verkehrsstärken, die in DIN-FB 101 (2009) definiert sind, werden hier die Grenzwerte der Stahlspannung für eine definierte Ziellebensdauer von 100 Jahren in Tabelle 8.2 zusammengefasst.

Verkehrskategorie	1	2	3	4
N_{obs} pro Jahr und je SLW-Fahrstreifen	$2 \cdot 10^6$	$0,5 \cdot 10^6$	$0,125 \cdot 10^6$	$0,05 \cdot 10^6$
$\sigma_{\text{s,fat}}$ [N/mm ²]	53	70	92	110
$\varepsilon_{\text{s,fat}}$	$0,265 \cdot 10^{-3}$	$0,35 \cdot 10^{-3}$	$0,46 \cdot 10^{-3}$	$0,55 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 8.2: Grenzwerte der Stahlspannung für eine Lebensdauer von 100 Jahren

8.7 Beispiel

Das entwickelte Verfahren für eine einfache Berechnung sowie Bemessung der allgemeinen Federplatte soll im Folgenden anhand eines Beispiels illustriert werden. Hierzu wird eine typische Brücke des vietnamesischen Brückenbaus aus „Super-T“ Fertigteilträgern und Federplatten gewählt. Die Brücke hat Querträger, bei denen am Ende der Längsträger der Anschluss der Federplatten vorliegt. Neben dem Federplattentyp F2 wird der Federplattentyp F3 zu Vergleichszwecken berechnet.

Eingangsgrößen der Berechnung:

Nr.	Parameter	Wert	Einheit
1	Länge der Träger L_T	38,0	m
2	Trägerüberstand a über Brückenlager	0,4	m
3	Höhe des Trägers	1,9	m
4	Abstand der Träger in Brückenquerrichtung	2,2	m
5	Biegetragfähigkeit des Trägers	21.602.070	kN.m ²
6	Lastverteilungsfaktor des Trägers η	0,45	-
7	Betonfestigkeitsklasse für Federplatte	C30/37	-
8	Dicke der Federplatte H	0,2	m
9	Ständige Last aus Belag, Gesims, Gelände q_s	12,0	kN/m/m
10	Ziellebensdauer	100	Jahre

Wahl der wesentlichen Parameter der Federplatte

Bewehrungsgrade: $\rho_1 = 2\%$ und $\rho_2 = 1\%$,

Länge der Federplatte: $L_F = 2,0\text{m}$

Berechnung

Berechnete Länge des Trägers: $L_0 = L_T - a = 38,0 - 2 \cdot 0,4 = 37,2\text{m}$

Abstand zwischen Lager und Ende der Federplatte F2: $a_L = -a = -0,4\text{m}$

Bezogene Stelle des ELM3

$$\alpha_0 = \frac{1}{L_0} \left(\frac{\sqrt{L_0^2 - 39,96}}{\sqrt{3}} - 4,2 \right) = \frac{1}{37,2} \left(\frac{\sqrt{37,2^2 - 39,96}}{\sqrt{3}} - 4,2 \right) = 0,456$$

$$\alpha_1 = \frac{L_0 + a + L_F / 3 - 8,4}{L_0} = \frac{37,2 + 0,4 + 2,0 / 3 - 8,4}{37,2} = 0,803$$

Abgelesen in Abbildung 8.6 ergibt sich

$$\phi = 29,5$$

Berechnung der Verdrehung des Trägerendes:

Infolge ELM3 mit 4-Lastachsen im Brückenfeld:

$$\varphi_{4,\max} = \phi \cdot \frac{\beta \cdot L_0^2}{B_T} = 29,46 \cdot \frac{0,45 \cdot 37,2^2}{21602070} = 0,00085 \text{ rad}$$

Infolge ELM3 mit 3-Lastachsen im Brückenfeld:

$$\varphi_3 = 0,00035 \text{ rad}$$

Differenz der Verdrehung:

$$\Delta\varphi = \varphi_{4,\max} - \varphi_3 = 0,00085 - 0,00035 = 0,0005 \text{ rad}$$

Infolge ständiger Last q_s :

$$\varphi_s = \frac{q \cdot L_0^2}{24 \cdot B_T} = \frac{12,0 \cdot 2,2 \cdot 37,2^2}{24 \cdot 21602070} = 0,0000705 \text{ rad}$$

Infolge Temperaturdifferenz $\Delta T_{o,u} = -8\text{K}$ (n. DIN-FB 101 (2009)) zur Ermittlung der Biegesteifigkeit:

$$\varphi_{T,\max} = \frac{T \cdot \alpha_T}{H} \cdot \frac{L_T}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{1,9} \cdot \frac{38,0}{2} = 0,0008 \text{ rad}$$

$$\varphi_{F,\max} = \frac{T \cdot \alpha_T}{H} \cdot \frac{L_F}{2} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{0,2} \cdot \frac{2,0}{2} = 0,0004 \text{ rad}$$

Maximale Krümmung der Federplatte infolge ständiger Last, ELM3 und Temperatur:

$$\kappa_{\max} = \frac{2 \cdot (\varphi_{4,\max} + \varphi_{T,\max} + \varphi_{F,\max} + \varphi_s)}{L_F} = \frac{2 \cdot (8,5 + 8 + 4 + 0,7) \cdot 10^{-4}}{2,0} = 0,00212 \text{ rad}$$

Abschätzung der Biegesteifigkeit der Federplatte:

$$B_F = \left[0,2 + (11 \cdot 0,02 + 0,01) - 0,0039 \cdot (0,00212 \cdot 0,2)^{-0,9339} \cdot (0 - 0,035) \right] \cdot 31900 \cdot \frac{1,0 \cdot 0,2^3}{12} \cdot 10^3$$

$$= 13242,3 \text{ kNm}^2 / \text{m}$$

Schnittgrößenermittlung

$$m_{1,F2} = \frac{6B_F \cdot (\varphi_{4,\max} + \varphi_s)}{L_F} \left(\frac{2}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) + \frac{(q_s + q_F) \cdot L_F^2}{12} = 37,36 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{6,F2} = -\frac{6B_F \cdot (\varphi_{4,\max} + \varphi_s)}{L_F} \left(\frac{1}{3} - \frac{a_L}{L_F} \right) + \frac{(q_s + q_F) \cdot L_F^2}{12} = -13,84 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{1,F3} = \frac{2B_F \cdot (\varphi_{4,\max} + \varphi_s)}{L_F} + \frac{(q_s + q_F) \cdot L_F^2}{12} = 30,05 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$m_{6,F3} = -\frac{2B_F \cdot (\varphi_{4,\max} + \varphi_s)}{L_F} + \frac{(q_s + q_F) \cdot L_F^2}{12} = -6,52 \text{ kNm} / \text{m}$$

Da infolge $m_{6,F2}$ und $m_{6,F3}$ die betrachtete Bewehrung auf der gedrückten Querschnittsseite liegt und somit keine nennenswerte ermüdungsrelevante Beanspruchung vorliegt, werden nur $m_{1,F2}$ und $m_{1,F3}$ weiter berücksichtigt.

Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsfläche

$$\Delta m_{1,F2} \equiv m_{1,F2} = 37,36 \text{ kNm} / \text{m}$$

$$\Delta m_{1,F3} \equiv m_{1,F3} = 30,05 \text{ kNm} / \text{m}$$

Die Ergebnisse der erforderlichen Bewehrungsfläche nach dem ersten Rechengang mit den Gleichungen aus Abschnitt 8.6 sind in der Tabelle 8.3 dargestellt.

Verkehrskategorie		1	2	3	4
F2	$A_{s1} [\text{cm}^2/\text{m}]$	54,94	40,79	30,49	25,23
	$\rho_1 [\%]$	2,75	2,04	1,53	1,26
F3	$A_{s1} [\text{cm}^2/\text{m}]$	44,31	32,93	24,64	20,40
	$\rho_1 [\%]$	2,22	1,65	1,23	1,02

Tabelle 8.3: Erforderliches Bewehrungsgehalt der Federplatten F2 und F3 für eine Ziellebensdauer von 100 Jahren nach dem ersten Rechengang

Der dargestellte Rechenprozess ist im Folgenden solange zu wiederholen bis die berechnete Bewehrungsfläche konform zu den eingangs gewählten Bewehrungsgraden ist.

Zur Optimierung der Federplatte wird ein weiterer Berechnungsansatz nachfolgend dargelegt.

Bestimmung der optimalen Länge der Federplatte

Mit Gleichung 8.54:

$$D = \frac{4}{9} \Delta \varphi \cdot P_{0,5} \cdot k_m \cdot B_F = \frac{4}{9} \cdot 0,0005 \cdot 60 \cdot 0,73 \cdot 13242,3 = 128,89$$

und Gleichung 8.55:

$$p = \frac{-2P_{0,5}^2 \cdot k_m^2 \cdot \Delta \varphi \cdot B_F \cdot a_L}{9 \cdot \sqrt{|D|^3}} = \frac{-2 \cdot 60^2 \cdot 0,73^2 \cdot 0,0005 \cdot 13242,3 \cdot (-0,4)}{9 \cdot \sqrt{128,89^3}} = 0,772$$

Federplatte F2:

Mit Gleichung 8.56:

$$L_{F,opt} = \frac{9\sqrt{D} \cos\left(\frac{\arccos(p)}{3}\right)}{P_{0,5} \cdot k_m} = 2,27 \text{ m}$$

Federplatte F3:

und Gleichung 8.53:

$$L_{F,opt} = \sqrt{\frac{\Delta\varphi \cdot 27 B_F}{P_{0,5} \cdot k_m}} = 2,02m$$

Bestimmung des erforderlichen Bewehrungsgehaltes bei optimaler Federplattenlänge

Ähnlich wie die eingangs zu Kapitel 8.7 dargestellte Berechnung, ergibt sich die erforderliche Bewehrungsfläche bei der Berechnung mit dem zweiten Ansatz, wie in Tabelle 8.4 zusammengefasst dargestellt wurde. Zu Vergleichszwecken sind auch die Ergebnisse aus der Gegenrechnung mit dem Programm BMAP aufgezeigt.

Verkehrskategorie		1	2	3	4
F2 ($L_F = 2,27m$) (Analytisches Verfahren)	$A_{s1} [cm^2/m]$	60,30	39,20	26,70	21,20
	$\rho_1 [\%]$	3,02	1,96	1,34	1,06
F2 ($L_F = 2,27m$) (BMAP)	$A_{s1} [cm^2/m]$	51,00	35,00	25,00	20,00
	$\rho_1 [\%]$	2,55	1,75	1,25	1,00
F3 ($L_F = 2,02m$) (Analytisches Verfahren)	$A_{s1} [cm^2/m]$	46,90	30,85	21,35	17,02
	$\rho_1 [\%]$	2,35	1,54	1,07	0,85
F3 ($L_F = 2,02m$) (BMAP)	$A_{s1} [cm^2/m]$	42,00	30,00	21,20	17,00
	$\rho_1 [\%]$	2,10	1,50	1,06	0,85

Tabelle 8.4: Erforderlicher Bewehrungsgehalt der Federplatten F2 und F3 für eine Ziellebensdauer von 100 Jahren

Das einfache Verfahren weist eine schnelle Konvergenz in der Berechnung des erforderlichen Bewehrungsgehaltes auf. Der Tabelle 8.4 kann entnommen werden, dass im Allgemeinen eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen aus der Verwendung des einfachen Verfahrens und denen des Programms BMAP vorliegt. Eine wesentliche Abweichung zwischen den Ergebnissen gibt es lediglich bei den sehr hohen Bewehrungsgraden in der Zugzone ($\rho_1 \geq 3,0\%$). Der Grund liegt in dem Anwendungsbereich der Formel 8.11 zur Abschätzung der Biegesteifigkeit, deren Gültigkeit für den Bewehrungsgrad in einer Seite des Querschnittes auf 2,5% beschränkt ist.

8.8 Zusammenfassung

Im vorliegenden Kapitel wurde ein analytisches Verfahren zur Bemessung der Federplatte, insbesondere gegen Ermüdung, vorgestellt. Mithilfe analytischer Formeln kann die Bemessung der Federplatte einfach und zuverlässig durchgeführt werden. Diese Formeln beinhalten alle wichtigen Punkte für eine Bemessung: Wirklichkeitsnahe Abschätzung der Biegesteifigkeit der Bauteile, Schnittgrößenermittlung sowie Nachweis und Ermittlung des erforderlichen Bewehrungsgehaltes. Außerdem ermöglichen sie eine Vordimensionierung sowie die Optimierung der Federplatte hinsichtlich konstruktiver Anforderungen, insbesondere bei Ermüdungsbeanspruchung.

Zunächst wurde eine Formel zur Abschätzung der wirksamen Biegesteifigkeit der Betonquerschnitte unter wiederholter und wechselnder Belastung entwickelt. Für die vorgespannten Fertigteilträgerquerschnitte wird der Tangentenmodul des Beton E_{c0m} zur Berechnung der Querschnittswerte empfohlen. Bei Querschnitten mit einem hohen Bewehrungsgehalt sollte auch die Bewehrung in der Steifigkeitsberechnung berücksichtigt werden. Für die Stahlbetonquerschnitte wurde eine Formel zur Ermittlung der Biegesteifigkeit, insbesondere für die Federplatte, welche die Bewehrung an beiden Seiten des Querschnittes und die maximal auftretende Krümmung berücksichtigt, entwickelt.

Anschließend wurde die Schnittgrößenermittlung für die Federplatte formelmäßig behandelt. Mit dem Parameter des relativen horizontalen Abstands zwischen Lager und Ende der Federplatte können die Schnittgrößen aller Federplattentypen unter indirekter Belastung bestimmt werden. Die Schnittgrößen der Federplatte infolge Ermüdungslast, unter Verwendung des Ermüdungslastmodells ELM3, sowie ständiger Last und Temperatur können direkt mithilfe der entwickelten Formeln ermittelt werden. Weiterhin können auch die maximalen Werte der Schnittgrößen der Federplatte mit der zugehörigen Position der Ermüdungslast für beide Fälle der direkten und der indirekten Belastung bestimmt werden.

Basierend auf den Extremalmomenten wird ein geeignetes Verhältnis der Bewehrungsgrade in der Ober- und Unterseite der Federplatte hinsichtlich eines optimalen Widerstandes gegen Ermüdung für den Fall einer zu erwartenden Rissbildung in der Unterseite empfohlen. Zusätzlich wird ein einfaches Verfahren zur Bestimmung der optimalen Länge der Federplatte ausführlich dargestellt.

Ein wichtiger Punkt in diesem Kapitel ist die Vorstellung eines einfachen Verfahrens zur Bestimmung der erforderlichen Bewehrung der Federplatte in Kombination mit einem einfachen Ermüdungsnachweis. Das entwickelte Verfahren basiert auf der Spannungskontrolle für die betrachtete Bewehrung. Dabei wird zuerst die Krümmung des Querschnittes aus der Lösung einer kubischen Gleichung, welche den Gleichgewichtszustand zwischen Einwirkung und Widerstand darstellt, bestimmt. Die

erforderliche Bewehrung wird dann aus der Normalkraft und der kontrollierten Stahlspannung ermittelt. Dieses Verfahren ermöglicht eine direkte Ermittlung der erforderlichen Bewehrung mit dem Ermüdungsnachweis – eine iterative Berechnung ist nicht mehr nötig.

Das Kapitel schließt mit einem Bemessungsbeispiel für eine Federplatte, indem die Verwendung der entwickelten Hilfsformeln illustriert wird. Außerdem konnte die Genauigkeit der Berechnungen unter Verwendung der Hilfsformeln durch einen Vergleich der Ergebnisse mit denen aus der Gegenrechnung unter Verwendung des entwickelten Programms BMAP bestätigt werden.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass mit den entwickelten Hilfsformeln eine einfache aber effiziente Bemessung gegen Ermüdung der Federplatte möglich ist. Die entwickelten Formeln können auch für andere Bauteile unter ähnlichen Randbedingungen verwendet werden.

9 RESÜMEE UND AUSBLICK

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Ermüdung von Federplatten bei Fertigteilträgerbrücken unter Einwirkung von SLW-Überfahrten. An derartigen Bauteilen sind seit längerem Probleme bei der Ausbildung der Konstruktion und der Bestimmung ihrer Eigenschaften bekannt. Ursächlich ist die Zunahme des Schwerverkehrs, sowohl bei den gestiegenen Gesamtgewichten durch die optimierte Disposition der Transportlogistiker, als auch durch die Zunahme der Verkehrsstärke des Schwerverkehrs infolge erhöhtem Güteraufkommen. Durch ihre vielen Vorteile im Vergleich zu den konventionellen Fahrbahnübergängen findet die Federplatte zusammen mit Fertigteilträgern heutzutage im Brückenbau mehr und mehr Verwendung. Darüber hinaus ermöglichen Weiterentwicklungen im Brückenbau zunehmend schlankere Fertigteilträger mit größeren Brückenträgerlängen. Diese Tendenzen führen zu einer Vielfalt in der Anwendung der Federplatte, die eine analoge Entwicklung der Federplatte zur Gewinnung erweiterter Kenntnisse erforderlich macht. In dieser Arbeit wurden die wesentlichen Eigenschaften der Federplatte unter Ermüdungsbeanspruchung durch numerische Untersuchungen unter Verwendung eines neu entwickelten Modells zur Beschreibung des Verhaltens dieser Stahlbetonbauteile infolge wiederholter Belastung identifiziert. Aus der tiefergehenden Analyse des Verhaltens der Federplatten wurde ein neuer Federplattentyp entwickelt. Ein weiterer Schwerpunkt der Dissertationsschrift war die Entwicklung eines einfachen Verfahrens zur Bemessung der Federplatte. Dieses Verfahren wird unterstützt durch eine Vielzahl neu entwickelter Hilfsformeln.

Zu Beginn der Arbeit in *Kapitel 2* erfolgte zunächst ein Überblick über den Stand der Technik von Federplatten im Brückenbau. Dabei wurde die Entwicklungsgeschichte der Federplatte zusammengefasst und die Verwendung der Federplatte an ausgewählten Brücken im In- und Ausland dargestellt. Die wichtigen Konstruktionseigenschaften sowie die Bemessungsprobleme bei Federplatten wurden identifiziert und eingehend analysiert. Es konnte verdeutlicht werden, dass bisher für die Bemessung der Federplatte eine große Problematik in der Bestimmung der Steifigkeit der Federplatte liegt. Die Analyse hat auch gezeigt, dass die Verkehrsbelastung die maßgebende Ermüdungsbeanspruchung der Federplatte darstellt.

Kapitel 3 enthält eine Zusammenfassung der Grundlagen des Verhaltens von Stahlbetonbauteilen, insbesondere unter wiederholter Belastung, welche zum Verständnis der weiteren Untersuchungen und der daraus entwickelten Ansätze notwendig sind. Hierfür wurde zunächst das Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrungsstahl ausführlich behandelt. Es konnte gezeigt werden, dass für Normalbeton auch im Brückenbau durch die

Beschränkung der Betonspannung auf unter $0,4f_c$ eine Ermüdung innerhalb der Nutzungsdauer nicht zu erwarten ist. Dies führte zu dem zentralen Schluss, dass die Ermüdung bei Federplatten daher ausschließlich beim Bewehrungsstahl auftritt. Das Kapitel schließt mit der Vorstellung der gewählten Vorgehensweise für die Ermüdungsberechnung im Rahmen des Betriebsfestigkeitsnachweises anhand der linearen Schädigungsakkumulationshypothese von Palmgren-Miner. Diese Hypothese war im Folgenden die Grundlage weiterer Untersuchungen der Ermüdung von Bewehrungsstahl in Federplatten.

Als Schlüssel zur Beschreibung des wirklichkeitsnahen Materialverhaltens für die Ermüdungsberechnung von Brücken aus Fertigteilträgern und Federplatten, wurde in *Kapitel 4* ein neu entwickeltes Berechnungsmodell für stabförmige Tragwerke infolge einmaliger und wiederholter Belastung entwickelt. Hierzu wurde die Berechnung auf Querschnitts-, Element- und Systemebene unterteilt, wobei die wesentlichen Hintergründe der Berechnungstheorie auch hinsichtlich der programmiertechnischen Umsetzung dargestellt wurde. Ein neues Berechnungsmodell für Stahlbetonquerschnitte unter wiederholter Belastung, welches die Mitwirkung des Betons auf Zug anhand des Verbundkriechens berücksichtigt, wurde erarbeitet. Zur Berücksichtigung der Abminderung der Mitwirkung des Betons auf Zug wurde hierzu ein Abminderungsfaktor $\beta(n)$ bezüglich des Verbundkriechens in Abhängigkeit der Lastwechselzahl vorgestellt.

Auf der Stabelementebene wird ein Übertragungsverfahren verwendet. Mit analytischen Übertragungsgleichungen und einer geeigneten Anordnung der Matrizen liefert dabei das Berechnungsverfahren einen großen Vorteil hinsichtlich der Genauigkeit und der Geschwindigkeit der Berechnung. Das entwickelte Modell wurde mit der Finite Elemente Methode auf Systemebene umgesetzt. Hierbei wurde ein Algorithmus der Finite Elemente Methode als Tool für zur Kombination der einzelnen Elementen und der globalen Analyse des Systems verwandt. Das neue Modell wurde in einem eigenen Programm BMAP umgesetzt und dieses an ausgewählten Beispielen validiert. Besonders bei den wirksamen Steifigkeiten zeigten die durchgeführten Nachrechnungen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Ergebnissen und den Versuchsergebnissen aus der Literatur.

In *Kapitel 5* wurde eine auf dem neu entwickelten Modell basierende Untersuchung der Biegesteifigkeiten der Federplatte infolge wiederholter Belastung durchgeführt. Dabei wurde die Biegesteifigkeit der Federplatte in Abhängigkeit von Lasten und Querschnitseigenschaften analysiert. Die Ergebnisse der Parameterstudie zeigen, dass die Biegesteifigkeit der Federplatte mit dem Anstieg der Lastwechselzahl sehr schnell abfällt. Weiterhin wurde gezeigt, dass vor allem die Abmessungen der Federplatte, insbesondere die Betondeckung, sehr starken Einfluss auf die Biegesteifigkeit der Federplatte haben. Als weitere wesentliche Einflussparameter wurden die Größe der Lasten, der Bewehrungsgrad und die Längskraft identifiziert. Anschließend wurde gezeigt, dass die Verteilung der

Biegesteifigkeit der Federplatte relativ gleichförmig ist. Bei der Berechnung der Federplatte kann somit ein Mittelwert der Biegesteifigkeit verwendet werden.

In *Kapitel 6* wurden Ermüdungsberechnungen für gängige Federplattentypen durchgeführt. Mithilfe des entwickelten Programms BMAP und der Verwendung des neuen Berechnungsmodells aus Kapitel 4 wurden Brücken mit zwei typischen Federplattentypen modelliert. Bei diesen Typen handelt es sich um den Federplattentyp F1 mit einem geringem Abstand zwischen den Trägerenden in Brückenlängsrichtung und dem Federplattentyp F2 mit einem großen Abstand zwischen den Trägerenden in Brückenlängsrichtung. Anschließend wurden für beide untersuchten Federplattentypen die wesentlichen Einflussparameter auf die Lebensdauer identifiziert. Mit Hilfe der Berechnungen konnte gezeigt werden, dass sich bei der Federplatte des Typs F2 Verkehrslasten deutlich stärker auswirken, als bei der Federplatte des Typs F1. Basierend auf einer ausführlichen Analyse von Federplatten mit indirekten Verkehrsbeanspruchungen (Befahrung des Nachbarfeldes) und direkten Verkehrsbeanspruchungen, wurden die Einflussgrößen auf den Ermüdungswiderstand identifiziert und der Zusammenhang zwischen Lebensdauer, Länge, Dicke und Bewehrungsgrad aufgezeigt. Dabei wurde festgestellt, dass ein optimaler Widerstand der Federplatte gegen Ermüdung besteht, wenn ein Gleichgewicht zwischen den maximalen Auswirkungen infolge direkter und indirekter Verkehrsbeanspruchung erreicht wird.

Bei Federplatten vom Typ F1 kann ein Entwurf für eine beliebige Ziellebensdauer bis über 100 Jahre problemlos aufgestellt werden. Durch Anpassung von Plattendicke und -länge kann dabei die Lebensdauer beeinflusst werden. Die dargestellten Untersuchungsergebnisse bestätigen zudem auch die Mindestlänge der Federplatte (1,5 m) nach ZTV-K (1990). Weiterhin wurde gezeigt, dass die von Caner und Zia (1998) empfohlene Länge für Federplatten des Typs F1 die erforderliche Lebensdauer von 100 Jahren nicht gewährleistet ist und daher in der Praxis nicht verwendet werden sollte. Im Gegensatz zu den Vorteilen von Federplatten des Typs F1, ist die Länge bei Federplatten des Typs F2 aufgrund der vorgegebenen, im Allgemeinen begrenzten Abmessungen des Pfeilerkopfs zu nennen. Dies führt zu ungünstigen Randbedingungen für Federplatten. Zudem ist die erforderliche Bewehrung in beiden Lagen sehr groß, da das Moment mit großen Amplituden zwischen negativen und positiven Bereichen schwankt. Da eine Lebensdauer von 100 Jahren unter der vorgegebenen Verkehrsstärke für Federplatten des Typs F2 im Allgemeinen nicht erreicht werden kann, sind Federplatten des Typs F2 nur für Straßenbrücken mit geringem Verkehrsaufkommen zu empfehlen. Abschließend konnte festgestellt werden, dass es hinsichtlich des Ermüdungslastwiderstands rechnerisch zu keinem Vorteil führt, wenn Betone mit höheren Druckfestigkeiten verwendet werden. Die Lebensdauer verhält sich umgekehrt proportional zu der Betondruckfestigkeit. Für die

Bemessung von Federplatten sollte daher die Betonfestigkeitsklasse nach anderen Bedingungen, z.B. der Dauerhaftigkeit, gewählt werden.

In Kapitel 7 wurde ein neuer Federplattentyp F3 mit einem verbesserten Widerstand gegen Ermüdung vorgestellt. Das konstruktive Prinzip beruht auf der Verwendung steifer Querträger an den Enden der Federplatte und auf der Beseitigung des negativen Einflusses auf die Schnittgrößen infolge des relativen Abstands zwischen den Lagern und Federplattenenden durch ein Zusammenlegen von Plattenende und Lagerachse. Der vorgeschlagene Federplattentyp F3 stellt eine Kombination aus den Typen der Federplatten F1 und F2 dar, wobei die Vorteile der beiden betrachteten Federplatten weiterhin übernommen wurden. Die Federplatte des Typs F3 weist bezüglich der Lebensdauer eine außerordentliche Effizienz bei geringen Dicken und günstigen Plattenlängen auf und vermeidet daher die Nachteile einer großen Dicke wie bei der Federplatte des Typs F1 und die einer großen Länge wie bei der Federplatte des Typs F2. Die errechnete Lebensdauer der Federplatte des Typs F3 ist deutlich größer als die der bisherigen Federplattentypen. Der erforderliche Bewehrungsgehalt kann gegenüber den Typen F1 und F2 reduziert werden. Darüber hinaus ermöglicht die Anordnung steifer Querträger an den Lagerpositionen auch die Anordnung weniger großer Lager anstatt mehrerer kleiner Lager, was insbesondere unter dem Aspekt der Wartungskosten während der Betriebszeit einer Brücke einen wirtschaftlichen Vorteil bedingt. Es wurde festgestellt, dass der neue Federplattentyp mit den optimierten Abmessungen ein großes Anwendungspotenzial hat.

Im abschließenden Kapitel 8 wurden Hilfsformeln für die Bemessung der Federplatte insbesondere gegen Ermüdung entwickelt. Diese Hilfsformeln zeichnen sich durch eine einfache aber dennoch zuverlässige Anwendung bei der Bemessung aus. Diese Formeln beinhalten alle wichtigen Punkte der Bemessung: Abschätzung der Biegesteifigkeit der Bauteile, Schnittgrößenermittlung sowie Nachweise und Ermittlung des erforderlichen Bewehrungsgehaltes. Außerdem bieten die Formeln auch eine Vordimensionierungshilfe und die Möglichkeit der Konstruktionsoptimierung der Federplatte zur Steigerung des Ermüdungswiderstandes. Eine Formel zur Abschätzung der wirksamen Biegesteifigkeit der Stahlbetonquerschnitte unter wiederholter und wechselnder Belastung, insbesondere für die Federplatte, wird vorgestellt. Dabei können die Einflüsse der Bewehrung auf beiden Seiten des Querschnittes und der Einfluss der maximal auftretenden Krümmung auf die wirksame Biegesteifigkeit berücksichtigt werden. Anschließend wurden die Schnittgrößen der Federplatte durch eine analytische Formel beschrieben. Mit der Verwendung des relativen horizontalen Abstands zwischen Lager und Ende der Federplatte als Bezugsgröße konnten die Schnittgrößen in der Federplatte für alle Plattentypen unter indirekter und direkter Belastung formuliert werden. Basierend auf den Extremwerten der auftretenden Momente wurde ein optimales Verhältnis der Bewehrungsgrade in Ober- und Unterseite der Federplatte formuliert. Zusätzlich wurde ein einfaches Verfahren zur Bestimmung der

optimalen Federplattenlänge dargestellt. Abschließend wird ein einfaches Verfahren zur Bestimmung der erforderlichen Bewehrung der Federplatte im Kontext mit einem einfachen Nachweis gegen Ermüdung entwickelt. Dieses basiert auf der Spannungskontrolle für die betrachtete Bewehrung im Querschnitt und ermöglicht eine direkte Ermittlung der erforderlichen Bewehrung für einen Querschnitt gegen Ermüdung, wodurch eine iterative Berechnung entfällt.

Die zukünftige Forschungstätigkeit sollte sich nach Meinung des Verfassers zum Ziel setzen, weitere Untersuchungen zu einer besseren Bestimmung der maximal auftretenden Krümmung der Federplatte bzw. der maximal möglichen Verdrehung am Trägerende infolge von Lasteinwirkungen durchzuführen. Die dadurch ermöglichte genauere Bestimmung der Steifigkeiten der Federplatte sollte dabei im Fokus der Forschung stehen. Aufgrund der Auftretenswahrscheinlichkeit der Lasten, insbesondere der Verkehrslasten, sollten dabei die Untersuchungen auf der Zuverlässigkeitstheorie basieren. Da die Federplatte auf die Größe der Achslast des Schwerverkehrs sensibel reagiert, sollte neben den Gesamtgewichten der SLW, der einzelnen Achslast besonderes Augenmerk geschenkt werden. Weiterhin sollten dynamische Effekte für die Federplatte infolge von Verkehrslasten, aufgrund des großen Unterschiedes der Steifigkeit zwischen Trägern und Federplatten, bestimmt werden, um die dynamischen Beiwerte zusammen mit dem verwendeten Ermüdungslastmodell abschätzen zu können. Für den Anwender sollten damit die dynamischen Erhöhungsfaktoren bei den Federplatten ähnlich wie bei den Fahrbahnübergängen in DIN-FB 101 (2009), Punkt 4.6.1 (7) formuliert werden. Mit der Weiterentwicklung der Messtechnik für das Monitoring im Brückenbau könnten die Informationen der Verkehrsbeanspruchung sowie die der Verformungen bzw. Dehnungen von Tragwerken aus der Überwachung für gewünschte Messzeiträume gesammelt werden [Liebig (2010)]. Die numerischen Untersuchungen sollten daher in einer Kombination mit den Messungsergebnissen durchgeführt werden, um eine möglichst wirtschaftliche Lösung für die Federplatte zu finden.

10 LITERATURVERZEICHNIS

10.1 Fachliteratur

Ariduru, S. (2004): *Fatigue Life Calculation by Rainflow Cycle Counting Method*, Master Thesis, Middle East Technical University, 2004.

Bonatz, P.; Heinel, U. (1975): *Die Ortaköy-Viadukte bei Istanbul*, Beton- und Stahlbetonbau, v.70, Nr. 10, S.240-247, 10/1975.

Bentz, E.C.; Vecchio, F.J.; Collins, M.P. (2006): *Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements*, ACI Structural Journal, v.103, Nr. 4, S.614-624, 2006.

Buxbaum, O. (1992): *Betriebsfestigkeit: Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwingbruchgefährdeter Bauteile*, Buch, Verlag Stahleisen, 1992.

Caner, A.; Zia, P. (1998): *Behaviour and Design of Link Slab for Jointless Bridge Decks*, PCI Journal, p.68-80, May-June, 1998.

Castrodale R.W.; White C.D. (2004): *Extending Span Ranges of Precast Prestressed Concrete Girders*, NCHRP Report 517, Transportation Research Board, Washington, DC, 2004.

Dalquist, G.; Björck, A. (2008): *Numerical Methods in Scientific Computing*, Vol. 1, Book, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.

Danielewicz, I. (1994): *Zur Ermüdungsbemessung von Beton-Straßenbrücken*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1994.

Goris, A. (1985): *Beitrag zum Tragverhalten von Federplatten bei Straßenbrücken*, Dissertation, Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, 1985.

Goris, A. (1989): *Das Fugenproblem bei mehrfeldrigen Fertigteilbrücken*, Beton- und Stahlbetonbau, S.137-140, 6/1989.

Graubner, C.A. (1989): *Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Stahlbetonbalken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze*. Dissertation, Technische Universität München, 1989.

Graubner, C.A. (2009): *Stahlbetonbau I*, Vorlesungsskript, 2009.

Grasser, E. (1972): *Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken*, DAfStb, 1972.

- Günther, H.P. (2001):** *Ermüdungsverhalten von Stahlträgern mit schlanken Stegblechen im Brückenbau*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2001.
- Holmen, J.O. (1979):** *Fatigue of concrete by constant and variable amplitude loading*, Bulletin No 79-1, Division of Concrete Structures, NTH-Trondheim, 1979.
- Karls, D. (2004):** *Programmierung eines Moduls zur Berechnung von Spannungsumlagerungen infolge Kriechen und Schwinden sowie Kurzzeitbelastungen für beliebige Stahl- und Spannbetonquerschnitte*, Diplomarbeit, TU Hamburg-Harburg, 2004.
- Keysberg, J. (1997):** *Zur Auswirkung von Entlastungen auf den Gebrauchszustand biegebeanspruchter Stahlbeton-stabtragwerke*, Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 1997.
- Kim, Y.Y.; Fischer, G.; Li, V.C. (2003):** *Performance of Bridge Deck Link Slabs Designed with Ductile ECC*, ACI Journal 2003.
- Klausen, D.; Weigler, H. (1979):** *Betonfestigkeit bei konstanter und veränderlicher Dauerschwellbeanspruchung*, Betonwerk+Fertigteil-Technik, Heft 3, S. 158 – 163, 1979.
- Kumar, A. (1993):** *Locally separated deck slab continuity in composite bridges*, in Book “Continuous and Integral Bridges”, E&FN Spon, 1993.
- Kupfer, H.; Schewior, E.; Streit, W.; Schütz, K.; Kupfer, H. B. (1995):** *Hangbrücke am Würgauer Berg, die erste mehrfeldrige Stahlverbundbrücke mit Federplatten*, Bauingenieur 70, S. 425 – 431, 1995.
- Lampert, P.; Thürlimann, B. (1969):** *Torsions-Biege-Versuche an Stahlbetonbalken*, Bericht, Institut für Baustatik ETH Zürich, 1969.
- Leonhardt, F.; Mönnig, E. (1973):** *Vorlesungen über Massivbau Erster Teil: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*, 2. Auflage, Springer Verlag, 1973.
- Leonhardt, F. (1978):** *Vorlesungen über Massivbau Vierter Teil: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit*, 2. Auflage, Springer Verlag, 1978.
- Leonhardt, F.; Schelling, G. (1974):** *Torsionsversuche an Stahlbetonbalken*, DAfStb-Heft 239, Berlin: Ernst & Sohn, 1974.
- Lepech, M.D.; Li, V.C. (2009):** *Application of ECC for bridge deck link slabs*, Materials and Structures, pp.1185-195, 2009.
- Li, V.C.; Fischer, G.; Kim, Y. (2003):** *Durable Link Slabs for Jointless Bridge Decks Based on Strain-Hardening Cementitious Composites*, Research Report RC-1438, University of Michigan, 2003.
- Li, V.C.; Lepech, M.D.; Li, M. (2005):** *Field Demonstration of Durable Link Slabs for Jointless Bridge Decks based on Strain-Hardening Cementitious Composites*, Research Report RC-1471, University of Michigan, 2005.

- Liebig, J.P. (2010):** *Mestechische und numerische Untersuchungen an einer Spannbeton-Kastenträgerbrücke*, DAfSb Doktorandensymposium 2010, Kaiserslautern, November 11-12, 2010.
- Linh, T.N. (2010):** *Nonlinear Analysis of Continuous Concrete Bridge Systems made of Precast Prestressed Girders and Link Slabs*, 8th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, Kgs. Lyngby, Denmark, June 20-23, 2010.
- Löhning, T.; Schenk, J.; und Starossek, U. (2010):** *Querschnittsberechnung von Stahlbetonstäben – Ein hybrides Modell*, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 1, 2010.
- Mathews J.H.; Kurtis K.F. (2004):** *Numerical Methods Using Matlab*, Prentice-Hall Inc., 4th Edition, 2004.
- Monnier, T. (1970):** *The moment-curvature relation of reinforced concrete*, Heron, vol. 17, 1970.
- Müller, F. P.; Kneitzel, E.; Charlier, H. (1983):** *Dynamische Probleme im Stahlbetonbau*, Schriftenreihe, des DAfStb., Heft 342, W. Ernst & Sohn, Berlin, 1983.
- Okeil, A.M.; ElSafty, A. (2005):** *Partial Continuity in Bridge Girders with Jointless Decks*, Practice Periodical on Structural Design and Construction, ASCE, Vol.10, No.4, pp.229-238, 2005.
- Pfeiffer, U. (2004):** *Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahl- oder Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung*, Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, 2004.
- Pritchard, B.P. (1993):** *Advantages of bridge deck continuity*, in Book “Continuous and Integral Bridges”, E&FN Spon, 1993.
- Rehm, G.; Eligehausen, R. (1977):** *Einfluss einer nicht ruhenden Belastung auf das Verbundverhalten von Rippenstählen*, Betonwerk+Fertigteil-Technik, Heft 6, S. 295–299, 1977.
- Rossner, W. (1988):** *Brücken aus Spannbeton-Fertigteilen*, Ernst & Sohn, 1988.
- Quast, U. (1980):** *Rechenansätze in Form einer Spannungsdehnungsbeziehung für das Mitwirken des Betons in der gerissenen Zugzone von Stahlbetonquerschnitten*, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technische Universität Braunschweig, 1980.
- Quast, U. (1990):** *Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung mit Längskraft*, DAfStb, Heft 415, 1990.
- Speck, F. (1969):** *Betonierte Fahrbahnübergang für vorfabrizierte Brücken*, Schweizerische Bauzeitung 87, 1969.

Starossek, U.; Löhning, T.; Schenk, J. (2009): *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames by a Combined Method*, Electronic Journal of Structural Engineering, 9, 2009.

Wagner, F.J.; Büchting, F. (1981): *Die Federplattenbauweise bei mehrfeldrigen Fertigträgerbrücken*. Bauingenieur 56, S. 131-137, 1981.

Wöhler, A. (1863): *Über die Versuche zur Ermittlung der Festigkeit von Achsen, welche in den Werkstätten der Niederschlesisch-Märkischen Eisenbahn zu Frankfurt a. d. O. angestellt sind*, Bauwesen 13, S. 233-258, 1863.

Wöhler, A. (1866): *Resultate der in der Zentralwerkstatt der Niederschlesisch-Märkischen Eisenbahn zu Frankfurt a. d. O. angestellten Versuche über die relative Festigkeit von Eisen, Stahl und Kupfer*, Bauwesen 16, S. 67-84, 1866.

Wöhler, A. (1870): *Über Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl*, Bauwesen 20, S. 73-106, 1870.

Zilch, K.; Weiher, H. (2006): *Untersuchung des Zustands der deutschen Spannbetonbrücken*, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 2006.

Zilch, K.; Zehetmaier, G. (2010): *Bemessung im konstruktiven Betonbau nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2)*, 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

10.2 Technische Regelwerke

DIN 1045-1 (2008): *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, 2008.

DIN-FB 101 (2009): *Einwirkungen auf Brücken*. Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, 2009.

DIN-FB 102 (2009): *Betonbrücken*. Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, 2009.

EZTV-K Bayern (1990): EZTV-K Bayern.: *Ergänzende Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen für Kunstbauten*. Oberste Baubehörde im Bayerischen Staatsministerium des Innern, München, 1990.

MC90 (1990): *CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code*. Comité Euro – International du Béton, 1990.

MC2010 (2010): *Model Code 2010, First complete draft, Volume 1 & 2, fib Bulletin 55*, 03-2010.

Bridge Design Manual (2001): Texas Department of Transportation, *Bridge Design Manual*, Chapter 7, Section 1, 12/2001.

ANHANG

A. Konstruktion der Übertragungsmatrix

1. Zustandsvektor

$$W = \begin{Bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \\ 1 \end{Bmatrix} \text{ mit } W_x = \begin{Bmatrix} u_x \\ \varphi_x \\ N_x \\ M_x \end{Bmatrix} ; W_y = \begin{Bmatrix} u_y \\ \varphi_y \\ M_y \\ V_y \end{Bmatrix} \text{ und } W_z = \begin{Bmatrix} u_z \\ \varphi_z \\ M_z \\ V_z \end{Bmatrix}$$

2. Knotenmatrix

$$N_i = \begin{bmatrix} [D]_{12 \times 12} [B]_{12 \times 1} \\ [0]_{1 \times 12} [1]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

3. Feldmatrix

$$L_i = \begin{bmatrix} [C]_{12 \times 12} [b]_{12 \times 1} \\ [0]_{1 \times 12} [1]_{1 \times 1} \end{bmatrix}_{13 \times 13}$$

$$[C]_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} C_{4 \times 4}^I & & \\ & C_{4 \times 4}^{II} & \\ & & C_{4 \times 4}^{III} \end{bmatrix} \text{ und } [b]_{12 \times 1} = \begin{bmatrix} b_{4 \times 1}^I \\ b_{4 \times 1}^{II} \\ b_{4 \times 1}^{III} \end{bmatrix}$$

3.1 Feldmatrix zur Berechnung nach Theorie I. Ordnung

$$[C]_{4 \times 4}^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{x}{D_x} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{x}{R_x} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b_4^I = \begin{bmatrix} -q_{0x} \frac{x^2}{D_x} - q_{1x} \frac{x^3}{6D_x} + \Delta u_x \\ 0 \\ q_{0x} x + q_{1x} \frac{x^2}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[C]_{4 \times 4}^{II} = \begin{bmatrix} 1 & x & -\frac{x^2}{2B_z} & \frac{x^3}{6B_z} \\ 0 & 1 & -\frac{x}{B_z} & \frac{x^2}{2B_z} \\ 0 & 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b_4^{II} = \begin{bmatrix} q_{0y} \frac{x^4}{24B_z} + q_{1y} \frac{x^5}{120B_z} + \Delta k_z \frac{x}{2} \\ q_{0y} \frac{x^3}{6B_z} + q_{1y} \frac{x^4}{24B_z} + \Delta k_z \\ -q_{0y} \frac{x^2}{2} - q_{1y} \frac{x^3}{6} \\ q_{0y}x + q_{1y} \frac{x^2}{2} \end{bmatrix}$$

$$[C]_{4 \times 4}^{III} = \begin{bmatrix} 1 & -x & \frac{x^2}{2B_y} & \frac{x^3}{6B_y} \\ 0 & 1 & -\frac{x}{B_y} & -\frac{x^2}{2B_y} \\ 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b_4^{III} = \begin{bmatrix} q_{0z} \frac{x^4}{24B_y} + q_{1z} \frac{x^5}{120B_y} - k_y \frac{x}{2} \\ -q_{0z} \frac{x^3}{6B_y} - q_{1z} \frac{x^4}{24B_y} + k_y \\ q_{0z} \frac{x^2}{2} + q_{1z} \frac{x^3}{6} \\ q_{0z}x + q_{1z} \frac{x^2}{2} \end{bmatrix}$$

3.2 Feldmatrix zur Berechnung nach Theorie II. Ordnung

a) Wenn Normalkraft in Stabsegment $N_0 < 0$ ist:

$$[C]_{4 \times 4}^{III} = \begin{bmatrix} 1 & -x & \frac{\cosh \alpha x - 1}{B\alpha^2} & \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} \\ 0 & 1 & -\frac{\sinh \alpha x}{B\alpha} & -\frac{\cosh \alpha x - 1}{B\alpha^2} \\ 0 & 0 & \cosh \alpha x & \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} \\ 0 & 0 & \alpha \sinh \alpha x & \cosh \alpha x \end{bmatrix}$$

$$b_i^{III} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cosh(\alpha x) - 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha} - x - \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ -q_0 \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} - q' \frac{\cosh \alpha x - 1 - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\ q_0 \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} + q' \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{\alpha^3} \\ q_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} \end{array} \right\}$$

b) Wenn Normalkraft in Stabsegment $N_0 > 0$ ist:

$$[C]_{4 \times 4}^{III} = \begin{bmatrix} 1 & x & \frac{1 - \cos \alpha x}{B \alpha^2} & \frac{\alpha x - \sin \alpha x}{B \alpha^3} \\ 0 & 1 & -\frac{\sin \alpha x}{B \alpha} & \frac{1 - \cos \alpha x}{B \alpha^2} \\ 0 & 0 & \cos \alpha x & \frac{\sin \alpha x}{\alpha} \\ 0 & 0 & -\alpha \sin \alpha x & \cos \alpha x \end{bmatrix}$$

$$b_i^{III} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{q_0}{B \alpha^4} \left(\cos(\alpha x) - 1 + \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B \alpha^4} \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha} - x + \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ q_0 \frac{\sin \alpha x - \alpha x}{B \alpha^3} + q' \frac{1 - \cos \alpha x - \alpha^2 x^2 / 2}{B \alpha^4} \\ q_0 \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2} + q' \frac{\alpha x - \sin \alpha x}{\alpha^3} \\ q_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q' \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2} \end{array} \right\}$$

3.3 Detaillierte Erläuterung der Lösungen von Differentialgleichungen für den Fall der Berechnung nach Theorie II. Ordnung

a) Ebene x0y

$$\begin{cases} v' = \varphi \\ \varphi' = -\frac{M}{B} \\ M' = -V \\ V' = q \end{cases} \quad \begin{cases} M'' = -q \\ v'' = -\frac{M}{B} \end{cases}$$

$$M = M^I + N_0(v - v_0) \quad M'' = -q + N_0 v'' \quad Bv'''' = -M''$$

$$Bv'''' = q - N_0 v'' \quad v'''' + \frac{N_0}{B} v'' = \frac{q}{B} \quad \alpha = \sqrt{\frac{N_0}{B}}$$

$$\begin{cases} V = V_0 \cos \varphi_0 + N_0 \sin \varphi_0 \\ N = -V_0 \sin \varphi_0 + N_0 \cos \varphi_0 \end{cases}, \text{ nur für die Übertragungsmatrix}$$

$$\begin{cases} v = a.e^{\lambda x} \\ v'' = a.\lambda^2 e^{\lambda x} \\ v'''' = a.\lambda^4 e^{\lambda x} \end{cases} \quad \lambda^4 + \alpha^2 \lambda^2 = \frac{q}{B}$$

Fall 1: $N_0 < 0$, die homogene Lösung der Differenzialgleichung lautet:

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = 0 \\ \lambda_{3,4} = \pm \alpha \end{cases} \text{ mit } \alpha = \sqrt{\frac{|N_0|}{B}}$$

$$v_h = A_0 + A_1 x + A_2 \cosh \alpha x + A_3 \sinh \alpha x$$

Fall 2: $N_0 > 0$, die homogene Lösung der Differenzialgleichung lautet:

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = 0 \\ \lambda_{3,4} = \pm i \alpha \end{cases} \text{ mit } \alpha = \sqrt{\frac{|N_0|}{B}}$$

$$v_h = A_0 + A_1 x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \sin \alpha x$$

Partikularlösung:

$$q = q_0 + q' x$$

$$v'''' + \alpha^2 v'' = \frac{q_0 + q' x}{B} \quad v = B_0 x^2 + B_1 x^3 \quad v'' = 2B_0 + 6B_1 x$$

Fall 1: $N_0 < 0$

Fall 2: $N_0 > 0$

$$\begin{cases} B_0 = -\frac{q_0}{2B\alpha^2} \\ B_1 = -\frac{q'}{6B\alpha^2} \end{cases} \Rightarrow v_p = -\frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 - \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3 \quad \begin{cases} B_0 = \frac{q_0}{2B\alpha^2} \\ B_1 = \frac{q'}{6B\alpha^2} \end{cases} \Rightarrow v_p = \frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 + \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3$$

Fall 1: $N_0 < 0$

$$v = A_0 + A_1 x + A_2 \cosh \alpha x + A_3 \sinh \alpha x - \frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 - \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3$$

$$\varphi = A_1 + A_2 \alpha \sinh \alpha x + A_3 \alpha \cosh \alpha x - \frac{q_0}{B\alpha^2} x - \frac{q'}{2B\alpha^2} x^2$$

$$M = B \left(-A_2 \alpha^2 \cosh \alpha x - A_3 \alpha^2 \sinh \alpha x + \frac{q_0}{B\alpha^2} + \frac{q'}{B\alpha^2} x \right)$$

$$V = B \left(A_2 \alpha^3 \sinh \alpha x + A_3 \alpha^3 \cosh \alpha x - \frac{q'}{B\alpha^2} \right)$$

Wenn $x = 0$.

$$\begin{cases} A_0 + A_2 = v_0 \\ A_1 + A_3 \alpha = \varphi_0 \\ -BA_2 \alpha^2 + \frac{q_0}{\alpha^2} = M_0 \\ BA_3 \alpha^3 - \frac{q'}{\alpha^2} = V_0 \end{cases} \begin{cases} A_2 = -\frac{M_0}{B\alpha^2} + \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_3 = \frac{V_0}{B\alpha^3} + \frac{q'}{B\alpha^5} \\ A_0 = v_0 + \frac{M_0}{B\alpha^2} - \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_1 = \varphi_0 - \frac{V_0}{B\alpha^2} - \frac{q'}{B\alpha^4} \end{cases}$$

Eingesetzt in die Ausgangsgleichung

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 + \varphi_0 x + M_0 \frac{1 - \cosh(\alpha x)}{B\alpha^2} + V_0 \frac{\sinh(\alpha x) - \alpha x}{B\alpha^3} \\ &\quad + \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cosh(\alpha x) - 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha} - x - \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ \varphi_x &= \varphi_0 - M_0 \frac{\sinh \alpha x}{B\alpha} + V_0 \frac{\cosh \alpha x - 1}{B\alpha^2} + q_0 \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1 - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\ M_x &= M_0 \cosh \alpha x - V_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q_0 \frac{1 - \cosh \alpha x}{\alpha^2} + q' \frac{\alpha x - \sinh \alpha x}{\alpha^3} \\ V_x &= -M_0 \alpha \sinh \alpha x + V_0 \cosh \alpha x + q_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} \end{aligned}$$

$$[C]_{4 \times 4}^{III} = \begin{vmatrix} 1 & x & \frac{1 - \cosh(\alpha x)}{B\alpha^2} & \frac{\sinh(\alpha x) - \alpha x}{B\alpha^3} \\ 0 & 1 & -\frac{\sinh \alpha x}{B\alpha} & \frac{\cosh \alpha x - 1}{B\alpha^2} \\ 0 & 0 & \cosh \alpha x & -\frac{\sinh \alpha x}{\alpha} \\ 0 & 0 & -\alpha \sinh \alpha x & \cosh \alpha x \end{vmatrix}$$

$$b_i^{III} = \begin{cases} \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cosh(\alpha x) - 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha} - x - \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ q_0 \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1 - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\ q_0 \frac{1 - \cosh \alpha x}{\alpha^2} + q' \frac{\alpha x - \sinh \alpha x}{\alpha^3} \\ q_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} \end{cases}$$

Fall 2: $N_0 > 0$

$$v = A_0 + A_1 x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \sin \alpha x + \frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 + \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3$$

$$\varphi = A_1 - A_2 \alpha \sin \alpha x + A_3 \alpha \cos \alpha x + \frac{q_0}{B\alpha^2} x + \frac{q'}{2B\alpha^2} x^2$$

$$M = B \left(A_2 \alpha^2 \cos \alpha x + A_3 \alpha^2 \sin \alpha x - \frac{q_0}{B\alpha^2} - \frac{q'}{B\alpha^2} x \right)$$

$$V = B \left(A_2 \alpha^3 \sin \alpha x - A_3 \alpha^3 \cos \alpha x + \frac{q'}{B\alpha^2} \right)$$

Wenn $x = 0$.

$$\begin{cases} A_0 + A_2 = v_0 \\ A_1 + A_3 \alpha = \varphi_0 \\ BA_2 \alpha^2 - \frac{q_0}{\alpha^2} = M_0 \\ -BA_3 \alpha^3 + \frac{q'}{\alpha^2} = V_0 \end{cases} \begin{cases} A_2 = \frac{M_0}{B\alpha^2} + \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_3 = -\frac{V_0}{B\alpha^3} + \frac{q'}{B\alpha^5} \\ A_0 = v_0 - \frac{M_0}{B\alpha^2} - \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_1 = \varphi_0 + \frac{V_0}{B\alpha^2} - \frac{q'}{B\alpha^4} \end{cases}$$

$$v_x = v_0 + \varphi_0 x + M_0 \frac{\cos(\alpha x) - 1}{B\alpha^2} + V_0 \frac{\alpha x - \sin(\alpha x)}{B\alpha^3} + \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cos(\alpha x) - 1 + \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha} - x + \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right)$$

$$\varphi_x = \varphi_0 - M_0 \frac{\sin \alpha x}{B\alpha} + V_0 \frac{1 - \cos \alpha x}{B\alpha^2} + q_0 \frac{\alpha x - \sin \alpha x}{B\alpha^3} + q' \frac{\cos \alpha x - 1 + \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4}$$

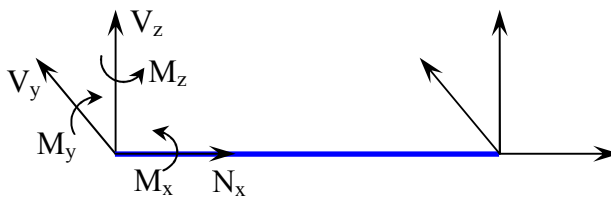
$$M_x = M_0 \cos \alpha x - V_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q_0 \frac{\cos \alpha x - 1}{\alpha^2} + q' \frac{\sin \alpha x - \alpha x}{\alpha^3}$$

$$V_x = M_0 \alpha \sin \alpha x + V_0 \cos \alpha x + q_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q' \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2}$$

$$[C]_{4 \times 4}'' = \begin{vmatrix} 1 & x & \frac{\cos(\alpha x) - 1}{B\alpha^2} & \frac{\alpha x - \sin(\alpha x)}{B\alpha^3} \\ 0 & 1 & -\frac{\sin \alpha x}{B\alpha} & \frac{1 - \cos \alpha x}{B\alpha^2} \\ 0 & 0 & \cos \alpha x & -\frac{\sin \alpha x}{\alpha} \\ 0 & 0 & \alpha \sin \alpha x & \cos \alpha x \end{vmatrix}$$

$$b_i'' = \left\{ \begin{array}{l} \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cos(\alpha x) - 1 + \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha} - x + \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ q_0 \frac{\alpha x - \sin \alpha x}{B\alpha^3} + q' \frac{\cos \alpha x - 1 + \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\ q_0 \frac{\cos \alpha x - 1}{\alpha^2} + q' \frac{\sin \alpha x - \alpha x}{\alpha^3} \\ q_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q' \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2} \end{array} \right\}$$

b) Ebene x0z

$$\left\{ \begin{array}{l} v' = -\varphi \\ \varphi' = -\frac{M}{B} \\ M' = V \\ V' = q \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} M'' = q \\ v'' = \frac{M}{B} \end{array} \right.$$


$$M = M' - N_0(v - v_0) \quad M'' = q - N_0 v''$$

$$Bv'''' = q - N_0 v'' \quad v'''' + \frac{N_0}{B} v'' = \frac{q}{B} \quad \alpha = \sqrt{\frac{N_0}{B}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V = V_0 \cos \varphi_0 + N_0 \sin \varphi_0 \\ N = -V_0 \sin \varphi_0 + N_0 \cos \varphi_0 \end{array} \right., \text{ nur für die Übertragungsmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = a.e^{\lambda x} \\ v'' = a.\lambda^2 e^{\lambda x} \\ v'''' = a.\lambda^4 e^{\lambda x} \end{array} \right. \quad \lambda^4 + \alpha^2 \lambda^2 = \frac{q}{B}$$

Fall 1: $N_0 < 0$, die homogene Lösung der Differenzialgleichung lautet:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{1,2} = 0 \\ \lambda_{3,4} = \pm \alpha \end{array} \right. \text{ mit } \alpha = \sqrt{\frac{|N_0|}{B}}$$

$$v_h = A_0 + A_1 x + A_2 \cosh \alpha x + A_3 \sinh \alpha x$$

Fall 2: $N_0 > 0$, die homogene Lösung der Differenzialgleichung lautet:

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = 0 \\ \lambda_{3,4} = \pm i\alpha \end{cases} \text{ mit } \alpha = \sqrt{\frac{|N_0|}{B}}$$

$$v_h = A_0 + A_1 x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \sin \alpha x$$

Partikularlösung:

$$q = q_0 + q' x$$

$$v'''' + \alpha^2 v'' = \frac{q_0 + q' x}{B} \quad v = B_0 x^2 + B_1 x^3 \quad v'' = 2B_0 + 6B_1 x$$

Fall 1: $N_0 < 0$

Fall 2: $N_0 > 0$

$$\begin{cases} B_0 = -\frac{q_0}{2B\alpha^2} \\ B_1 = -\frac{q'}{6B\alpha^2} \end{cases} \rightarrow v_p = -\frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 - \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3 \quad \begin{cases} B_0 = \frac{q_0}{2B\alpha^2} \\ B_1 = \frac{q'}{6B\alpha^2} \end{cases} \rightarrow v_p = \frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 + \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3$$

Fall 1: $N_0 < 0$

$$v = A_0 + A_1 x + A_2 \cosh \alpha x + A_3 \sinh \alpha x - \frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 - \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3$$

$$\varphi = -A_1 - A_2 \alpha \sinh \alpha x - A_3 \alpha \cosh \alpha x + \frac{q_0}{B\alpha^2} x + \frac{q'}{2B\alpha^2} x^2$$

$$M = B \left(A_2 \alpha^2 \cosh \alpha x + A_3 \alpha^2 \sinh \alpha x - \frac{q_0}{B\alpha^2} - \frac{q'}{B\alpha^2} x \right)$$

$$V = B \left(A_2 \alpha^3 \sinh \alpha x + A_3 \alpha^3 \cosh \alpha x - \frac{q'}{B\alpha^2} \right)$$

Wenn $x = 0$.

$$\begin{cases} A_0 + A_2 = v_0 \\ -A_1 - A_3 \alpha = \varphi_0 \\ BA_2 \alpha^2 - \frac{q_0}{\alpha^2} = M_0 \\ BA_3 \alpha^3 - \frac{q'}{\alpha^2} = V_0 \end{cases} \begin{cases} A_2 = \frac{M_0}{B\alpha^2} + \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_3 = \frac{V_0}{B\alpha^3} + \frac{q'}{B\alpha^5} \\ A_0 = v_0 - \frac{M_0}{B\alpha^2} - \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_1 = -\varphi_0 - \frac{V_0}{B\alpha^2} - \frac{q'}{B\alpha^4} \end{cases}$$

Eingesetzt in die Ausgangsgleichung

$$\begin{aligned}
 v_x &= v_0 - \varphi_0 x + M_0 \frac{\cosh(\alpha x) - 1}{B\alpha^2} + V_0 \frac{\sinh(\alpha x) - \alpha x}{B\alpha^3} + \\
 &\quad \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cosh(\alpha x) - 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha} - x - \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\
 \varphi_x &= \varphi_0 - M_0 \frac{\sinh \alpha x}{B\alpha} - V_0 \frac{\cosh \alpha x - 1}{B\alpha^2} - q_0 \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} - q' \frac{\cosh \alpha x - 1 - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\
 M_x &= M_0 \cosh \alpha x + V_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q_0 \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} + q' \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{\alpha^3} \\
 V_x &= M_0 \alpha \sinh \alpha x + V_0 \cosh \alpha x + q_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2}
 \end{aligned}$$

$$[C]_{4 \times 4}^{III} = \begin{vmatrix} 1 & -x & \frac{\cosh(\alpha x) - 1}{B\alpha^2} & \frac{\sinh(\alpha x) - \alpha x}{B\alpha^3} \\ 0 & 1 & -\frac{\sinh \alpha x}{B\alpha} & -\frac{\cosh \alpha x - 1}{B\alpha^2} \\ 0 & 0 & \cosh \alpha x & \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} \\ 0 & 0 & \alpha \sinh \alpha x & \cosh \alpha x \end{vmatrix}$$

$$b_i^{III} = \left\{ \begin{aligned} &\frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cosh(\alpha x) - 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sinh(\alpha x)}{\alpha} - x - \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ &- q_0 \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} - q' \frac{\cosh \alpha x - 1 - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\ &q_0 \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} + q' \frac{\sinh \alpha x - \alpha x}{\alpha^3} \\ &q_0 \frac{\sinh \alpha x}{\alpha} + q' \frac{\cosh \alpha x - 1}{\alpha^2} \end{aligned} \right\}$$

Fall 2: $N_0 > 0$

$$v = A_0 + A_1 x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \sin \alpha x + \frac{q_0}{2B\alpha^2} x^2 + \frac{q'}{6B\alpha^2} x^3$$

$$\varphi = -A_1 + A_2 \alpha \sin \alpha x - A_3 \alpha \cos \alpha x - \frac{q_0}{B\alpha^2} x - \frac{q'}{2B\alpha^2} x^2$$

$$M = B \left(-A_2 \alpha^2 \cos \alpha x - A_3 \alpha^2 \sin \alpha x + \frac{q_0}{B\alpha^2} + \frac{q'}{B\alpha^2} x \right)$$

$$V = B \left(A_2 \alpha^3 \sin \alpha x - A_3 \alpha^3 \cos \alpha x + \frac{q'}{B\alpha^2} \right)$$

Wenn $x = 0$.

$$\begin{cases} A_0 + A_2 = v_0 \\ -A_1 - A_3\alpha = \varphi_0 \\ -BA_2\alpha^2 + \frac{q_0}{\alpha^2} = M_0 \\ -BA_3\alpha^3 + \frac{q'}{\alpha^2} = V_0 \end{cases} \begin{cases} A_2 = -\frac{M_0}{B\alpha^2} + \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_3 = -\frac{V_0}{B\alpha^3} + \frac{q'}{B\alpha^5} \\ A_0 = v_0 + \frac{M_0}{B\alpha^2} - \frac{q_0}{B\alpha^4} \\ A_1 = -\varphi_0 + \frac{V_0}{B\alpha^2} - \frac{q'}{B\alpha^4} \end{cases}$$

$$v_x = v_0 - \varphi_0 x + M_0 \frac{1 - \cos(\alpha x)}{B\alpha^2} + V_0 \frac{\alpha x - \sin(\alpha x)}{B\alpha^3} + \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cos(\alpha x) - 1 + \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha} - x + \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right)$$

$$\varphi_x = \varphi_0 - M_0 \frac{\sin \alpha x}{B\alpha} + V_0 \frac{\cos \alpha x - 1}{B\alpha^2} + q_0 \frac{\sin \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} + q' \frac{1 - \cos \alpha x - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4}$$

$$M_x = M_0 \cos \alpha x + V_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q_0 \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2} + q' \frac{\alpha x - \sin \alpha x}{\alpha^3}$$

$$V_x = -M_0 \alpha \sin \alpha x + V_0 \cos \alpha x + q_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q' \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2}$$

$$[C]_{4 \times 4}^{III} = \begin{vmatrix} 1 & x & \frac{1 - \cos(\alpha x)}{B\alpha^2} & \frac{\alpha x - \sin(\alpha x)}{B\alpha^3} \\ 0 & 1 & -\frac{\sin \alpha x}{B\alpha} & \frac{\cos \alpha x - 1}{B\alpha^2} \\ 0 & 0 & \cos \alpha x & \frac{\sin \alpha x}{\alpha} \\ 0 & 0 & -\alpha \sin \alpha x & \cos \alpha x \end{vmatrix}$$

$$b_i^{III} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{q_0}{B\alpha^4} \left(\cos(\alpha x) - 1 + \frac{\alpha^2 x^2}{2} \right) + \frac{q'}{B\alpha^4} \left(\frac{\sin(\alpha x)}{\alpha} - x + \frac{\alpha^2 x^3}{6} \right) \\ q_0 \frac{\sin \alpha x - \alpha x}{B\alpha^3} + q' \frac{1 - \cos \alpha x - \alpha^2 x^2 / 2}{B\alpha^4} \\ q_0 \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2} + q' \frac{\alpha x - \sin \alpha x}{\alpha^3} \\ q_0 \frac{\sin \alpha x}{\alpha} + q' \frac{1 - \cos \alpha x}{\alpha^2} \end{array} \right\}$$

B. Gauss-Legendre

Tabelle der Gauss-Stützstelle und Gauss-Gewicht zur numerischen Integration [Mathews und Kurtis (2004)]

Gauss-Stützstelle und Gauss-Gewicht

$\int_{-1}^1 f(x)dx = \sum_{k=1}^N w_{N,k} \cdot f(x_{N,k}) + E_N(f)$			
N	Gauss-Stützstelle $x_{N,k}$	Gauss-Gewicht $w_{N,k}$	Fehler $E_N(f)$
2	-0.5773502692 0.5773502692	1.0000000000 1.0000000000	$\frac{f^{(4)}(c)}{135}$
3	± 0.7745966692 0.0000000000	0.5555555556 0.8888888888	$\frac{f^{(6)}(c)}{15.750}$
4	$\pm 0,8611363116$ $\pm 0,3399810436$	0,3478548451 0,6521451549	$\frac{f^{(8)}(c)}{3.472.875}$
5	$\pm 0,9061798459$ $\pm 0,5384693101$ 0,0000000000	0,2369268851 0,4786286705 0,5688888888	$\frac{f^{(10)}(c)}{1.237.732.650}$
6	$\pm 0,9324695142$ $\pm 0,6612093865$ $\pm 0,2386191861$	0,1713244924 0,3607615730 0,4679139346	$\frac{f^{(12)}(c) \cdot 2^{13} \cdot (6!)^4}{(12!)^3 \cdot 13!}$
7	$\pm 0,9491079123$ $\pm 0,7415311856$ $\pm 0,4058451514$ 0,0000000000	0,1294849662 0,2797053915 0,3818300505 0,4179591837	$\frac{f^{(14)}(c) \cdot 2^{15} \cdot (7!)^4}{(14!)^3 \cdot 15!}$
8	$\pm 0,9602898565$ $\pm 0,7966664774$ $\pm 0,5255324099$ $\pm 0,1834346425$	0,1012285363 0,2223810345 0,3137066459 0,3626837834	$\frac{f^{(16)}(c) \cdot 2^{17} \cdot (8!)^4}{(16!)^3 \cdot 17!}$

C. Lösungsansätze der kubischen Gleichung von Cardano

Zur leichteren Orientierung wird hier ein Lösungsansatz der kubischen Gleichung dargestellt.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$\Delta = b^2 - 3ac$$

$$k = \frac{9abc - 2b^3 - 27a^2d}{2\sqrt{|\Delta|}}$$

Wenn $\Delta > 0$

$|k| \leq 1$: Die Gleichung hat drei Lösungen

$$x_1 = \frac{2\sqrt{\Delta} \cos\left(\frac{\arccos(k)}{3}\right) - b}{3a}$$

$$x_2 = \frac{2\sqrt{\Delta} \cos\left(\frac{\arccos(k)}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) - b}{3a}$$

$$x_3 = \frac{2\sqrt{\Delta} \cos\left(\frac{\arccos(k)}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) - b}{3a}$$

$|k| > 1$: Die Gleichung hat nur eine Lösung

$$x = \frac{\sqrt{\Delta}|k|}{3ak} \left(\sqrt[3]{|k| + \sqrt{k^2 - 1}} + \sqrt[3]{|k| - \sqrt{k^2 - 1}} \right) - \frac{b}{3a}$$

Wenn $\Delta = 0$: Die Gleichung hat Lösungen

$$x = \frac{-b + \sqrt[3]{b^3 - 27a^2d}}{3a}$$

Wenn $\Delta < 0$: Die Gleichung hat nur eine Lösung

$$x = \frac{\sqrt{\Delta}}{3a} \left(\sqrt[3]{|k| + \sqrt{k^2 - 1}} + \sqrt[3]{|k| - \sqrt{k^2 - 1}} \right) - \frac{b}{3a}$$

D. Bezogene Zwangsverdrehung am Ende der Federplatte

D1. Maximale Zwangsverdrehung $\phi_{4,\max}$ infolge ELM3

$$\phi_{4,\max} = \varphi_4(\alpha_0) \frac{B_T}{\beta \cdot L_0^2}$$

L_0	$\phi_{4,\max}$	L_0	$\phi_{4,\max}$
10	14,325	36	29,379
11	16,878	37	29,454
12	18,910	38	29,523
13	20,544	39	29,587
14	21,873	40	29,646
15	22,965	41	29,701
16	23,871	42	29,752
17	24,632	43	29,799
18	25,275	44	29,844
19	25,824	45	29,885
20	26,295	46	29,924
21	26,703	47	29,960
22	27,058	48	29,994
23	27,370	49	30,027
24	27,644	50	30,057
25	27,887	51	30,085
26	28,102	52	30,112
27	28,295	53	30,137
28	28,468	54	30,161
29	28,624	55	30,184
30	28,764	56	30,205
31	28,892	57	30,226
32	29,007	58	30,245
33	29,113	59	30,263
34	29,209	60	30,281
35	29,298	61	30,297

D2. Verdrehungsdifferenz $\Delta\phi$ infolge ELM3 zur Berechnung der optimalen Länge der Federplatte

$$\Delta\phi = [\varphi_4(\alpha_0) - \varphi_3(\alpha_1)] \frac{B_T}{\beta \cdot L_0^2}$$

Federplatte Typ F1

L ₀ (m)	Δφ entsprechend der Länge der Federplatte L								
	1,5m	1,6m	1,7m	1,8m	1,9m	2,0m	2,1m	2,2m	2,3m
14	0,932	0,973	1,014	1,057	1,102	1,148	1,195	1,244	1,294
16	3,109	3,160	3,213	3,266	3,320	3,376	3,432	3,490	3,548
18	5,132	5,192	5,254	5,316	5,380	5,444	5,509	5,575	5,641
20	6,935	7,002	7,069	7,137	7,205	7,275	7,345	7,416	7,487
22	8,530	8,599	8,670	8,740	8,812	8,884	8,956	9,029	9,103
24	9,943	10,014	10,085	10,157	10,230	10,303	10,377	10,451	10,525
26	11,199	11,270	11,342	11,414	11,487	11,560	11,634	11,708	11,782
28	12,320	12,391	12,462	12,534	12,606	12,679	12,752	12,825	12,899
30	13,325	13,395	13,465	13,536	13,607	13,679	13,751	13,823	13,896
32	14,230	14,299	14,368	14,438	14,507	14,578	14,648	14,719	14,790
34	15,048	15,116	15,184	15,252	15,320	15,389	15,458	15,528	15,597
36	15,791	15,857	15,924	15,991	16,058	16,125	16,193	16,260	16,328
38	16,469	16,533	16,599	16,664	16,729	16,795	16,861	16,927	16,994
40	17,089	17,152	17,216	17,279	17,343	17,407	17,472	17,536	17,601
42	17,658	17,720	17,782	17,844	17,907	17,969	18,032	18,095	18,158
44	18,183	18,243	18,304	18,364	18,425	18,486	18,548	18,609	18,671
46	18,668	18,727	18,786	18,845	18,904	18,964	19,024	19,083	19,143
48	19,117	19,175	19,232	19,290	19,348	19,406	19,464	19,523	19,581
50	19,535	19,591	19,647	19,704	19,760	19,817	19,873	19,930	19,987
52	19,924	19,979	20,034	20,089	20,144	20,199	20,254	20,310	20,366
54	20,287	20,341	20,394	20,448	20,502	20,556	20,610	20,664	20,718
56	20,627	20,679	20,732	20,784	20,837	20,889	20,942	20,995	21,048
58	20,946	20,997	21,048	21,099	21,151	21,202	21,254	21,305	21,357
60	21,246	21,295	21,345	21,395	21,446	21,496	21,546	21,597	21,647

Federplatte Typ F2

L ₀ (m)	$\Delta\phi$ entsprechend der Länge der Federplatte L								
	1,5m	1,6m	1,7m	1,8m	1,9m	2,0m	2,1m	2,2m	2,3m
14	1,038	1,081	1,125	1,171	1,217	1,266	1,315	1,366	1,419
16	3,425	3,485	3,546	3,608	3,671	3,735	3,800	3,867	3,934
18	5,584	5,653	5,723	5,794	5,866	5,939	6,013	6,088	6,164
20	7,490	7,564	7,639	7,716	7,792	7,870	7,948	8,027	8,107
22	9,162	9,239	9,317	9,395	9,474	9,554	9,634	9,715	9,796
24	10,631	10,709	10,787	10,866	10,946	11,026	11,106	11,187	11,269
26	11,926	12,003	12,081	12,160	12,239	12,318	12,398	12,479	12,560
28	13,072	13,149	13,226	13,303	13,381	13,460	13,538	13,617	13,697
30	14,092	14,168	14,244	14,320	14,396	14,473	14,550	14,628	14,706
32	15,005	15,079	15,153	15,228	15,303	15,378	15,453	15,529	15,605
34	15,826	15,899	15,971	16,044	16,117	16,190	16,263	16,337	16,412
36	16,568	16,639	16,709	16,780	16,851	16,922	16,994	17,066	17,138
38	17,241	17,310	17,379	17,448	17,517	17,586	17,656	17,726	17,796
40	17,855	17,921	17,988	18,056	18,123	18,191	18,258	18,326	18,395
42	18,416	18,481	18,546	18,611	18,677	18,743	18,809	18,875	18,941
44	18,931	18,994	19,057	19,121	19,185	19,249	19,313	19,378	19,442
46	19,405	19,467	19,528	19,590	19,653	19,715	19,777	19,840	19,903
48	19,843	19,903	19,963	20,024	20,084	20,145	20,206	20,267	20,328
50	20,249	20,308	20,366	20,425	20,484	20,543	20,602	20,662	20,721
52	20,627	20,684	20,741	20,798	20,855	20,913	20,971	21,028	21,086
54	20,978	21,034	21,089	21,145	21,201	21,257	21,313	21,370	21,426
56	21,306	21,360	21,415	21,469	21,524	21,578	21,633	21,688	21,743
58	21,613	21,666	21,719	21,772	21,825	21,879	21,932	21,986	22,039
60	21,901	21,953	22,004	22,056	22,108	22,160	22,212	22,264	22,317

Federplatte Typ F3

L ₀ (m)	$\Delta\phi$ entsprechend der Länge der Federplatte L								
	1,5m	1,6m	1,7m	1,8m	1,9m	2,0m	2,1m	2,2m	2,3m
14	0,630	0,656	0,685	0,714	0,745	0,777	0,810	0,845	0,881
16	2,793	2,839	2,887	2,936	2,986	3,037	3,089	3,142	3,197
18	4,822	4,880	4,940	5,000	5,061	5,123	5,186	5,250	5,315
20	6,655	6,720	6,786	6,853	6,921	6,989	7,059	7,129	7,199
22	8,289	8,358	8,428	8,499	8,570	8,642	8,714	8,787	8,861
24	9,741	9,812	9,884	9,956	10,029	10,102	10,176	10,251	10,326
26	11,033	11,105	11,177	11,250	11,323	11,396	11,471	11,545	11,620
28	12,185	12,257	12,329	12,401	12,474	12,547	12,621	12,695	12,770
30	13,218	13,288	13,360	13,431	13,503	13,576	13,648	13,721	13,795
32	14,146	14,216	14,286	14,356	14,427	14,498	14,570	14,642	14,714
34	14,985	15,053	15,122	15,191	15,260	15,330	15,400	15,470	15,541
36	15,745	15,812	15,880	15,947	16,015	16,083	16,152	16,221	16,290
38	16,438	16,503	16,569	16,635	16,702	16,768	16,835	16,902	16,970
40	17,071	17,135	17,199	17,264	17,329	17,393	17,459	17,524	17,590
42	17,651	17,714	17,777	17,840	17,903	17,966	18,030	18,094	18,158
44	18,185	18,247	18,308	18,369	18,431	18,493	18,555	18,617	18,679
46	18,679	18,738	18,798	18,858	18,918	18,978	19,039	19,099	19,160
48	19,135	19,193	19,252	19,310	19,369	19,427	19,486	19,545	19,605
50	19,559	19,616	19,672	19,729	19,787	19,844	19,901	19,959	20,017
52	19,953	20,009	20,064	20,120	20,175	20,231	20,287	20,344	20,400
54	20,321	20,375	20,429	20,484	20,538	20,593	20,647	20,702	20,757
56	20,665	20,718	20,771	20,824	20,877	20,930	20,983	21,037	21,091
58	20,987	21,039	21,090	21,142	21,194	21,246	21,298	21,350	21,403
60	21,290	21,340	21,391	21,441	21,492	21,543	21,594	21,645	21,696

Dissertationsreihe

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Institut für Massivbau

Technische Universität Darmstadt

Heft 1: **Stefan Kempf (2001)**

Technische und wirtschaftliche Bewertung der Mindestbewehrungsregeln für Stahlbetonbauteile

Heft 2: **Katja Reiche (2001)**

Nachhaltigkeitsanalyse demontagegerechter Baukonstruktionen - Entwicklung eines Analysemodells für den Entwurf von Gebäuden

Heft 3: **Michael Six (2001)**

Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau

Heft 4: **Eric Simon (2002)**

Schubtragverhalten von Mauerwerk aus großformatigen Steinen

Heft 5: **Holger Schmidt (2003)**

Versagenswahrscheinlichkeit unbewehrter Wand-Decken-Verbindungen bei Gasexplosionen im Fertigteilbau

Heft 6: **Andreas Bachmann (2003)**

Ein wirklichkeitsnaher Ansatz der böenerregten Windlasten auf Hochhäuser in Frankfurt/Main

Heft 7: **Duy Tien Nguyen (2004)**

Rotationskapazität von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen mit Schubrissebildung

Heft 8: **Gert Wolfgang Riegel (2004)**

Ein softwaregestütztes Berechnungsverfahren zur Prognose und Beurteilung der Nutzungskosten von Bürogebäuden

Heft 9: **Christian Glock (2004)**

Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände - Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung

Heft 10: **Kati Herzog (2005)**

Lebenszykluskosten von Baukonstruktionen - Entwicklung eines Modells und einer Softwarekomponente zur ökonomischen Analyse und Nachhaltigkeitsbeurteilung von Gebäuden

- Heft 11: **Andreas Garg (2006)**
*Spannungszustände in Fahrbahnplatten weit gespannter Stahlverbundbrücken
- Empfehlungen für die Herstellung der Ortbeton-Fahrbahnplatte von
Talbrücken mit der Schalwagenmethode*
- Heft 12: **Tilo Proske (2007)**
*Frischbetondruck bei Verwendung von Selbstverdichtendem Beton - Ein
wirklichkeitsnahes Modell zur Bestimmung der Einwirkungen auf Schalung
und Rüstung*
- Heft 13: **Simon Glowienka (2007)**
*Zuverlässigkeit von großformatigem Mauerwerk - Probabilistische Analyse
von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit
Dünnbettvermörtelung*
- Heft 14: **Alexander Renner (2007)**
*Energie- und Ökoeffizienz von Wohngebäuden - Entwicklung eines Verfahrens
zur lebenszyklusorientierten Bewertung der Umweltwirkungen unter
besonderer Berücksichtigung der Nutzungsphase*
- Heft 15: **Guido Hausmann (2007)**
*Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung
der stochastischen Eigenschaften*
- Heft 16: **Stefan Daus (2007)**
*Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten
Betonbauteilen – Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis von oberflächig
geklebter Bewehrung*
- Heft 17: **Thomas Kranzler (2008)**
*Tragfähigkeit überwiegend horizontal beanspruchter Aussteifungsscheiben aus
unbewehrtem Mauerwerk*
- Heft 18: **Lars Richter (2009)**
*Tragfähigkeit nichttragender Wände aus Mauerwerk – Ein nichtlineares
Berechnungsmodell und Bemessungsverfahren für biegebeanspruchte Innen-
und Außenwände*
- Heft 19: **Markus Spengler (2010)**
*Dynamik von Eisenbahnbrücken unter Hochgeschwindigkeitsverkehr
Entwicklung eines Antwortspektrums zur Erfassung der dynamischen
Tragwerksreaktion*
- Heft 20: **Linh Ngoc Tran (2011)**
*Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens
von Federplatten bei Fertigträgerbrücken*

Ngoc Linh Tran

Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von Federplatten bei Fertigträgerbrücken

Federplatten bei Fertigträgerbrücken weisen unter wiederholten Beanspruchungen, insbesondere unter Verkehrslasten, ein vielschichtiges Ermüdungsverhalten auf. Die Dimensionierung und Bemessung von Federplatten bei der Planung unter Berücksichtigung eines zunehmenden Schwerverkehrs erfordert die Abschätzung der Ermüdungslebensdauer durch Analyse mittels Schadensakkumulation auf Grundlage eines geeigneten numerischen Berechnungsmodells.

Diese Arbeit enthält ein neu entwickeltes Berechnungsmodell für Stahlbetonbauteile unter Einwirkung wiederholter Belastungen. Dieses Modell wird in Studien zur Verifizierung der mechanischen Eigenschaften von unterschiedlichen Federplattentypen unter Schwerverkehrslasten zur numerischen Modellierung des Ermüdungsverhaltens verwendet. Die gewonnenen Erkenntnisse bilden eine Grundlage für die Entwicklung eines neuen Federplattentyps hinsichtlich eines hohen Ermüdungswiderstandes.

Das abschließend entwickelte Ermüdungsbemessungskonzept, welches durch eine Vielzahl von Hilfsformeln zusammengefasst ist, liefert ein einfaches, aber sehr genaues Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen, zum Führen eines vereinfachten Ermüdungsnachweises und zur Formulierung einer Lebensdauervorhersage von beliebigen Federplatten.